

中学物理思维方法丛书

顾 问 周培源 于光远
序 言 阎金铎
主 编 王溢然 束炳如
编 委 (按姓氏笔划为序)
王明秋 王溢然 刘宗贤
束炳如 岳燕宁 谢 凯
本册作者 王溢然 徐燕翔
插 图 朱 然

“……某些永恒的定律存
在于上帝的头脑之中并统
治着整个宇宙。”

托马斯·阿奎那

(中世纪罗马著名哲学家)

序 言

在中学物理教学过程中,学生获取知识的同时,要重视从科学宝库中汲取思维营养,加强科学思维方法的训练。

思维方法是一个很大的范畴,有抽象思维、形象思维、直觉思维等。以抽象思维而言,又有众多的方法,在逻辑学中都有较严格的定义。对于以广大中学生为主的读者群,就思维科学意义上按照严格定义的方式去介绍这众多的思维方法,显然是没有必要的,也是不会收到成效的。由王溢然、束炳如同志主编的这套丛书,不追求思维科学意义上的完整,仅选取了在物理科学中最有影响、中学物理教学中最为常见的这些思维方法(包括研究方法)为对象,在较为宽泛的意义上去展开,立意新颖,构思巧妙。全套丛书共 13 册,各册彼此独立,都以某一二类思维方法为主线,在物理学史的恢宏长卷中,撷取若干生动典型的事例,先把读者引入到饶有兴趣的科学氛围中,向读者展示这种思维方法对人类在认识客观规律上的作用。然后,围绕这种思维方法,就其在中学物理教学中的

功能和表现、以及其在具体问题中的应用作了较为深入、全面的开掘,使读者能从物理学史和中学物理教学现实两方面较宽广的视野中,逐步领悟到众多思维方法的真谛。

这套丛书既不同于那些浩繁的物理学史典籍,也有别于那些艰深的科学研究方法论的专著,但却兼容了历史和方法、照顾了普及与提高、联系了中学教学实际、突出了对中学物理教学的指导作用和具体应用。文笔生动、图文并茂,称得上是一套融史料性、科学性、实用性、趣味性于一体的优秀课外读物。无论对广大中学生(包括中等文化程度的读者)还是中学物理教师、教学研究人员以及师范院校物理专业的大学生,都不无裨益。

科学研究是一项艰巨的创造性劳动。任何科学发现和科学理论都是在一定的背景下,经过科学家精心的实验观测、复杂的思维活动后的产物。在攀登道路上充满着坎坷和危机,并不是一帆风顺、一蹴而就的。科学家常常需及时地(有时甚至是痛苦地)调整自己的思维航向,才能顺利抵达成功的彼岸。因此,任何一项科学新发现、一种科学新理论的诞生中,决不会仅是某种单一思维活动的结果。这也就决定了丛书各册在史料的选用上必然存在的某些重复和交叉。这是一个不足之处,但反过来却可转化为使读者的思维层次“多元化”的一个优点。不过,作为整套丛书来说,如果在史料的选用上搭配得更精细一些、思维活动的开掘上更为深刻一些,将会使全书更

臻完美。

我把这套丛书介绍给读者,一方面希望引起广大中学生的兴趣,能从前辈科学家思维活动轨迹中汲取智慧,活化自己的灵感,开发潜在的智能;另一方面希望中学物理教师在此基础上继续开展对学生思维方法训练的研究,致力于提高学生的素质,以适应新时期的需要。

我也真诚地希望这套丛书能成为图书百花园中一朵惹人喜爱的花朵。

阎金铎

1992年10月

引 言

守恒,是对由若干物体所组成的系统而言的.在物质世界的不断运动变化过程中,一个具体系统中各个物体的某些物理特征量的总量,在满足一定条件时可以保持不变,即守恒.这是系统的一个重要特性.在现代粒子物理学中,守恒量与对称性密切相关.粒子的对称性表现为它们反应中的守恒律.物理学家常根据方便,交替使用过程对称性和相应的守恒律.但这些较为艰深的内容,不属于本书的任务.

在这本小册子中,我们先简单阐释守恒思想的产生、完善和发展;接着,以物理学史上某些典型事例指出守恒思想在人们科学认识上的作用;最后,联系中学物理教学实际,探讨守恒思想的教学功能,并列举了较为丰富的例题,说明它在分析和研究具体物理问题中的应用.

如果广大读者、尤其是中学生朋友们,通过阅读本书,能加深对守恒思想的认识,有助于应用守恒思想去分析和研究有关的实际问题,作者将感到无比的欣慰.

作 者

于 1992—1993

目 录

序言

引言

一、守恒思想的形成与发展	(1)
1. 守恒思想的历史渊源	(1)
2. 守恒思想的实验基础	(2)
3. 守恒思想的完善发展	(21)
二、守恒思想的科学意义	(30)
1. 解释新现象	(30)
2. 预言新事物	(38)
3. 指导新理论	(47)
4. 启迪新发明	(56)
三、守恒思想的教学功能	(62)
1. 帮助理解概念实质	(62)
2. 深刻揭示规律内涵	(69)
3. 圆满解释物理现象	(81)
4. 巧妙指导实验设计	(87)
5. 澄清容易混淆的问题	(91)
四、守恒思想在解题中的应用	(97)
1. 用守恒定律解题的特点	(97)
2. 用守恒定律解题的步骤	(100)

3.应用守恒定律解题举例	(103)
结束语	(167)
主要参考资料	(168)

一、守恒思想的形成与发展

古希腊伟大的哲学家柏拉图(Plato,前417—前347)在2300多年前就说过:“真正爱好知识的人永远追求实在,不肯止于只是表面存在的种种现象。”守恒思想以及作为其具体体现的守恒律,正是蕴藏于自然界色彩缤纷的表面现象之中的某种“实在”。她如同其他伟大思想一样,经过了漫长的孕育过程。

1. 守恒思想的历史渊源

“守恒”思想最先是物质不灭、运动永恒上开始萌芽的。中国战国时代(公元前265年—470年)的一个重要学派——墨家所著的《墨经》中已经含有朴素的物质不灭和运动永恒思想。《墨经》中说道:本来没有的就不会有,已经有的也不可能消灭。并且指出,具体事物可以有增减变化,但物质的总量却并不会增加或减少,加起来的总量还与过去一样多。《墨经》中还认为,当物体运动时,若要让它停止运动,就要对它施加作用,如作用不够强,物体的运动就不会停止。

到了中世纪*,中国科学因不像西方那样受到教会粗暴的干涉,一度非常繁荣。宋、元时期达到了高峰,出现了一大批杰出的科

* 欧洲通常把公元5—15世纪称为中世纪。

学家,对物质和运动也有了更加深入的认识.如王夫之(1619—1692,别号船山先生)就曾明确地指出,运动既不能创生,也不能消灭.并从燃烧、汽化和升华三种物质形态变化现象提出了物质不灭的观点.

英国著名科学史专家李约瑟在评价中国中世纪的科学时说:“在公元3世纪到13世纪之间,(中国)保持一个西方所望尘莫及的科学知识水平……”

不过,当时的中国科学,主要还只是零星的贡献,大多是定性的描述,缺乏定量的分析,没有能够提出科学的基本概念,形成系统的科学理论.对物质不灭、运动永恒的认识同样如此,其中许多论点还停留在哲学的思辩上.

对于能的守恒和转化的认识,更是可追溯到距今四五十年前我们祖先对火的利用.原始人学会人工摩擦取火,这就是把机械运动转化为热的过程.以后人们又学会用风力、水力来运转机械、驱动车船,这是在机械能中实现势能与动能的转化.

西方一些古代的哲人,也很早就形成了物质不灭、运动永恒等守恒思想.如古希腊原子论学说的创始人留基伯(Leucippus of Miletus,约前500—约前440)和他的学生德谟克利特(Democritus of Abdera,前460—前370)都认为,宇宙万物都由原子组成,它们既不能创生,也不能消灭,亘古以来就在无限的虚空中永远运动着.

由此可见,关于守恒思想东西方都有着悠久的渊源.

