

第八章

8-2 两小球的质量都是 m ，都用长为 l 的细绳挂在同一点，它们带有相同电量，静止时两线夹角为 2θ ，如题8-2图所示。设小球的半径和线的质量都可以忽略不计，求每个小球所带的电量。

解：如题 8-2 图示

$$\begin{cases} T \cos \theta = mg \\ T \sin \theta = F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{(2l \sin \theta)^2} \end{cases}$$

解得 $q = 2l \sin \theta \sqrt{4\pi\epsilon_0 mg \tan \theta}$

8-11 半径为 R_1 和 R_2 ($R_2 > R_1$) 的两无限长同轴圆柱面，单位长度上分别带有电量 λ 和 $-\lambda$ ，试求：(1) $r < R_1$ ；(2) $R_1 < r < R_2$ ；(3) $r > R_2$ 处各点的场强。

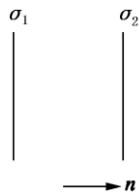
解：高斯定理 $\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$

取同轴圆柱形高斯面，侧面积 $S = 2\pi r l$

则 $\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = E 2\pi r l$ 对 (1) $r < R_1$ $\sum q = 0, E = 0$

(2) $R_1 < r < R_2$ $\sum q = l\lambda$ $\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ 沿径向向外

(3) $r > R_2$ $\sum q = 0$ $\therefore E = 0$



题 8-12 图

8-12 两个无限大的平行平面都均匀带电，电荷的面密度分别为 σ_1 和 σ_2 ，试求空间各处场强。

解：如题 8-12 图示，两带电平面均匀带电，电荷面密度分别为 σ_1 与 σ_2 ，

两面间， $\vec{E} = \frac{1}{2\epsilon_0} (\sigma_1 - \sigma_2) \vec{n}$ σ_1 面外， $\vec{E} = -\frac{1}{2\epsilon_0} (\sigma_1 + \sigma_2) \vec{n}$

σ_2 面外, $\vec{E} = \frac{1}{2\epsilon_0}(\sigma_1 + \sigma_2)\vec{n}$ \vec{n} : 垂直于两平面由 σ_1 面指为 σ_2 面.

8-13 半径为 R 的均匀带电球体内的电荷体密度为 ρ , 若在球内挖去一块半径为 $r < R$ 的小球体, 如题8-13图所示. 试求: 两球心 O 与 O' 点的场强, 并证明小球空腔内的电场是均匀的.

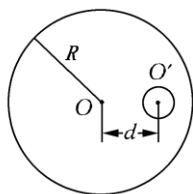
解: 将此带电体看作带正电 ρ 的均匀球与带电 $-\rho$ 的均匀小球的组合, 见图 8-13 图(a).

$$(1) +\rho \text{ 球在 } O \text{ 点产生电场 } \vec{E}_{10} = 0, \quad -\rho \text{ 球在 } O \text{ 点产生电场 } \vec{E}_{20} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{4\pi\epsilon_0 d^3} \vec{OO}'$$

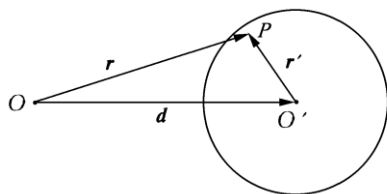
$$\therefore O \text{ 点电场 } \vec{E}_0 = \frac{r^3 \rho}{3\epsilon_0 d^3} \vec{OO}';$$

$$(2) +\rho \text{ 在 } O' \text{ 产生电场 } \vec{E}_{10'} = \frac{\frac{4}{3}\pi d^3 \rho}{4\pi\epsilon_0 d^3} \vec{OO}', \quad -\rho \text{ 球在 } O' \text{ 产生电场 } \vec{E}_{20'} = 0$$

$$\therefore O' \text{ 点电场 } \vec{E}_{0'} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{OO}'$$



(a)



(b)

题 8-13 图 (a)

题 8-13 图 (b)

(3) 设空腔任一点 P 相对 O' 的位矢为 \vec{r}' , 相对 O 点位矢为 \vec{r} (如题 8-13 (b) 图)

$$\text{则 } \vec{E}_{PO} = \frac{\rho\vec{r}}{3\epsilon_0}, \quad \vec{E}_{PO'} = -\frac{\rho\vec{r}'}{3\epsilon_0},$$

$$\therefore \vec{E}_P = \vec{E}_{PO} + \vec{E}_{PO'} = \frac{\rho}{3\epsilon_0}(\vec{r} - \vec{r}') = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{OO}' = \frac{\rho\vec{d}}{3\epsilon_0} \quad \therefore \text{腔内场强是均匀的.}$$

8-16 如题8-16图所示, 在 A , B 两点处放有电量分别为 $+q$, $-q$ 的点电荷, AB 间距离为 $2R$, 现将另一正试验点电荷 q_0 从 O 点经过半圆弧移到 C 点, 求移动过程中电场力作的功.

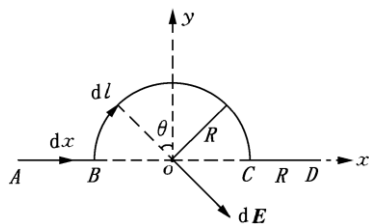
$$\text{解: 如题 8-16 图示 } U_o = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{R} - \frac{q}{R} \right) = 0$$

$$U_o = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{3R} - \frac{q}{R} \right) = -\frac{q}{6\pi\epsilon_0 R} \quad \therefore A = q_0(U_o - U_c) = \frac{q_0 q}{6\pi \epsilon_0 R}$$

8-17 如题8-17图所示的绝缘细线上均匀分布着线密度为 λ 的正电荷, 两直导线的长度和半圆环的半径都等于 R . 试求环中心 O 点处的场强和电势.