2. 守恒思想的实验基础

物理学中的伟人爱因斯坦(A. Einstein, 德国, 1879—1955)说过:“纯粹逻辑思维不能给我们任何经验世界的知识;所有真实的知识都是从经验出发并在经验中完成.”

守恒思想也是这样,它决不能只是哲学家的纯粹的思维,必须以物理学家坚实的实验为基础,才能成为真正的知识。

下面,我们具体体现守恒思想的动量守恒、质量守恒、能量守恒、电荷守恒等产生的实验基础作一介绍。

(1) 惠更斯对碰撞的研究与动量守恒

早期的
认识

最早提出动量概念和动量守恒思想的是意大利的物理学家伽利略(G. Galilei, 1564—1642)。他在研究打击现象时首先认识到打击效果与锤子的重量和速度有关。他把物体的重量与速度之积称为“力”,首次提出了近乎正确的动量概念。

为了研究打击力的作用,伽利略做了一个实验:在天平横梁的一端悬挂两个小筒,一个筒内盛水,筒底有一个可以启闭的小孔;另一个空筒挂在它的下面,天平横梁的另一端挂一个平衡物(图1)。伽利略原来以为,当水从上面的小筒流

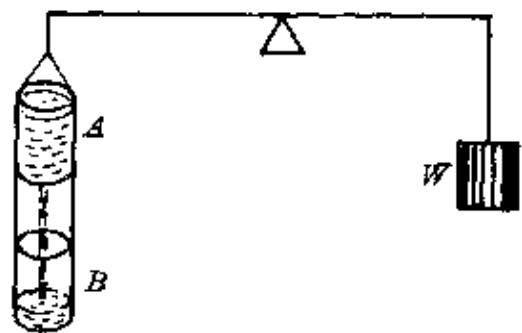


图 1

出而落在下筒的底部时,冲击力将使天平横梁向着挂有小筒的一侧偏斜。他并且设想可以通过加大平衡物重量的方法恢复天平的平衡,从而可以测出水流冲击力的大小。但是,实验的结果却出乎伽利略的意料之外。当水开始从上面的小筒流出时,平衡物非但不上升反而下降。当水落到下面的小筒底部时,平衡物重又逐渐上升到原来的高度,天平又呈平衡。

伽利略对这个实验结果是这样解释的:当水从上面的小筒底部流出还未到达下筒的底部时,好像水从天平上被拿走了一样,因

此挂小筒一边重量减小,于是另一侧的平衡物就下降.一旦水落到下筒的底部时,由于水的冲击作用又使平衡物上升.水的这个冲击作用的大小,跟水从上面筒底的小孔落到下筒的过程中所获得的速度有关.

虽然伽利略并没有给出定量的结果,也未曾考虑到水从小孔流出时的反冲作用,但伽利略的这个实验,无疑是关于动量定理的一个例证.

继伽利略之后,法国数学家和哲学家笛卡儿(R. Descartes, 1596—1650)受他的朋友比克曼(I. Beeckman, 荷兰, 1588—1677)的影响,从对碰撞的研究中提出了动量守恒原理.他在1644年出版的《哲学原理》中写道:“物质有一个一定量的运动,这个量是从来不增加也不减少的.虽然在物质的某些部分有时有所增减.”并提出了几条第二级的定律.笛卡儿把质量与速度的乘积(mv)作为“运动量”的量度.笛卡儿的动量守恒原理实际上也是他的哲学思考的结果,并且,他在对碰撞的研究中也存在着严重的不足,没有区分弹性碰撞和非弹性碰撞,同时也没有认识到动量的矢量性.

一个悬赏实验

动量守恒定律的确立可以说与荷兰物理学家惠更斯(C. Huygens, 1629—1695)是分不开的.从1652年起,惠更斯对笛卡儿碰撞定律的正确性产生了怀疑,而英国皇家学会上面的一个悬赏实验,又促进了他的研究.

1666年,刚成立不久的英国皇家学会,在其例会上表演了这样一个实验:用两根细绳竖直悬挂着两个质量相等的钢球,静止时两球恰好互相接触靠在一起.使其中一个A球偏开一个角度后放下,撞击另一个B球,B球将上升到与A球原来偏离竖直线几乎相等的高度的地方,而A球则静止;然后,B球下落又撞击A球,B球静止,A球又升到几乎是原来的高度.以后,两球将交替往复多

次(图 2).

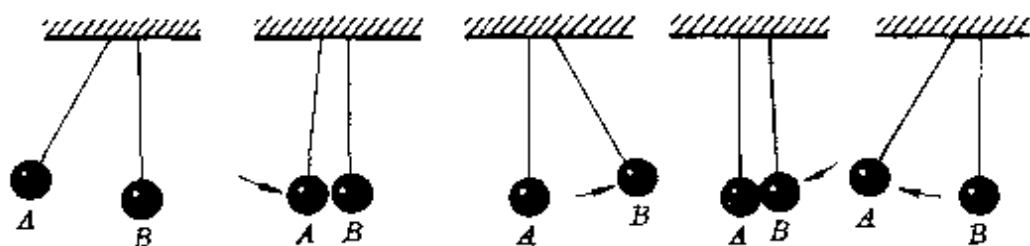


图 2 皇家学会上的表演

这个实验引起了与会科学家的极大兴趣. 但如何解释这一现象呢? 当时莫衷一是. 为此, 皇家学会悬赏征解.

惠更斯的研究

英国数学物理学家瓦利斯 (J. Wallis, 1616—1703) 和数学家、建筑师雷恩 (C. Wren, 1632—1732) 都向皇家学会提交了关于碰撞的论文. 但他们都不如惠更斯对碰撞问题研究得全面和深入. 惠更斯细致地分析了弹性碰撞的各种情况 (质量相等的和不等的; 速度相同的和不同的以及三个物体的连续碰撞等), 他还颇具匠心地运用相对性原理进行论证——设想在做匀速直线运动的船上有两个质量相同的球以相对于船相同的速度做对心碰撞, 碰后它们将以相对于船相同的速度弹开. 对于站在岸上的观察者来说, 这两个相同的球以不同速度发生对心碰撞后, 将彼此交换速度. 作为一个特例, 一个运动球与另一个质量相等的静止球发生对心碰撞, 必然是运动球立即静止, 原来静止的球以运动球的速度运动. 这正是皇家学会上的实验结果.*

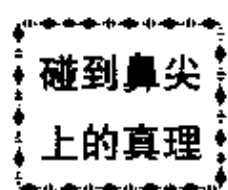
惠更斯不仅纠正和发展了笛卡儿的动量概念, 指出了动量的矢量性, 还对动量守恒定律作了完善的表述. 惠更斯在论文中写

* 惠更斯对这一结果的证明中还指出: “两个物体的碰撞中, 它们的质量和速度平方乘积的总和, 在碰撞前后保持不变.” 这就是弹性碰撞中的动能守恒.

道：“两个物体所具有的运动量在碰撞中都可以增多或减少，但是它们的量值在同一个方向的总和却保持不变，如果减去反方向的运动量的话。”他还指出：“两个、三个或任意多个物体的共同重心，在碰撞前后总是朝着同一方向做匀速直线运动。”

通过对碰撞实验的研究，动量守恒定律终于得到了严格的论证，而这一定律的建立也为牛顿建立作用与反作用定律准备了一定的条件，从而完成了伽利略以来为建立力学体系而作的奠基性工作。

(2) 拉瓦锡的煅烧金属实验与质量守恒



定量证明物质不灭——质量守恒，是从对燃烧本质的认识上起飞的。

17世纪以来，已有不少人通过对燃烧和呼吸作用的研究，认识到空气中含有两种性质截然不同的气体，但由于当时盛行着燃素说^{*}，阻碍着人们认识的进一步深化，即使对于已碰到鼻尖上的真理都无法抓住。

1773年，瑞典药剂师舍勒(C. W. Scheele, 1742—1786)分解硝酸盐、氧化物、碳酸盐制得了氧气，舍勒把它称为“火空气”或“火气”。他在实验中发现，把磷封闭在容器里燃烧时，变成磷酸酐，而容器里的空气体积减少了 $\frac{1}{5}$ ，剩下的 $\frac{4}{5}$ 的气体都不能使物体继续燃烧。早在1673年，英国的波意耳(R. Boyle, 1627—1691)做了金属煅烧实验后就发现，封闭在容器内的金属被煅烧以后，重量均有

* 燃素说认为自然界中存在一种构成火的元素，即燃素。燃烧是物体同燃素分解的过程，物体失去燃素就剩下灰渣，灰渣吸收燃素后又变成可燃物。一切化学反应都是燃素的表现。

所增加,如今舍勒发现了空气的减重.如果两个人的发现结合起来,燃烧的奥秘就能揭开了.遗憾的是,波意耳没有称量容器中的空气和金属在燃烧前后的总重量,而是假设有一种火微粒跑进容器;舍勒则是燃素说的信徒,认为燃烧就是释放燃素,同样没有称一下磷酸酐的重量.真理已碰到鼻尖,终因思想上被旧观念所束缚,没有再往前一步而失之交臂.

无独有偶,1774年,英国化学家普里斯特里(J. Priestley, 1733—1804)用一个直径为1英尺的聚光镜加热氧化汞时也独立制得了氧气,但他并没有认识到自己制得的气体是一种新元素.虽然他将老鼠放在这种气体中,发现能比在等体积的寻常空气中存活时间约长4倍;他自己也曾亲自尝试了一下,“觉得这种空气使呼吸轻快了许多,使人感到格外舒畅”.但他也是个极虔诚的燃素说信徒,认为从氧化汞分解出来的仅是一点燃素都没有的空气,因此它吸收燃素的本领特别强,格外助燃.

舍勒和普里斯特里制造了摧毁燃素说的武器,但他们却不会使用这件武器.



接过舍勒和普里斯特里制造的武器,彻底摧毁燃素说,引起一场化学大革命的是法国化学家拉瓦锡(A. L. Lavoisier, 1743—1794).

拉瓦锡的工作特点是注重物质的量的研究,善于以天平作为研究化学的工具.

1774年,他用锡和铅做了著名的金属煅烧实验.不过他比波意耳高明,不仅精确称量了锡和铅的重量,把它们分别放在曲颈瓶中密闭,又准确称量了金属与容器的总重量.然后加热煅烧,使锡和铅都变为煅灰(氧化物).当他确认加热前后的总重量不变后,立即发现金属煅烧后增加的重量刚好等于容器内空气减少的重量.

可见,燃烧只能是物体同空气化合的结果,这样很快就得到了波意耳和舍勒所不可能得到的结论。

接下来的问题是需弄清楚煅烧金属究竟是整个空气与金属化合,还是空气中的某种气体与金属化合。拉瓦锡认为,最有说服力的是设法从煅灰(氧化物)中把这种气体取出来。他先用铁煅灰进行试验,但没有成功。后来他在普里斯特里用聚光镜分解氧化汞实验的启发下,于1775年作了加热氧化汞制取氧气、以精确的定量研究空气成分的“十二天实验”。他在一个氧化汞的合成与分解的实验中,将45份重的氧化汞加热分解后,恰恰得到41.5份重的金属汞和3.5份重的氧,严格证明了参与反应的物质的总重量在反应前后保持不变。以后,拉瓦锡又做了大量的燃烧试验,不仅有力地否定了燃素说,建立了正确的燃烧的氧化学说(即燃烧或金属变成氧化物是与氧化合的结果),被誉为“真正发现氧气的人”,也精确地用实验证明了物质不灭定律。

人们说,18世纪法国有两次大革命。一次是政治大革命,另一次就是拉瓦锡所发起的化学大革命。虽然拉瓦锡一生没有发现过新物质,没有设计过新仪器,也没有改进过制备方法,然而拉瓦锡在化学史上的功勋是不朽的。拉瓦锡的伟大之处在于:他能够把别人的实验工作承受下来,并用自己的定量实验加以补充、修正与加强,通过严格的合乎逻辑的步骤,阐明所得实验结果。拉瓦锡于1789年出版的名著《化学纲要》,完全可以和牛顿的《自然哲学的数学原理》相媲美。

因此,从某种意义上可以说,波意耳、舍勒、普里斯特里等人只是制造了一批砖瓦,而用这些砖瓦建成化学大厦的则是拉瓦锡。

(3) 焦耳对热功当量的测定和能量守恒

机械的 牛马特性

早在公元1—2世纪,赫伦从人们对力学的研究中就提出了力的黄金原则:作用力减小到几分之一,速度也就减小到几分之一。后来,伽利略把这一原理表述为:在力方面得到的,必在速度方面失去。也就是说,任何一种机械,要省力必须降低速度。这个特性与牛和马的情况相似——牛耕地运动速度较小,但能产生较大的力;马拉车运动速度较大,但能提供的力较小,因此工程上把它形象地称为机械的“牛马特性”。这正是机械能守恒的一个必然结果。

其实,伽利略早已走到了机械能守恒的大门口。他根据著名的斜面实验作出推理,物体在自由下落中所达到的速度,能够使它跳回到原来的高度,但不会更高。只是当时还没有“能”的概念,当时科学的发展还没有达到充分揭示各种运动形式之间联系的地步,因此伽利略不可能得出机械能守恒定律,当时的科学家也不可能从机械能守恒引申出普遍的能的转化与守恒的结论。

三大困难

能的转化和守恒思想,经过了许多艰难曲折,通过许多科学家的努力,直到19世纪才明确起来。它较晚才被人们所确认,是因为在能的转化和守恒的攀登路上有着三大困难。

第一,各种运动形式很难找到一种统一的量度。在机械运动的量度问题上,从17世纪80年代起,就引起了莱布尼兹(G. W. F. V. Leibniz, 德国, 1646—1716)和笛卡儿的争论。笛卡儿继承伽利略的观点,以 mv 作为运动的量度。这个观点,后来也得到牛顿等一些物理学家的支持。莱布尼兹从对落体运动的分析中,指出在自由落体中守恒的不是 mv , 而是 mv^2 。他把 mv 称为“死力”, 把 mv^2 称为

“活力”.认为“死力”对杠杆、滑轮等简单机械的运动量度是有效的,而物体真正运动的量度,应该是“活力”.

机械运动的量度尚且如此争论不下,对一般运动的量度自然更为困难了.

第二,热质说的流行妨碍人们对能的转化和守恒的认识.热质说是18世纪广为流行的解释热的本质的一种错误学说.它认为热是一种特殊的、没有质量的、充满整个物体的流体.热现象是由于热质的流动所造成的.既然热质说把热看作一种物质,也就不可能认识热和机械运动的转化了*.

第三,热衷于对永动机的追求.长期以来,许多科学家都有一个错觉,以为物质不可能源源不断地产生,运动却可以这样.当人们醉心于永动机的发明时,自然不会想到能的转化和守恒.

诞生条件 从伽利略以来到19世纪40年代,经过漫长的孕育过程,才从理论概念到应用技术上为能的转化和守恒定律的诞生准备了条件.

在理论上,随着动力学的发展,逐渐形成了“功”和“能”的概念.

从1820年起,“功”这个概念首先在工程技术论著中被逐渐确立.1829年,法国工程师彭塞利(J. V. Poncelet, 1788—1867)明确推荐了“功”这一术语,并提出机械过程中的能量守恒原理:功的代数和的二倍等于活力(mv^2)的和.后来就演变为动能定理.用公式表示为

$$2\sum W = \sum mv^2,$$

* 关于热质说的产生背景、当时的地位及以后伦福德实验对热质说的打击,读者可参阅本丛书《猜想与假设》.

或

$$\sum W = \sum \frac{1}{2} mv^2^*$$

“能量”概念,最早是由英国物理学家托马斯·杨(T. Young, 1773—1829)于1807年提出的.直到1853年才被汤姆逊(W. Thomson, 英国,1824—1907)所采用.此时,“势”的概念也已得到了普遍的应用.

永动机的迷恋者已从“发明家”一次次失败中醒悟,热质说也因18世纪末伦福德(C. Rumford, 英籍,1753—1814)实验而受到严重打击.这样,到了19世纪40年代,关于能的转化和守恒所必需的基本概念,大体已准备就绪.