解: (1) 由于电荷均匀分布与对称性, AB 和 CD 段电荷在 O 点产生的场强互相抵消, 取 $d\vec{l} = R d\theta$

则 $dq = \lambda R d\theta$ 产生 O 点 $d\vec{E}$ 如图, 由于对称性, O 点场强沿 y 轴负方向



题 8-17 图

$$E = \int dE_y = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \left[\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \sin\frac{\pi}{2} \right] = \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

(2) AB 电荷在 O 点产生电势, 以 $U_\infty = 0$

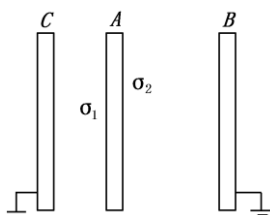
$$U_1 = \int_B^A \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 x} = \int_R^{2R} \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln 2$$

同理 CD 产生 $U_2 = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln 2$ 半圆环产生 $U_3 = \frac{\pi R \lambda}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\lambda}{4\epsilon_0}$

$$\therefore U_o = U_1 + U_2 + U_3 = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln 2 + \frac{\lambda}{4\epsilon_0}$$

8-22 三个平行金属板 A , B 和 C 的面积都是 200cm^2 , A 和 B 相距 4.0mm , A 与 C 相距 2.0mm . B , C 都接地, 如题8-22图所示. 如果使 A 板带正电 $3.0 \times 10^{-7}\text{C}$, 略去边缘效应, 问 B 板和 C 板上的感应电荷各是多少? 以地的电势为零, 则 A 板的电势是多少?

解: 如题 8-22 图示, 令 A 板左侧面电荷面密度为 σ_1 , 右侧面电荷面密度为 σ_2



题 8-22 图

(1) $\therefore U_{AC} = U_{AB}$, 即

$$\therefore E_{AC}d_{AC} = E_{AB}d_{AB} \quad \therefore \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{E_{AC}}{E_{AB}} = \frac{d_{AB}}{d_{AC}} = 2$$

$$\text{且 } \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{q_A}{S} \quad \text{得 } \sigma_2 = \frac{q_A}{3S}, \quad \sigma_1 = \frac{2q_A}{3S}$$

$$\text{而 } q_C = -\sigma_1 S = -\frac{2}{3}q_A = -2 \times 10^{-7} \text{ C}$$

$$q_B = -\sigma_2 S = -1 \times 10^{-7} \text{ C}$$

$$(2) \quad U_A = E_{AC}d_{AC} = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0}d_{AC} = 2.3 \times 10^3 \text{ V}$$

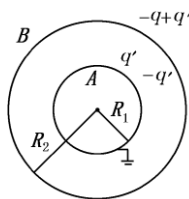
8-23 两个半径分别为 R_1 和 R_2 ($R_1 < R_2$) 的同心薄金属球壳, 现给内球壳带电 $+q$, 试计算:

(1) 外球壳上的电荷分布及电势大小;

(2) 先把外球壳接地, 然后断开接地线重新绝缘, 此时外球壳的电荷分布及电势;

* (3) 再使内球壳接地, 此时内球壳上的电荷以及外球壳上的电势的改变量.

解: (1) 内球壳带电 $+q$; 球壳内表面带电则为 $-q$, 外表面带电为 $+q$, 且均匀分布, 其电势



题 8-23 图

$$U = \int_{R_2}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{R_2}^{\infty} \frac{q dr}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

(2) 外壳接地时, 外表面电荷 $+q$ 入地, 外表面不带电, 内表面电荷仍为 $-q$. 所以球壳电

$$\text{势由内球 } +q \text{ 与内表面 } -q \text{ 产生: } U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2} = 0$$

(3) 设此时内球壳带电量为 q' ; 则外壳内表面带电量为 $-q'$, 外壳外表面带电量为 $-q + q'$

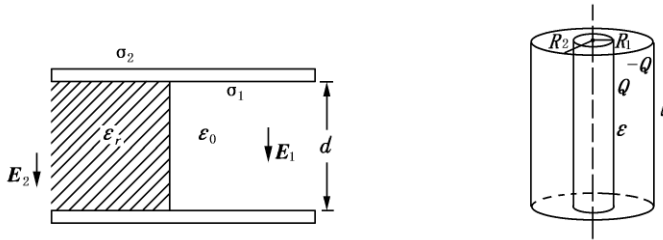
$$\text{(电荷守恒), 此时内球壳电势为零, 且 } U_A = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R_1} - \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{-q + q'}{4\pi\epsilon_0 R_2} = 0$$

$$\text{得 } q' = \frac{R_1}{R_2} q \quad \text{外球壳上电势 } U_B = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R_2} - \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{-q + q'}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{(R_1 - R_2)q}{4\pi\epsilon_0 R_2^2}$$

8-29 两个同轴的圆柱面, 长度均为 l , 半径分别为 R_1 和 R_2 ($R_2 > R_1$), 且 $l \gg R_2 - R_1$, 两

柱面之间充有介电常数 ϵ 的均匀电介质. 当两圆柱面分别带等量异号电荷 Q 和 $-Q$ 时, 求:

- (1) 在半径 r 处 ($R_1 < r < R_2$, 厚度为 dr , 长为 l 的圆柱薄壳中任一点的电场能量密度和整个薄壳中的电场能量; (2) 电介质中的总电场能量;



(3) 圆柱形电容器的电容.

解: 取半径为 r 的同轴圆柱面 (S)

$$\oint_{(S)} \vec{D} \cdot d\vec{S} = 2\pi r l D \quad \text{当 } (R_1 < r < R_2) \text{ 时, } \sum q = Q$$

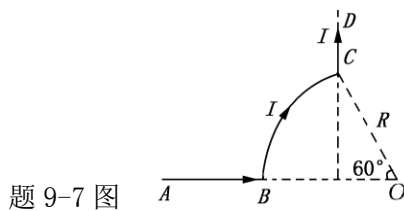
$$\therefore D = \frac{Q}{2\pi r l} \quad (1) \text{ 电场能量密度} \quad w = \frac{D^2}{2\epsilon} = \frac{Q^2}{8\pi^2 \epsilon r^2 l^2}$$

$$\text{薄壳中 } dW = w dV = \frac{Q^2}{8\pi^2 \epsilon r^2 l^2} 2\pi r dr l = \frac{Q^2 dr}{4\pi \epsilon r l}$$

$$(2) \text{ 电介质中总电场能量 } W = \int_V dW = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q^2 dr}{4\pi \epsilon r l} = \frac{Q^2}{4\pi \epsilon l} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$(3) \text{ 电容: } \because W = \frac{Q^2}{2C} \quad \therefore C = \frac{Q^2}{2W} = \frac{2\pi \epsilon l}{\ln(R_2/R_1)}$$

第九章



题 9-7 图

9-7 如题9-7图所示, AB 、 CD 为长直导线, \widehat{BC} 为圆心在 O 点的一段圆弧形导线, 其半径为 R . 若通以电流 I , 求 O 点的磁感应强度.