在实践上,进入19世纪后,科学技术的发展已开始揭示了自然界各种运动的联系与转化.

1800年,意大利帕维亚大学自然哲学教授伏打(A. Volta, 1745—1827)制成了“伏打电堆”(图3),实现了化学运动与电运动的转化.后来人们很快利用它所提供的稳定的持续电流进行电解,又实现了电运动向化学运动的转化.

1820年,丹麦物理学家奥斯特(H. C. Oersted, 1777—1851)发现了电流的磁效应,揭示了电和磁的联系,实现了电能向机械能的转化.

1821年,德国物理学家塞贝克(T. J. Seebeck, 1780—1831)首先发现了“温差电”现象(当用铜导线与铋导线连成一闭合电路后,两

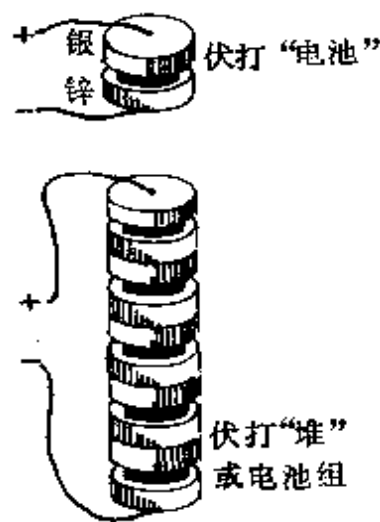


图3 伏打电堆

* 动能定理的正确表达式为 $\sum W = \Delta E_k$, 当初速为零时,可表为 $\sum W = \frac{1}{2} mv^2$.

个结点间出现了温差时,导线上会产生电流);1834年,法国物理学家珀耳帖(J. C. A. Peltier, 1785—1845)发现了它的逆效应(当有电流通过两种金属结点处时,会发生温度变化).1840年和1842年,焦耳和楞次(H. F. E. Lenz, 俄国, 1804—1865)分别发现了电热定律,定量论证了电能与热能的转化关系.

1831年,法拉第(M. Faraday, 英国, 1791—1867)发现电磁感应现象并制成发电机,实现了机械能与电能的转化.

此外,紫外线化学作用的发现(1801年),用光照金属极板改变电池电动势的发现(1839年),光的偏振面的磁致偏转现象的发现(1845年),……都从不同侧面反映了各种自然现象间的联系与转化.

总之,到了19世纪40年代前后,欧洲科学界已经普遍蕴含着一种气氛,认为应该以一种相互联系的观点去认识自然.于是,在西欧的几个不同行业中出现了几位先驱者.

第一个对能量转化和守恒定律作出重大贡献的是
**可敬的
先驱者** 法国青年工程师卡诺(S. Carnot, 1796—1832).他通过对热机的研究,于1830年,在笔记本中明确提出了热的分子运动论与能量守恒和转化定律,得出了热的机械当量为370千克力·米/千卡(现在公认值为427千克力·米/千卡).可惜卡诺青年夭亡,他的遗稿被长期搁置,直到1878年才公布于世.这时,能的转化与守恒早已是人们公认的一条基本规律了.

卡诺之后,德国生理学家莫尔也曾于1837年在《论热的本质》一文中,表述了类似的思想.

1839年,法国的工业革命家M·塞贯也算出了热的机械当量.

1840年,瑞士的黑尔斯(Hess, 1802—1850)提出了化学反应中释放热量的重要定律:在化学反应中释放的能量是一个跟中间过

程无关的恒量.它已揭示了化学变化过程中的能量守恒关系.

可惜,先驱者的这些结果,有的没有及时发表,有的发表后没有引起应有的重视.在科学的攀登道路上,不仅科学家常会蒙受巨大的精神创伤,科学发现也常会“蒙难”.

不过,生产力的发展已发出强大的召唤力,欧洲已处于山雨欲来风满楼的境地,能量转化和守恒定律发现的时机已经成熟.

划时代
的一年

第一个发表能量转化和守恒定律的,是德国的青年医生迈耶(J. R. Mayer, 1814—1878). 1840年,迈耶随船从荷兰驶往东印度.一日,船行至爪哇岛,一些海员不幸生了病.迈耶按他在德国治这种病的办法,在静脉管上扎针放血,偶然发现病员的静脉血比在欧洲时更为鲜红,这使迈耶感到很奇怪.经过思考,迈耶从拉瓦锡的氧化燃烧理论中得到启发,他认为,人的体温是靠氧在人体内产生的热来维持的,血液中的红色素是血液中进行氧化反应的产物.在赤道附近,气候炎热,人的体温不需用许多氧来维持,血液中的氧消耗不多,因此静脉管里的血更为鲜红.

由此,迈耶展开了联想:人体的热是怎样产生的呢?是由于心脏的运动吗?他计算了一下,一颗约500克的肝脏,由它的运动根本不能维持人的体温.迈耶认为,这一定是从人体内的食物所含的化学能转变为热能的缘故.

回国后,迈耶继续进行研究.他在一家纸厂设计了一个实验,通过搅拌纸浆,测出纸浆的升温,计算出一定量的机械功所产生的热.他还从空气的定压比热 c_p 和定容比热 c_v 的关系计算出1卡热量相当于3.58焦耳的功(现在公认值是4.184焦耳).他从机械能与热能的关系中,扩展到其他现象,逐步形成了一切能量都可以相互转化的思想.

1842年,迈耶在他的论文《论无机界的力》中,明确提出“力是不灭的、能转化的、无重量的客体”的观点*。所以恩格斯称1842年为划时代的一年。1845年,迈耶在自费发表的又一篇论文中,又进一步指出“物体的量,守恒不变,这是一条最高的自然法则,它既适用于物质,也适用于力”。迈耶还借助各种机会到处热情洋溢地宣传他的能的转化思想。他大声演说:“你们看,太阳把力洒向地球,地球决不会让这些力浪费掉,就到处布满了植物,它们生长着,吸收着阳光,并生出各种化学物质,……”

迈耶的思想非常活跃,研究的范围很宽广,他还指出生命过程中所发生的只是物质和力的转换而不是它们的创造,估算了太阳能量的消耗,……可是,迈耶本人的遭遇却很不幸,不仅他的研究成果不被重视,还被关进了疯人院。科学史上许多伟大的发现者、发明家,往往连同他们的成果一起遭到厄运。

测了40年
J值的
焦耳

如果说,迈耶首先提出的能量转化和守恒定律还较多地具有理论思维的话,那么,最先用实验确立能量转化和守恒定律的则是酿酒师出身的焦耳(J. P. Joule, 英国, 1818—1889)。

焦耳最初是从磁电机做功的发热现象,开始对电流的热效应进行定量的研究。他在玻璃管中装入水银,通以强弱不同的电流,测定一定时间内水银温度的变化。在1840年写的论文《论伏打电所产生的热》中,焦耳得出了这样的结论:在一定时间内伏打电流通过的金属导体产生的热与电流强度的平方和导体电阻的乘积成正比。这就是后来以他的名字命名的焦耳电热定律。

焦耳在研究电流热效应时想到,磁电式发电机的感应电流应

* 迈耶所说的力,就是能量的意思。

该与来自化学电源的电流一样地产生热效应。于是，在 1843 年焦耳又设计了这样一个实验：使一个绕在铁心上的小线圈在电磁铁的两极间转动产生感应电流，把线圈放在盛水的量热器内并测出水温的升高，他同样得到小线圈里感应电流产生的热量正比于电流强度平方的结论。焦耳从这个实验中领悟到一个具有普遍的事实：热和机械功可以互相转化，在转化过程中遵从一定的当量关系。焦耳说：“在证明了热可以用磁电机生成，……探求热和得到的或失去的机械功之间是否存在一个恒定的比值，就成了十分有趣的课题。”这样，焦耳就开始走上了漫长的热功当量测定的研究历程。