解: 如题 9-7 图所示, O 点磁场由 AB 、 \widehat{BC} 、 CD 三部分电流产生. 其中

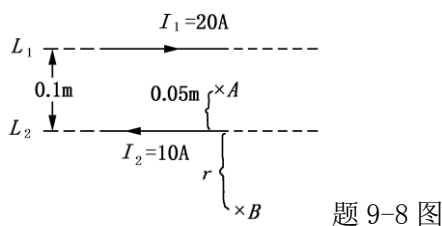
$$AB \text{ 产生 } \vec{B}_1 = 0 \quad CD \text{ 产生 } B_2 = \frac{\mu_0 I}{12R}, \text{ 方向垂直向里}$$

$$CD \text{ 段产生 } B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{R}{2}} (\sin 90^\circ - \sin 60^\circ) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} (1 - \frac{\sqrt{3}}{2}), \text{ 方向 } \perp \text{ 向里}$$

$$\therefore B_0 = B_1 + B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} (1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6}), \text{ 方向 } \perp \text{ 向里.}$$

9-8 在真空中, 有两根互相平行的无限长直导线 L_1 和 L_2 , 相距 0.1m, 通有方向相反的电流,

$I_1=20\text{A}$, $I_2=10\text{A}$, 如题9-8图所示. A , B 两点与导线在同一平面内. 这两点与导线 L_2 的距离均为 5.0cm. 试求 A , B 两点处的磁感应强度, 以及磁感应强度为零的点的位置.



解: 如题 9-8 图所示, \vec{B}_A 方向垂直纸面向里

$$B_A = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(0.1-0.05)} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \times 0.05} = 1.2 \times 10^{-4} \text{ T}$$

$$(2) \text{ 设 } \vec{B} = 0 \text{ 在 } L_2 \text{ 外侧距离 } L_2 \text{ 为 } r \text{ 处则 } \frac{\mu_0 I}{2\pi(r+0.1)} - \frac{\mu I_2}{2\pi r} = 0 \text{ 解得 } r = 0.1 \text{ m}$$

9-12 两平行长直导线相距 $d=40\text{cm}$, 每根导线载有电流 $I_1=I_2=20\text{A}$, 如题9-12图所示. 求:

- (1) 两导线所在平面内与该两导线等距的一点 A 处的磁感应强度;
- (2) 通过图中斜线所示面积的磁通量. ($r_1=r_3=10\text{cm}$, $l=25\text{cm}$).

$$\text{解: (1) } B_A = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(\frac{d}{2})} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(\frac{d}{2})} = 4 \times 10^{-5} \text{ T} \text{ 方向 } \perp \text{ 纸面向外}$$

(2) 取面元 $dS = ldr$

$$\Phi = \int_{r_1}^{r_2} [\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} + \frac{\mu_1 I_1}{2\pi(d-r)}] l dr = \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi} \ln 3 - \frac{\mu_0 I_2 l}{2\pi} \ln \frac{1}{3} = \frac{\mu I_1 l}{\pi} \ln 3 = 2.2 \times 10^{-6}$$

9-16 一根很长的同轴电缆, 由一导体圆柱(半径为 a) 和一同轴的导体圆管(内、外半径分别为 b, c) 构成, 如题9-16图所示. 使用时, 电流 I 从一导体流去, 从另一导体流回. 设电流都是均匀地分布在导体的横截面上, 求: (1) 导体圆柱内 ($r < a$), (2) 两导体之间 ($a < r < b$), (3) 导体圆筒内 ($b < r < c$) 以及 (4) 电缆外 ($r > c$) 各点处磁感应强度的大小

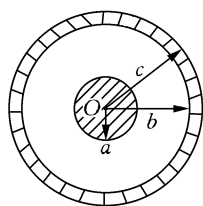
解: $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$ (1) $r < a$ $B2\pi r = \mu_0 \frac{Ir^2}{R^2}$ $B = \frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}$

(2) $a < r < b$ $B2\pi r = \mu_0 I$ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

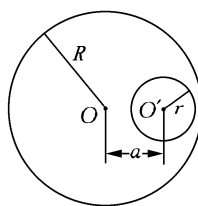
(3) $b < r < c$ $B2\pi r = -\mu_0 I \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} + \mu_0 I$ $B = \frac{\mu_0 I(c^2 - r^2)}{2\pi r(c^2 - b^2)}$

(4) $r > c$ $B2\pi r = 0$

$B = 0$



题 9-16 图



题 9-17 图

9-17 在半径为 R 的长直圆柱形导体内部, 与轴线平行地挖成一半径为 r 的长直圆柱形空腔, 两轴间距离为 a , 且 $a > r$, 横截面如题9-17图所示. 现在电流 I 沿导体管流动, 电流均匀分布在管的横截面上, 而电流方向与管的轴线平行. 求:

(1) 圆柱轴线上的磁感应强度的大小; (2) 空心部分轴线上的磁感应强度的大小.

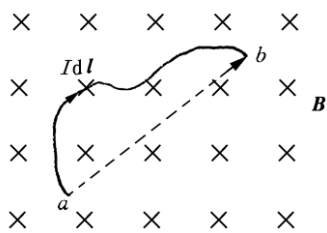
解: 空间各点磁场可看作半径为 R , 电流 I_1 均匀分布在横截面上的圆柱导体和半径为 r 电流 $-I_2$ 均匀分布在横截面上的圆柱导体磁场之和.

(1) 圆柱轴线上的 O 点 B 的大小: 电流 I_1 产生的 $B_1 = 0$, 电流 $-I_2$ 产生的磁场

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} = \frac{\mu_0}{2\pi a} \frac{Ir^2}{R^2 - r^2} \quad \therefore B_0 = \frac{\mu_0 Ir^2}{2\pi a(R^2 - r^2)}$$

(2) 空心部分轴线上 O' 点 B 的大小: 电流 I_2 产生的 $B'_2 = 0$,

电流 I_1 产生的 $B'_1 = \frac{\mu_0}{2\pi a} \frac{Ia^2}{R^2 - r^2} = \frac{\mu_0 Ia}{2\pi(R^2 - r^2)} \quad \therefore B'_0 = \frac{\mu_0 Ia}{2\pi(R^2 - r^2)} \quad \vec{M} = 0.$



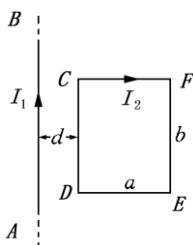
题 9-19 图

9-19 在磁感应强度为 \vec{B} 的均匀磁场中, 垂直于磁场方向的平面内有一段载流弯曲导线, 电流为 I , 如题9-19图所示. 求其所受的安培力.

解：在曲线上取 $d\vec{l}$ 则 $\vec{F}_{ab} = \int_a^b I d\vec{l} \times \vec{B}$

$\because d\vec{l}$ 与 \vec{B} 夹角 $< d\vec{l}, \vec{B} > = \frac{\pi}{2}$ 不变, \vec{B} 是均匀的.

$\therefore \vec{F}_{ab} = \int_a^b I d\vec{l} \times \vec{B} = I (\int_a^b d\vec{l}) \times \vec{B} = I \vec{ab} \times \vec{B}$ 方向 $\perp \vec{ab}$ 向上, 大小 $F_{ab} = BI \overline{ab}$



题 9-20 图

9-20 如题9-20图所示, 在长直导线 AB 内通以电流 $I_1=20\text{A}$, 在矩形线圈 $CDEF$ 中通有电流 $I_2=10\text{A}$, AB 与线圈共面, 且 CD, EF 都与 AB 平行. 已知 $a=9.0\text{cm}$, $b=20.0\text{cm}$, $d=1.0\text{cm}$, 求:

(1) 导线 AB 的磁场对矩形线圈每边所作用的力; (2) 矩形线圈所受合力和合力矩.

解: (1) \vec{F}_{CD} 方向垂直 CD 向左, 大小 $F_{CD} = I_2 b \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} = 8.0 \times 10^{-4} \text{ N}$

同理 \vec{F}_{FE} 方向垂直 FE 向右, 大小 $F_{FE} = I_2 b \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d+a)} = 8.0 \times 10^{-5} \text{ N}$

\vec{F}_{CF} 方向垂直 CF 向上, 大小为 $F_{CF} = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{d+a}{d} = 9.2 \times 10^{-5} \text{ N}$

\vec{F}_{ED} 方向垂直 ED 向下, 大小为 $F_{ED} = F_{CF} = 9.2 \times 10^{-5} \text{ N}$

(2) 合力 $\vec{F} = \vec{F}_{CD} + \vec{F}_{FE} + \vec{F}_{CF} + \vec{F}_{ED}$ 方向向左, 大小为 $F = 7.2 \times 10^{-4} \text{ N}$

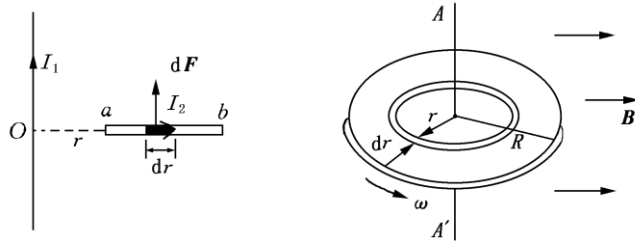
合力矩 $\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B} \because$ 线圈与导线共面 $\therefore \vec{P}_m \parallel \vec{B} \quad \vec{M} = 0$

9-23 一长直导线通有电流 $I_1=20\text{A}$, 旁边放一导线 ab , 其中通有电流 $I_2=10\text{A}$, 且两者共面, 如题9-23图所示. 求导线 ab 所受作用力对 O 点的力矩.

解: 在 ab 上取 dr , 它受力 $d\vec{F} \perp ab$ 向上, 大小为 $dF = I_2 dr \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$

$d\vec{F}$ 对 O 点力矩 $d\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad d\vec{M}$ 方向垂直纸面向外, 大小为 $dM = rdF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} dr$

$M = \int_a^b dM = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \int_a^b dr = 3.6 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m}$



题 9-23 图

9-30 螺绕环中心周长 $L=10\text{cm}$, 环上线圈匝数 $N=200$ 匝, 线圈中通有电流 $I=100\text{ mA}$.

(1) 当管内是真空时, 求管中心的磁场强度 \vec{H} 和磁感应强度 \vec{B}_0 ;

(2) 若环内充满相对磁导率 $\mu_r=4200$ 的磁性物质, 则管内的 \vec{B} 和 \vec{H} 各是多少?

* (3) 磁性物质中心处由导线中传导电流产生的 \vec{B}_0 和由磁化电流产生的 \vec{B}' 各是多少?

解: (1) $\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I \quad HL = NI \quad H = \frac{NI}{L} = 200 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$

$B_0 = \mu_0 H = 2.5 \times 10^{-4} \text{ T} \quad (2) H = 200 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1} \quad B = \mu H = \mu_r \mu_0 H = 1.05 \text{ T}$

(3) 由传导电流产生的 \vec{B}_0 即 (1) 中的 $B_0 = 2.5 \times 10^{-4} \text{ T}$

\therefore 由磁化电流产生的 $B' = B - B_0 \approx 1.05 \text{ T}$

第十章

10-4 如题10-4图所示, 载有电流 I 的长直导线附近, 放一导体半圆环 MeN 与长直导线共面, 且端点 MN 的连线与长直导线垂直. 半圆环的半径为 b , 环心 O 与导线相距 a . 设半圆环以速度 v 平行导线平移. 求半圆环内感应电动势的大小和方向及 MN 两端的电

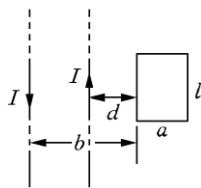
$U_M - U_N$.