焦耳第一次进行热功当量的测定实验是这样做的：在磁电机线圈的转轴上绕两条细线，跨过相距约 30 码（1 码 = 0.9144 米）高处的两个定滑轮，细绳两端挂有几磅重（1 磅 = 0.3732 千克）的砝码，线圈浸在量热器的水中。从砝码的重量和下落距离可以算出机械功，从温度计的示数变化可算出热量。焦耳共做了 13 组实验，得出了一个平均结果：能使 1 磅水的温度升高华氏 1 度（华氏 1 度等于摄氏 1 度的 $\frac{5}{9}$ ）的热量，等于（并可以转化为）把 838 磅重物举高 1 英尺（1 英尺 = 0.3048 米）的机械力。用现在的单位表示，为 4.50 焦/卡。这一结果总结在他于 1843 年 8 月 21 日在柯克举行的英国学术协会上宣读的论文《论磁电的热效应和热的机械值》中。

遗憾的是，焦耳的研究并没有立即引起人们的注意。英国皇家学会拒绝发表他的两篇论文，焦耳申请的自然哲学教授候选人也因他的容貌缺陷而未被获准。于是，焦耳在酿酒生涯中继续进行业余研究。

1844 年，焦耳又做了测定空气在压缩和膨胀时产生热量变化求得热功当量的实验。

1847年4月,焦耳在曼彻斯特作了一次通俗的学术讲演,介绍他用铜制翼轮搅动水,使水升温,用砝码下落提供的动力转动翼轮的新实验.6月,在牛津举行的英国科学促进协会的会议上,焦耳争取到了介绍他的最新实验的机会,报告了测得热功当量的实验结果.

1849年6月21日,焦耳通过法拉第向皇家学会递交了著名的论文《论热的机械当量》.他全面整理了用摩擦水、水银和铸铁测定热功当量的方法,宣布了他的最新实验结果.用现在通用单位表示如下:

用水的测定值为 4.154 焦/卡,

用水银的测定值为 4.156 焦/卡,

用铸铁的测定值为 4.165 焦/卡.

焦耳经过对实验结果的分析,在论文的结论中,他取值(以现在的单位表示)为 4.155 焦/卡.这比现在的公认值仅小约 7%,对一百多年前的实验条件来说,已是非常不容易了.

1850年,焦耳终于被选为英国皇家学会会员,这标志着能量转化和守恒定律已正式得到了公认.

以后,焦耳并没有停止这方面的工作,一直进行到 1878 年.焦耳从 19 世纪 40 年代起,经历 40 年沧桑,先后做了 400 多次实验,从一个二十多岁的年轻小伙子,直到变成一个六十多岁的白发老人,呕心沥血为着一个实验——测定热功当量.他以日益精确的数据,无可辩驳地证明了各种形式的能量之间互相转化和守恒的普遍规律.焦耳这种孜孜不倦以毕生精力献身科学事业的精神,堪称科学界的楷模.

共同发现的财富

能量转化和守恒定律,不仅孕育时间长,经受磨难多,而且还具有“同时发现”的特点.1847年当焦耳在英国报告他的能量转化和守恒定律时,26岁的德国物理学家亥姆霍兹(H. Helmholtz, 1821—1894)也在柏林物理学会上宣读了他从研究动物热的途径中发现的能量转化和守恒定律的论文:《活力的守恒》.此外,几乎与迈耶、焦耳、亥姆霍兹的发现同时,英国科学家兼律师格罗夫(W. R. Grove, 1811—1896)、丹麦物理学家柯尔丁(L. A. Colding, 1815—1888)等也都表述出了能量转化和守恒定律,测定了热功当量.还有如德国化学家李比希(J. Liebig, 1803—1873)、英国物理学家法拉第等.不同国家、不同专业的十多位科学家,从不同途径去研究同一个问题,足见能量转化和守恒定律的诞生已是历史的必然.他们各自独立地发现这条定律,无疑是已经给了这条定律充分的证明.虽然包括焦耳和亥姆霍兹在内都愉快地承认了迈耶对发现这条定律的优先权,事实又说明了焦耳对这条定律奠定了最坚实的实验基础,但历史是决不会忘记每一个为此作出贡献的人的.能量转化和守恒定律应该是前辈科学家共同发现的财富.

(4)富兰克林莱顿瓶实验和电荷守恒

莱顿瓶

荷兰莱顿大学的物理教授穆欣布罗克(P. V. Musschenbrock, 1692—1761)在进行电学实验时,经常碰到一件讨厌的事:好不容易起得的电不多久就在空气中逐渐消失了.他迫切希望找寻一种能贮电的仪器.1745年穆欣布罗克做了一个实验,试图把电贮藏在盛水的瓶中.他将一支枪管悬挂在空中,用起电机与枪管连着,另用一根铜线从枪管中引出,浸在一个盛水的玻璃瓶中.他让助手一只手握着玻璃瓶,自己在旁摇动起电

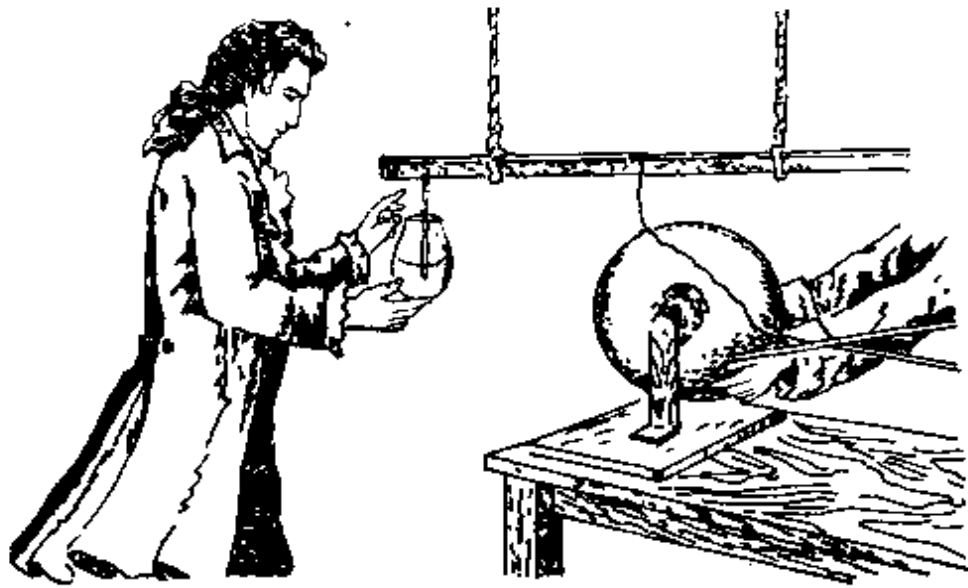


图 4 贮电试验

机(图 4).这时助手不小心将另一只手触到枪管上,猛然感到一次

强烈的电击,不禁喊了起来.

穆欣布罗克于是与助手互换了位置,他自己拿着装水的瓶子,

让助手摇动起电机.这时

他用另一只手去碰枪管,立即

他的“手臂和身体产生一种无法形容的恐怖感觉”.据说,穆

欣布罗克发誓,即使把全法兰

西帝国赠与他,也不愿再做这个

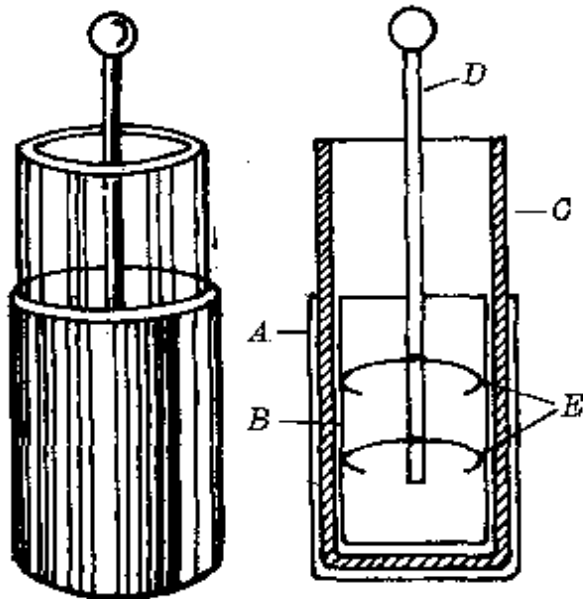
试验了.不过由此他得出了

结论:把带电体放在玻璃瓶内

可以把电保存起来.只是当时

他还不清楚保存电的作用是

玻璃瓶子,还是瓶内的水?法



(a)
外貌

(b)
构造示意图

A 和 B—锡箔 C—玻璃瓶 D—金属杆
E—接触用的弹性金属片

图 5 莱顿瓶

国电学家诺莱特(J. A. Nollet, 1700—1770)把这个能蓄电的瓶子称为莱顿瓶*。

以后,莱顿瓶经过改进,在玻璃瓶的内外都贴上金属箔(锡箔或铝箔),瓶盖上插一根金属杆,它的顶端附一个金属球,金属杆通过弹性金属带和内层金属箔接触(图5)。这样的莱顿瓶实际上就是电容器的原始形式。