解: 作辅助线 MN , 则在 $MeNM$ 回路中, 沿 \vec{v} 方向运动时 $d\Phi_m = 0 \quad \therefore \varepsilon_{MeNM} = 0$

即 $\varepsilon_{MeN} = \varepsilon_{MN}$ 又 $\because \varepsilon_{MN} = \int_{a-b}^{a+b} vB \cos \pi dl = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a-b} < 0$

所以 ε_{MeN} 沿 NeM 方向, 大小为 $\frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a-b}$

M 点电势高于 N 点电势, 即 $U_M - U_N = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a-b}$



题 10-5 图

10-5 如题10-5所示, 在两平行载流的无限长直导线的平面内有一矩形线圈. 两导线中的电流

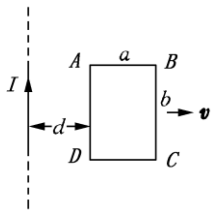
方向相反、大小相等，且电流以 $\frac{dI}{dt}$ 的变化率增大，求：

(1) 任一时刻线圈内所通过的磁通量； (2) 线圈中的感应电动势。

解：以向外磁通为正则 (1) $\Phi_m = \int_b^{b+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr - \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \left[\ln \frac{b+a}{b} - \ln \frac{d+a}{d} \right]$

$$(2) \quad \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \left[\ln \frac{d+a}{d} - \ln \frac{b+a}{b} \right] \frac{dI}{dt}$$

10-7 如题10-7图所示，长直导线通以电流 $I=5A$ ，在其右方放一长方形线圈，两者共面。线圈长 $b=0.06m$ ，宽 $a=0.04m$ ，线圈以速度 $v=0.03m \cdot s^{-1}$ 垂直于直线平移远离。求： $d=0.05m$ 时线圈中感应电动势的大小和方向。



题 10-7 图

解：AB、CD 运动速度 \bar{v} 方向与磁力线平行，不产生感应电动势。

$$DA \text{ 产生电动势 } \varepsilon_1 = \int_D^A (\bar{v} \times \bar{B}) \cdot d\bar{l} = vBb = vb \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

$$BC \text{ 产生电动势 } \varepsilon_2 = \int_B^C (\bar{v} \times \bar{B}) \cdot d\bar{l} = -vb \frac{\mu_0 I}{2\pi(a+d)}$$

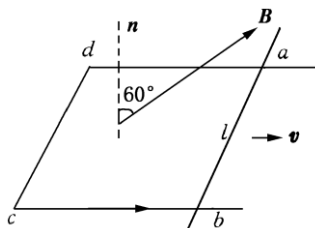
$$\therefore \text{回路中总感应电动势 } \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{\mu_0 I b v}{2\pi} \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+a} \right) = 1.6 \times 10^{-8} \text{ V}$$

方向沿顺时针。

10-8 长度为 l 的金属杆 ab 以速率 v 在导电轨道 $abcd$ 上平行移动。已知导轨处于均匀磁场 \bar{B} 中， \bar{B} 的方向与回路的法线成 60° 角 (如题10-8图所示)， \bar{B} 的大小为 $B=kt$ (k 为正常)。设 $t=0$ 时杆位于 cd 处，求：任一时刻 t 导线回路中感应电动势的大小和方向。

$$\text{解：} \Phi_m = \int \bar{B} \cdot d\bar{S} = Blvt \cos 60^\circ = kt^2 lv \frac{1}{2} = \frac{1}{2} k l v t^2 \quad \therefore \varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -k l v t$$

即沿 $abcd$ 方向顺时针方向。



题 10-8 图

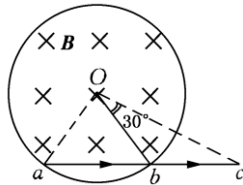
10-10 导线 ab 长为 l ，绕过 O 点的垂直轴以匀角速 ω 转动， $aO = \frac{l}{3}$ 磁感应强度 B 平行于转轴，如图10-10所示。试求： (1) ab 两端的电势差； (2) a, b 两端哪一点电势高？

解: (1) 在 Ob 上取 $r \rightarrow r + dr$ 一小段

$$\text{则 } \varepsilon_{Ob} = \int_0^{\frac{2l}{3}} \omega r B dr = \frac{2B\omega}{9} l^2 \quad \text{同理 } \varepsilon_{Oa} = \int_0^{\frac{l}{3}} \omega r B dr = \frac{1}{18} B\omega l^2$$

$$\therefore \varepsilon_{ab} = \varepsilon_{aO} + \varepsilon_{Ob} = \left(-\frac{1}{18} + \frac{2}{9}\right) B\omega l^2 = \frac{1}{6} B\omega l^2$$

(2) $\therefore \varepsilon_{ab} > 0$ 即 $U_a - U_b < 0 \quad \therefore b$ 点电势高.



题 10-12 图

10-12 磁感应强度为 \vec{B} 的均匀磁场充满一半径为 R 的圆柱形空间, 一金属杆放在题10-12图中位置, 杆长为 $2R$, 其中一半位于磁场内、另一半在磁场外. 当 $\frac{dB}{dt} > 0$ 时, 求: 杆两端的感应电动势的大小和方向.

$$\text{解: } \therefore \varepsilon_{ac} = \varepsilon_{ab} + \varepsilon_{bc} \quad \varepsilon_{ab} = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{d}{dt} \left[-\frac{\sqrt{3}}{4} R^2 B \right] = \frac{\sqrt{3}R}{4} \frac{dB}{dt}$$

$$\varepsilon_{bc} = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{d}{dt} \left[-\frac{\pi R^2}{12} B \right] = \frac{\pi R^2}{12} \frac{dB}{dt} \quad \therefore \varepsilon_{ac} = \left[\frac{\sqrt{3}R^2}{4} + \frac{\pi R^2}{12} \right] \frac{dB}{dt}$$

$\therefore \frac{dB}{dt} > 0 \therefore \varepsilon_{ac} > 0$ 即 ε 从 $a \rightarrow c$

十二章

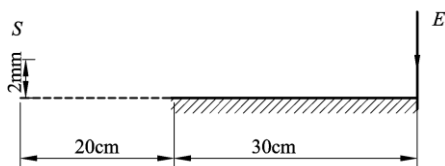
12-7 在杨氏双缝实验中, 双缝间距 $d = 0.20\text{mm}$, 缝屏间距 $D = 1.0\text{m}$, 试求:

- (1) 若第二级明条纹离屏中心的距离为 6.0mm , 计算此单色光的波长;
- (2) 相邻两明条纹间的距离.

$$\text{解: (1) 由 } x_{\text{明}} = \frac{D}{d} k\lambda \text{ 知, } 6.0 = \frac{1 \times 10^3}{0.2} \times 2\lambda, \quad \therefore \lambda = 0.6 \times 10^{-3} \text{ mm} = 6000 \text{ \AA}$$

$$(2) \Delta x = \frac{D}{d} \lambda = \frac{1 \times 10^3}{0.2} \times 0.6 \times 10^{-3} = 3 \text{ mm}$$

12-9 洛埃镜干涉装置如题12-9图所示, 镜长 30cm , 狭缝光源 S 在离镜左边 20cm 的平面内, 与镜面的垂直距离为 2.0mm , 光源波长 $\lambda = 7.2 \times 10^{-7}\text{m}$, 试求位于镜右边缘的屏幕上第一条明条纹到镜边缘的距离.



题12-9图

解：镜面反射光有半波损失，且反射光可视为虚光源 S' 发出。所以由 S 与 S' 发出的两光束

到达屏幕上距镜边缘为 x 处的光程差为 $\delta = (r_2 - r_1) + \frac{\lambda}{2} = d \frac{x}{D} + \frac{\lambda}{2}$

第一明纹处，对应 $\delta = \lambda$ $\therefore x = \frac{\lambda D}{2d} = \frac{7.2 \times 10^{-5} \times 50}{2 \times 0.4} = 4.5 \times 10^{-2} \text{ mm}$

12-10 一平面单色光波垂直照射在厚度均匀的薄油膜上，油膜覆盖在玻璃板上。油的折射率为 1.30，玻璃的折射率为 1.50，若单色光的波长可由光源连续可调，可观察到 5000 \AA 与 7000 \AA 这两个波长的单色光在反射中消失。试求油膜层的厚度。

解：油膜上、下两表面反射光的光程差为 $2ne$ ，由反射相消条件有

$$2ne = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2})\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad ①$$

当 $\lambda_1 = 5000 \text{ \AA}$ 时，有 $2ne = (k_1 + \frac{1}{2})\lambda_1 = k_1\lambda_1 + 2500$ ②

当 $\lambda_2 = 7000 \text{ \AA}$ 时，有 $2ne = (k_2 + \frac{1}{2})\lambda_2 = k_2\lambda_2 + 3500$ ③

因 $\lambda_2 > \lambda_1$ ，所以 $k_2 < k_1$ ；又因为 λ_1 与 λ_2 之间不存在 λ_3 满足 $2ne = (k_3 + \frac{1}{2})\lambda_3$ 式

即不存在 $k_2 < k_3 < k_1$ 的情形，所以 k_2 、 k_1 应为连续整数，即 $k_2 = k_1 - 1$ ④

由②、③、④式可得： $k_1 = \frac{k_2\lambda_2 + 1000}{\lambda_1} = \frac{7k_2 + 1}{5} = \frac{7(k_1 - 1) + 1}{5}$

得 $k_1 = 3$ $k_2 = k_1 - 1 = 2$ 可由②式求得油膜的厚度为 $e = \frac{k_1\lambda_1 + 2500}{2n} = 6731 \text{ \AA}$

12-12 在折射率 $n_1 = 1.52$ 的镜头表面涂有一层折射率 $n_2 = 1.38$ 的 MgF_2 增透膜，如果此膜适用

于波长 $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ 的光，问膜的厚度应取何值？

解：设光垂直入射增透膜，欲透射增强，则膜上、下两表面反射光应满足干涉相消条件，即

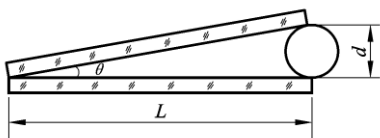
$$2n_2e = (k + \frac{1}{2})\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad \therefore e = \frac{(k + \frac{1}{2})\lambda}{2n_2} = \frac{k\lambda}{2n_2} + \frac{\lambda}{4n_2}$$

$$= \frac{5500}{2 \times 1.38} k + \frac{5500}{4 \times 1.38} = (1993k + 996) \overset{\circ}{\text{Å}}$$

令 $k = 0$, 得膜的最薄厚度为 $996 \overset{\circ}{\text{Å}}$. 当 k 为其他整数倍时, 也都满足要求.

12-13 如题12-13图, 波长为 $6800 \overset{\circ}{\text{Å}}$ 的平行光垂直照射到 $L = 0.12\text{m}$ 长的两块玻璃片上, 两玻璃片一边相互接触, 另一边被直径 $d = 0.048\text{mm}$ 的细钢丝隔开. 求:

- (1) 两玻璃片间的夹角 $\theta = ?$ (2) 相邻两明条纹间空气膜的厚度差是多少?
 (3) 相邻两暗条纹的间距是多少? (4) 在这 0.12 m 内呈现多少条明条纹?