莱顿瓶的发明,为电学研究提供了一种有效的贮电方法,对电现象的深入研究、对电知识的传播和应用都起了很重要的作用。

富兰克林 实验

1746年,英国物理学家考林森(P. Coullinson)向美国费城的富兰克林(B. Franklin, 1706—1790)赠寄了一只莱顿瓶,并介绍了使用方法。于是,富兰克林就用莱顿瓶做了一系列实验,在电学研究上作出了重要的贡献。

1747年,富兰克林用莱顿瓶做了一个实验,并在11月给考林森的信中作了详细的描述。大意是:让甲、乙两人分别站在绝缘的石蜡板上,甲摩擦一根玻璃管,然后让乙用肘部接触这根玻璃管,并让甲、乙分别与站在地上的丙相互接触,结果发现,甲与丙及乙与丙之间都有火花。重做这个实验,但这次让甲、乙带电后先互相接触,然后再与第三者丙接触,结果都没有火花。

电荷守恒 原理

可能是受到数学上正、负数相消的启发,从站在石蜡板上两人带电接触后,变为都不带电的现象,富兰克林引入了正电和负电的术语,并提出了电的“单流质假设”。富兰克林认为,电是一种没有重量的电流质,能渗透到一切物质实体之中。物体中的电流质比正常状态多,物体就带正

* 德国物理学家克莱斯特(E. G. V. Kleist, 1700后—1748)几乎与穆欣布罗克同时发明了这种有储电功能的瓶子。

电；物体中的电流质比正常状态少，物体就带负电。富兰克林认为，摩擦起电的原因就是使电流质从一个物体转移到另一个物体上。甲摩擦玻璃管时，使甲身上的某些电流质转移到玻璃管上，乙用肘部接触玻璃管，电流质又传到乙身上，因此甲和乙都带了电——甲缺少电流质带负电，乙多余电流质带正电，所以他们会与地上的丙之间产生火花。若甲与乙接触，使乙多余的电流质传回甲，从而使甲、乙恢复正常状态的电流质，两者就不显电性，再与丙接触时也就不会有火花了。所以，“电不因摩擦而生，只是从摩擦者转移到了玻璃管。摩擦者失去的电与玻璃管获得的电严格相同”。也就是说，电是不能产生和消失的，在任何绝缘的系统里，电的总量是不变的。这就是通常所说的电荷守恒原理。

**法拉第
冰桶实验**

第一个证明了电荷守恒原理的是法拉第。他于1843年做了一个有名的“冰桶实验”。实验装置如图6所示。A是一个具有空腔的任意形状的金属体，上方开一小孔。A置于绝缘架上，并与一只验电器E相连接。

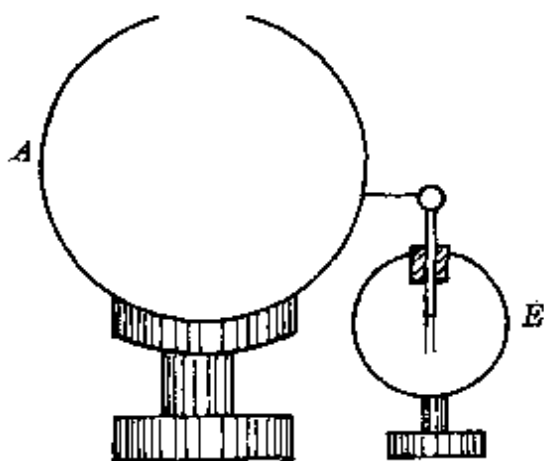


图6 法拉第冰桶

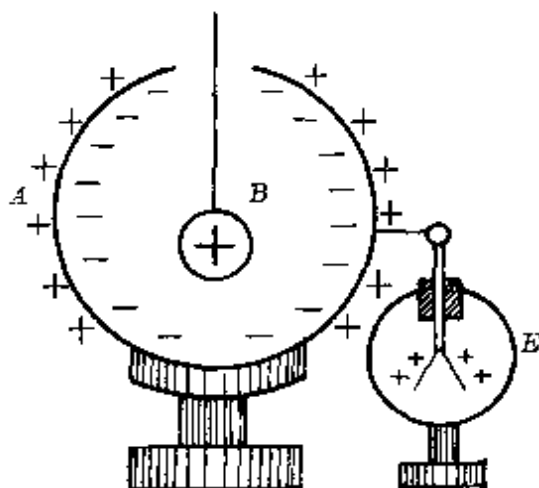


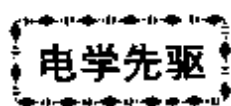
图7 冰桶实验

现在进行如下的实验。先让小球B带电，然后把它放进A的空腔中，但不与A接触，这时验电器E中的金箔将张开(原来验电

器不带电),如图7所示.这是因为放入 B 后,由于静电感应, A 的内外两壁将带有异号的电荷.若把 B 从 A 中取出,则验电器闭合,说明 A 的内外两壁由静电感应而出现的电荷是等量异号的.从这一事实及电荷的可转移性说明:电荷既不能产生,也不能消灭,只能从一个物体转移到另一个物体上,或在电力的作用下在一个物体中运动.这就验证了电荷的守恒原理.

如果把用丝绸摩擦过的玻璃棒放入 A 的空腔中,则验电器 E 的金箔将张开.若把丝绸与用它摩擦过的玻璃棒一起放进 A 的空腔中,验电器 E 的金箔仍是闭合的.可见摩擦的作用只能使电荷转移,并未创造或消灭电荷,相互摩擦的两物体必带等量异号电荷,这与电荷守恒原理完全一致.

这个空腔金属体,称为“法拉第冰桶”,利用它还可以做其他一些静电实验.



虽然从现代观点来看,富兰克林的电流质假设并不正确,电本质必须用1897年汤姆生(J. J. Thomson, 英国, 1856—1940)发现的电子的运动才能解释清楚*,但富兰克林把当时人们认为存在着的两种电统一为一种电,并引入了正、负电的术语,为定量研究电现象提供了一个基础,从而使得人们第一次有可能用数学表示带电现象.富兰克林从实验中得出的电荷守恒原理完全正确,一直沿用至今.

富兰克林不愧为电学研究的先驱.

3. 守恒思想的完善发展

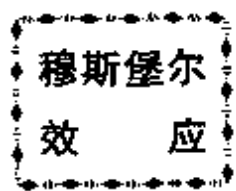
正如婴儿坠地的第一声啼哭决不会是一首好诗一样,体现守

* 关于电本质的历史及汤姆生实验,读者可参阅本丛书《猜想与假设》一册.

恒思想的各条守恒定律最初问世时也难免带有不完善之处——有的概念不确切或相互混淆,有的表述不完整或条件不严谨,有的论文中缺少一定的实验工作,有的因历史原因还无法揭示其本质等。可贵的是这些先驱者的思想,他们首先从纷繁变化的客观世界中理出了头绪,找到了线索,开始揭开了掩盖着真理的面纱。而真理是不可抗拒的,一旦被揭示,就会冲破任何艰难险阻,迅速成长、发展。守恒定律提出后,经过许多科学家的继续研究,很快得到完善,使它们成为物理学中(乃至自然界中)最基本、最普遍的规律。并且,随着科学的发展,这些守恒定律又从原来宏观领域扩展到微观领域中,对这些守恒定律内涵的认识也日益深化。

(1) 守恒定律在微观领域中的检验

本世纪 30 年代,因 β 衰变中的能量“失窃案”,一度曾使有些物理学家怀疑守恒定律在微观领域中的适用性,后来泡里(W. Pauli, 奥地利, 1900—1958)提出了中微子假设,挽救了守恒定律*。不过,在宏观领域中适用的定律,在微观领域中确有不成立的。弱相互作用下宇称不守恒已经给了人们一个有益的告诫:未经足够的实验验证的领域不能被认为是当然成立的**。穆斯堡尔效应,可以说是在基本粒子领域内,以很高的精确度检验了能量守恒和动量守恒。



穆斯堡尔效应是一种原子核无反冲的 γ 射线共振吸收(或共振散射)现象。

我们知道,一个自由的静止原子核,当它从激发

* 关于泡里中微子假设的历史背景,读者可参阅下文和本丛书《猜想与假设》一册。

** 关于弱相互作用下宇称不守恒的情况可参阅本丛书《对称》一册。

态(E_e)跃迁到基态(E_g),而伴随着发出 γ 射线时,根据动量守恒,原子核会发生反冲,正如子弹从枪口射出时枪身要反冲一样.根据能量守恒,有效的总能量必定同时分配到 γ 光子和反冲核上.设原子核的质量为 M ,核反冲速度为 v ,辐射的 γ 光子能量为 $E_\gamma = h\nu$,动量为 $\frac{h\nu}{c}$,则由动量守恒和能量守恒

$$Mv = \frac{h\nu}{c} = \frac{E_\gamma}{c},$$

$$E_0 = E_e - E_g = \frac{1}{2}Mv^2 + E_\gamma,$$

得核的反冲能量

$$E_R = \frac{1}{2}Mv^2 \approx \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}.$$

所以,实际上跃迁中辐射的 γ 光子能量为

$$E_\gamma = E_0 - E_R.$$

或者说,辐射的 γ 谱线的中心位于 $(E_0 - E_R)$ 处,如图8中左边曲线所示.

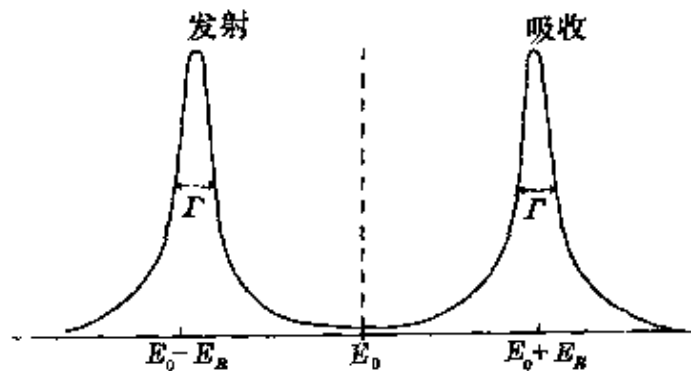


图8 发射谱与吸收谱相隔遥远

另一方面,我们又知道,如果敲击一支音叉发声时,近旁跟它同频率的音叉会发生共鸣,这个现象也可以解释为物体最容易吸收与自身固有频率相同的声波,这是声的共振吸收.在光学中,如

让钠灯发出的黄光通过洒有食盐的酒精灯火焰时,会在原来明亮的 Na—D 线处出现明显的两条黑线,它是钠的吸收光谱.这种现象称为光学中的共振吸收.

同样道理,原子核的能级跃迁也有共振吸收现象,只是由于原子在吸收 γ 光子时也要发生反冲,因此被吸收的 γ 光子能量 E_{γ}' 必须比 E_0 大 E_R ,即 $E_{\gamma}' = E_0 + E_R$.可见,要实现共振吸收,被吸收的光子能量应比发射的 γ 光子能量大一些,其差值为

$$\Delta E = E_{\gamma}' - E_{\gamma} = 2E_R \approx \frac{E_{\gamma}^2}{Mc^2}.$$

例如,对于⁵⁷Fe 的 14.4keV(千电子伏)的 γ 射线, $\Delta E \approx 3.8 \times 10^{-3}$ eV,而 14.4keV 射线的自然宽度 $\Gamma = 4.65 \times 10^{-9}$ eV,两者相差竟达百万倍.因此,发射谱和吸收谱相隔非常遥远(图 8).一般情况下是观察不到共振吸收的.这也就是从 19 世纪末对原子核的共振吸收预言以来的半个多世纪中,没有人能很成功地直接观察到原子核的共振吸收的原因.

1955 年,年仅 26 岁的鲁道夫·L·穆斯堡尔(R. L. Mössbauer, 德国,1929—)正在攻读博士学位.他的导师梅厄-莱伯尼兹教授(H. Maier-Leibnitz)建议他抓住核共振的课题进行研究.穆斯堡尔在测量¹⁹¹Ir(铱 191)核的 γ 射线共振吸收时,把放射源和吸收体同时用液空冷却到 88K,对于有反冲的共振吸收来说,这将减少共振吸收效应.但在实验中却出现了令人震惊的结果:吸收体冷却后的共振吸收效应不是按预期减小,而是猛烈增大.穆斯堡尔紧紧抓住这个“反常”现象,冷静地作了理论分析.他在兰姆(W. E. Lamb, Jr. 美国,1913—)关于晶体中原子对中子的俘获论文启发下,领悟到降温可能是由于原子核与晶体间的束缚增强的缘故.当原子核完全被晶体束缚住后,它在发射 γ 射线和吸收 γ 射线时,由

于不能自由反冲,正像步枪发射子弹时枪身被牢牢地固定起来一样,大大地减少了原来的反冲能量.这时发射的 γ 光子实际上具有所有有效能量和动量——正像枪身固定后,火药燃烧释放的有效能量完全转变为子弹出口时的动能,火药产生的推力对子弹的冲量只等于出口时子弹的动量.这种带有确定能量的 γ 光子也容易被发射它的同一种原子核再次吸收,因此,实验中能有效地观察到这种共振吸收.随着温度的降低,原子核的这种无反冲发射和共振吸收也应增强.这就完全解释了穆斯堡尔实验中的反常现象.

穆斯堡尔对实验现象作了理论解释后,还自己动手装配了简单的仪器设备,直接证明了无反冲核共振吸收谱线的存在.

1958年,穆斯堡尔的博士论文发表后,立即引起了轰动,很快得到了广泛的应用.穆斯堡尔也因发现这一效应的特殊贡献,荣获了1961年度诺贝尔物理奖,人们把这种现象称为穆斯堡尔效应.

穆斯堡尔效应实际上也是一个很灵敏、很精密的 γ 光子的能量测量法.例如,一个同位素铁原子 ^{57}Fe 的晶体束缚原子核,发射出一个 γ 光子,它具有确定的能量.而这个光子又只能被另一晶体中的一个铁原子核 ^{57}Fe 所吸收.说明在 γ 光子辐射中,光子没有能量损失,或者说,整个核和光子系统能量守恒.根据光的波粒二象性,光子的动量与其能量有密切关系,光子的能量保持不变,表示光子的动量也不变,即核和光子系统的动量守恒.

虽然穆斯堡尔实验的本意是研究核共振问题,但他的理论的重要支柱是动量守恒和能量守恒,因此,实验的成功无异于精确证明了在微观领域内守恒定律同样成立.

(2) 相对论对守恒定律的发展

静质量
动质量

在经典力学中,物体的质量为一恒量.物体受到一个恒力作用时,根据牛顿第二定律 $F = ma$,物体获得的加速度也是一个恒量.如果这个恒力持续地对这个物体作用下去,尽管物体的加速度可能很小,但由于加速的时间足够长,物体的运动速度将无限制地增加下去.

爱因斯坦在相对论中指出,物体的质量为一变量,将随着速度的增加而迅速增加,因此运动速度愈大时将愈难被加速,任何物体都存在着运动速度的极限——光速.

究竟孰是孰非呢?宏观物体在低速领域中已被实践检验过的牛顿第二定律,在微观粒子的高速运动中必须让位于相对论.