题12-13图

解: (1) 由图知, $L \sin \theta = d$, 即 $L \theta = d$ 故 $\theta = \frac{d}{L} = \frac{0.048}{0.12 \times 10^3} = 4.0 \times 10^{-4}$ (弧度)

(2) 相邻两明条纹空气膜厚度差为 $\Delta e = \frac{\lambda}{2} = 3.4 \times 10^{-7} \text{ m}$

(3) 相邻两暗纹间距 $l = \frac{\lambda}{2\theta} = \frac{6800 \times 10^{-10}}{2 \times 4.0 \times 10^{-4}} = 850 \times 10^{-6} \text{ m} = 0.85 \text{ mm}$

(4) $\Delta N = \frac{L}{l} \approx 141$ 条

12-16 当牛顿环装置中的透镜与玻璃之间的空间充以液体时, 第十个亮环的直径由 $d_1 =$

$1.40 \times 10^{-2} \text{ m}$ 变为 $d_2 = 1.27 \times 10^{-2} \text{ m}$, 求液体的折射率.

解: 由牛顿环明环公式 $r_{\text{空}} = \frac{D_1}{2} = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}}$ $r_{\text{液}} = \frac{D_2}{2} = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2n}}$

两式相除得 $\frac{D_1}{D_2} = \sqrt{n}$, 即 $n = \frac{D_1^2}{D_2^2} = \frac{1.96}{1.61} \approx 1.22$

12-18 把折射率为 $n = 1.632$ 的玻璃片放入迈克耳逊干涉仪的一条光路中, 观察到有150条干涉条纹向一方移过. 若所用单色光的波长为 $\lambda = 5000 \overset{\circ}{\text{Å}}$, 求此玻璃片的厚度.

解: 设插入玻璃片厚度为 d , 则相应光程差变化为 $2(n-1)d = \Delta N \lambda$

$$\therefore d = \frac{\Delta N \lambda}{2(n-1)} = \frac{150 \times 5000 \times 10^{-10}}{2(1.632-1)} = 5.9 \times 10^{-5} \text{ m} = 5.9 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

十三章

13-12 单缝宽 0.10mm ，透镜焦距为 50cm ，用 $\lambda = 5000\text{Å}$ 的绿光垂直照射单缝。求：(1)位于透镜焦平面处的屏幕上中央明条纹的宽度和半角宽度各为多少？(2)若把此装置浸入水中($n=1.33$)，中央明条纹的半角宽度又为多少？

解：中央明纹的宽度为 $\Delta x = 2\frac{\lambda}{na}f$ 半角宽度为 $\theta = \sin^{-1} \frac{\lambda}{na}$

$$(1) \text{空气中, } n=1, \text{ 所以 } \Delta x = 2 \times 0.5 \times \frac{5000 \times 10^{-10}}{0.10 \times 10^{-3}} = 5.0 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\theta = \sin^{-1} \frac{5000 \times 10^{-10}}{0.10 \times 10^{-3}} = 5.0 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$(2) \text{浸入水中, } n=1.33, \text{ 所以有 } \Delta x = 2 \times 0.50 \times \frac{5000 \times 10^{-10}}{1.33 \times 0.10 \times 10^{-3}} \approx 3.76 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\theta = \sin^{-1} \frac{5000 \times 10^{-10}}{1.33 \times 0.1 \times 10^{-3}} \approx 3.76 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

13-13 用橙黄色的平行光垂直照射一宽为 $a=0.60\text{mm}$ 的单缝，缝后凸透镜的焦距 $f=40.0\text{cm}$ ，观察屏幕上形成的衍射条纹。若屏上离中央明条纹中心 1.40mm 处的P点为一明条纹；求：(1)入射光的波长；(2)P点处条纹的级数；(3)从P点看，对该光波而言，狭缝处的波面可分成几个半波带？

解：(1)由于P点是明纹，故有 $a \sin \varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ ， $k=1,2,3\cdots$

$$\text{由 } \frac{x}{f} = \frac{1.4}{400} = 3.5 \times 10^{-3} = \tan \varphi \approx \sin \varphi$$

$$\text{故 } \lambda = \frac{2a \sin \varphi}{2k+1} = \frac{2 \times 0.6}{2k+1} \times 3.5 \times 10^{-3} = \frac{1}{2k+1} \times 4.2 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

当 $k=3$ ，得 $\lambda_3 = 6000\text{Å}$ $k=4$ ，得 $\lambda_4 = 4700\text{Å}$

(2)若 $\lambda_3 = 6000\text{Å}$ ，则P点是第3级明纹；若 $\lambda_4 = 4700\text{Å}$ ，则P点是第4级明纹。

(3)由 $a \sin \varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ 可知，当 $k=3$ 时，单缝处的波面可分成 $2k+1=7$ 个半波带；当 $k=4$ 时，单缝处的波面可分成 $2k+1=9$ 个半波带。

13-15 波长为 5000Å 的平行单色光垂直照射到每毫米有200条刻痕的光栅上，光栅后的透镜焦距为 60cm 。求：(1)屏幕上中央明条纹与第一级明条纹的间距；(2)当光线与光栅法线成 30° 斜入射时，中央明条纹的位移为多少？解： $a+b = \frac{1}{200} = 5.0 \times 10^{-3} \text{ mm } 5.0 \times 10^{-6} \text{ m}$

(1)由光栅衍射明纹公式 $(a+b)\sin \varphi = k\lambda$ ，因 $k=1$ ，又 $\sin \varphi = \tan \varphi = \frac{x}{f}$

所以有 $(a+b)\frac{x_1}{f} = \lambda$ 即 $x_1 = \frac{\lambda f}{a+b} = \frac{5000 \times 10^{-10} \times 60 \times 10^{-2}}{5.0 \times 10^{-6}} = 6.0 \times 10^{-2} \text{ m} = 6 \text{ cm}$

(2) 对应中央明纹, 有 $k=0$ 正入射时, $(a+b)\sin\varphi=0$, 所以 $\sin\varphi \approx \varphi=0$

斜入射时, $(a+b)(\sin\varphi \pm \sin\theta)=0$, 即 $\sin\varphi \pm \sin\theta=0$

因 $\theta=30^\circ$, $\therefore \sin\varphi \approx \tan\varphi = \frac{x}{f} = \pm \frac{1}{2}$

故 $x = \frac{1}{2}f = \frac{1}{2} \times 60 \times 10^{-2} = 30 \times 10^{-2} \text{ m} = 30 \text{ cm}$ 这就是中央明条纹的位移值.

13-16 波长 $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ 的单色光垂直入射到一光栅上, 第二、第三级明条纹分别出现在

$\sin\varphi = 0.20$ 与 $\sin\varphi = 0.30$ 处, 第四级缺级. 求: (1) 光栅常数; (2) 光栅上狭缝的宽度;

(3) 在 $90^\circ > \varphi > -90^\circ$ 范围内, 实际呈现的全部级数.

解: (1) 由 $(a+b)\sin\varphi = k\lambda$ 式 对应于 $\sin\varphi_1 = 0.20$ 与 $\sin\varphi_2 = 0.30$ 处满足:

$$0.20(a+b) = 2 \times 6000 \times 10^{-10} \quad 0.30(a+b) = 3 \times 6000 \times 10^{-10} \quad \text{得 } a+b = 6.0 \times 10^{-6} \text{ m}$$

(2) 因第四级缺级, 故此须同时满足 $(a+b)\sin\varphi = k\lambda$ $a\sin\varphi = k'\lambda$

解得 $a = \frac{a+b}{4}k' = 1.5 \times 10^{-6}k'$ 取 $k'=1$, 得光栅狭缝的最小宽度为 $1.5 \times 10^{-6} \text{ m}$

(3) 由 $(a+b)\sin\varphi = k\lambda$ $k = \frac{(a+b)\sin\varphi}{\lambda}$ 当 $\varphi = \frac{\pi}{2}$, 对应 $k = k_{\max}$

$$\therefore k_{\max} = \frac{a+b}{\lambda} = \frac{6.0 \times 10^{-6}}{6000 \times 10^{-10}} = 10$$

因 ± 4 , ± 8 缺级, 所以在 $-90^\circ < \varphi < 90^\circ$ 范围内实际呈现的全部级数为

$k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 5, \pm 6, \pm 7, \pm 9$ 共 15 条明条纹 ($k = \pm 10$ 在 $k = \pm 90^\circ$ 处看不到).

13-19 已知天空中两颗星相对于一望远镜的角距离为 $4.84 \times 10^{-6} \text{ rad}$, 它们都发出波长为

5500 \AA 的光, 试问望远镜的口径至少要多大, 才能分辨出这两颗星?

解: 由最小分辨角公式 $\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$ $\therefore D = 1.22 \frac{\lambda}{\theta} = 1.22 \times \frac{5.5 \times 10^{-5}}{4.84 \times 10^{-6}} = 13.86 \text{ cm}$

13-20 已知入射的X射线束含有从 $0.95 \sim 1.30 \text{ \AA}$ 范围内的各种波长, 晶体的晶格常数为

2.75 \AA , 当X射线以 45° 角入射到晶体时, 问对哪些波长的X射线能产生强反射?

解：由布喇格公式 $2d \sin \varphi = k\lambda$ 得 $\lambda = \frac{2d \sin \varphi}{k}$ 时满足干涉相长

当 $k=1$ 时, $\lambda = 2 \times 2.75 \times \sin 45^\circ = 3.89 \text{ \AA}$ $k=2$ 时, $\lambda = \frac{2 \times 2.75 \times \sin 45^\circ}{2} = 1.91 \text{ \AA}$

$k=3$ 时, $\lambda = \frac{3.89}{3} = 1.30 \text{ \AA}$ $k=4$ 时, $\lambda = \frac{3.89}{4} = 0.97 \text{ \AA}$

故只有 $\lambda_3 = 1.30 \text{ \AA}$ 和 $\lambda_4 = 0.97 \text{ \AA}$ 的 X 射线能产生强反射.

十四章

14-7 投射到起偏器的自然光强度为 I_0 , 开始时, 起偏器和检偏器的透光轴方向平行. 然后使检偏器绕入射光的传播方向转过 130° , 45° , 60° , 试分别求出在上述三种情况下, 透过检偏器后光的强度是 I_0 的几倍?

解：由马吕斯定律有 $I_1 = \frac{I_0}{2} \cos^2 30^\circ = \frac{3}{8} I_0$ $I_2 = \frac{I_0}{2} \cos^2 45^\circ = \frac{1}{4} I_0$

$I_3 = \frac{I_0}{2} \cos^2 60^\circ = \frac{1}{8} I_0$ 所以透过检偏器后光的强度分别是 I_0 的 $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ 倍.

14-9 自然光入射到两个重叠的偏振片上. 如果透射光强为, (1)透射光最大强度的三分之一, (2)入射光强的三分之一, 则这两个偏振片透光轴方向间的夹角为多少?

解：(1) $I_1 = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha_1 = \frac{1}{3} I_{\max}$ 又 $I_{\max} = \frac{I_0}{2} \therefore I_1 = \frac{I_0}{6}$,

故 $\cos^2 \alpha_1 = \frac{1}{3}$, $\cos \alpha_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\alpha_1 = 54^\circ 44'$.

(2) $I_2 = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha_2 = \frac{1}{3} I_0 \therefore \cos \alpha_2 = \sqrt{\frac{2}{3}}$, $\alpha_2 = 35^\circ 16'$

14-10 一束自然光从空气入射到折射率为 1.40 的液体表面上, 其反射光是完全偏振光. 试求: (1)入射角等于多少?(2)折射角为多少?

解：(1) $\tan i_0 = \frac{1.40}{1}$, $\therefore i_0 = 54^\circ 28'$ (2) $y = 90^\circ - i_0 = 35^\circ 32'$

14-11 利用布儒斯特定律怎样测定不透明介质的折射率?若测得釉质在空气中的起偏振角为 58° , 求釉质的折射率.

解：由 $\tan 58^\circ = \frac{n}{1}$, 故 $n = 1.60$