例如,一个质子被直线加速器中的电场加速时,为了使质子获得 $a \approx 10^{16}$ 米/秒² 的恒定加速度,按牛顿第二定律,需要的电场强度

$$E = \frac{ma}{e} = \frac{1.67 \times 10^{-27} \times 10^{16}}{1.6 \times 10^{-19}} \text{伏/米}$$

$$= 1.04 \times 10^8 \text{ 伏/米.}$$

它也是一个恒量,与质子的速度无关.

但实际情况并非如此.为了保持质子的加速度大小 $a = 10^{16}$ 米/秒² 不变,随着质子运动速度的增大,必须不断提高电场强度,如下表所示.

质子的速度 v (米/秒)	电场强度 E (伏/米)	质子的速度 v (米/秒)	电场强度 E (伏/米)
10^6	1.04×10^8	2.5×10^8	6.14×10^8
10^7	1.04×10^8	2.75×10^8	16.2×10^8
10^8	1.24×10^8	2.9×10^8	41.1×10^8
2×10^8	2.50×10^8	2.95×10^8	174×10^8

从表中数据可以看出,当质子的速度 $v \ll c$ (光速) 时,场强才保持相对恒定,意味着此时质子的质量可认为不变.当质子的速度很大时,加速电场的场强必须不断增加,说明质子的质量也在不断增加.

相对论指出,一个速度为 v 的物体的质量为

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$\beta = \frac{v}{c}$, 其中 c 为光在真空中的速度. 式中 m_0 是物体静止时的质量,称为“静止质量”; m 是运动时的质量,称为“动质量”.

质量与速度的函数图象如图 9 所示. 当物体运动速度不太大 (如 $v \leq 0.1c = 3 \times 10^4$ 千米/秒) 时,动质量与静质量差不多,可以近似地看成是一个恒量. 例如,一艘静质量 $m_0 = 100$ 吨的飞船,以第二宇宙速度 $v = 11$ 千米/秒运动时,所增加的质量值仅约 0.07

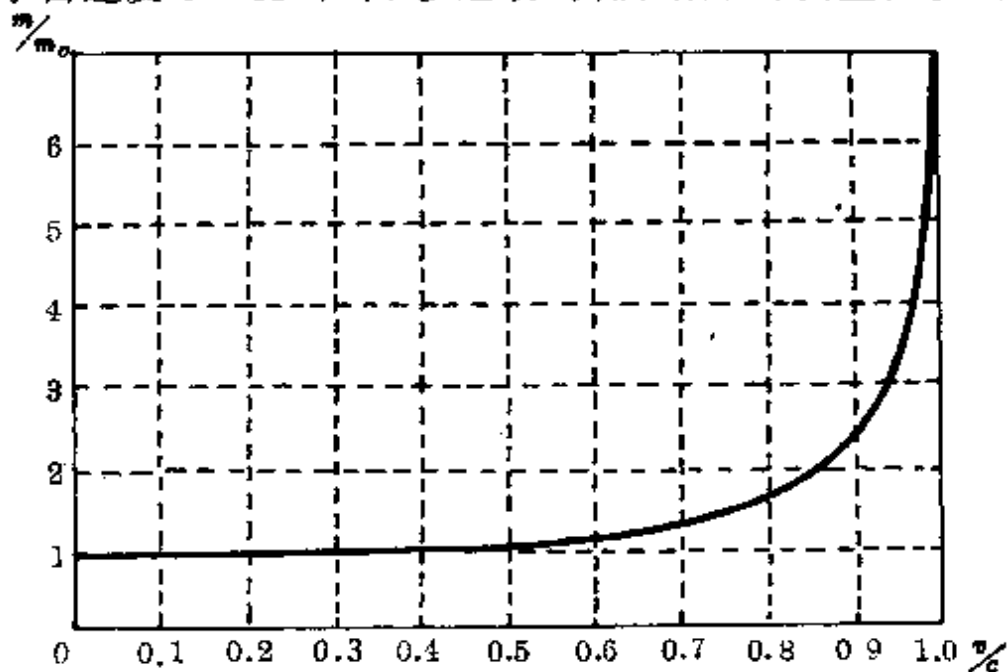


图 9 质速关系图

克,与 $m_0 = 100$ 吨 $= 10^8$ 克相比,只有它的 $\frac{1}{10^9}$ 。

质—能
关 系

爱因斯坦在狭义相对论中得出的最为重要的结果,是关于质量的物理意义的新说明——物体的质量联系着一定量的能量,用公式表示为

$$E = mc^2 \quad \text{或} \quad \Delta E = \Delta mc^2.$$

这就是说,物体的质量与能量间存在着一个简单的正比关系.物体的质量愈大,它所具有的能量也愈大.

例如,质量 $m = 1$ 千克的物体,它所蕴藏着的总能量为

$$E = mc^2 = 1 \times (3 \times 10^8)^2 \text{ 焦} = 9 \times 10^{16} \text{ 焦}.$$

这是一个十分巨大的数量,比化学反应中释放的能量大 9 个数量级[一般汽油的燃烧值仅为 4.6×10^7 焦/千克,煤的燃烧值约 $(2 \sim 3) \times 10^7$ 焦/千克].

又如,根据天文观测知道,1 秒钟内太阳光垂直地照射到的 1cm^2 地球大气层边缘上的能量为

$$E_0 = 0.14 \text{ 焦/厘米}^2 \cdot \text{秒}.$$

因此每 1 秒钟太阳辐射到空间的总能量

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_0 \cdot 4\pi R^2 = 0.14 \times 4\pi \times (1.5 \times 10^{13})^2 \text{ 焦} \\ &\approx 4 \times 10^{26} \text{ 焦}. \end{aligned}$$

式中 $R = 1.5 \times 10^{13}$ 厘米,为日—地平均距离.

根据质能关系式,由此可算出太阳因辐射每秒减少的质量为

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} \approx \frac{4 \times 10^{26}}{9 \times 10^{16}} \text{ 千克} \approx 4.4 \times 10^9 \text{ 千克}.$$

这固然是一个巨大的数值,但与太阳的总质量 ($M_0 = 2 \times 10^{30}$ 千克) 相比,又显得是那么的微不足道了.

爱因斯坦的质能关系式,已在核反应中得到了精确的验证,并

启发人们努力寻求各种方法去“释放”这些“束缚”在物体内部的能量。

在相对论之前,物理学中普遍承认的两条根本性的重要定律——质量守恒(不灭)定律和能量守恒(不灭)定律,似乎是互不相关、彼此独立的。爱因斯坦的质能关系,把这两条定律统一为一项定律,即质量——能量守恒定律:物体的质量守恒意味着能量守恒;反之,物体的能量守恒意味着质量守恒。当然,这里的质量不单是指物体的“静质量”。例如,正、负电子对撞转化为一对高能光子(γ 射线),电子对的质量(绝大部分是静质量)全部转化为光的运动质量,质量也是守恒的。

爱因斯坦在他所著的《相对论——狭义和广义的理论》一书中写道:

“所以我们可以说:如果一个物体吸收了 E_0 能量,那么它的惯性质量要增加 $\frac{E_0}{c^2}$ 那么多;一个物体的惯性质量不是一个常数,而是随这个物体的能量变化而变化的。若干物体组成的体系的惯性质量甚至于可以当作其能量的量度。一个体系的质量不灭定律变成了与能量不灭定律相同……”

爱因斯坦的相对论赋予守恒定律以新的内涵,使它们得以在高速领域中自由驰骋*。

* 关于考虑到相对论效应的其他守恒定律,有兴趣的读者可参阅有关相对论力学的专著,本书中不再予以介绍。

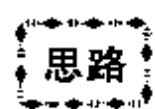
二、守恒思想的科学意义

守恒思想是人类科学认识活动中的一份极为宝贵的精神财富。守恒律已是被无数事实证明了的描述自然界的一种客观规律。运用守恒思想可以在科学研究中作出巨大的贡献。下面我们侧重于科学研究中出现新事物时守恒思想的作用，分四方面加以说明。

1. 解释新现象

各种物理现象——无论是宏观的还是微观的——都有其产生的原因，其中有许多物理现象的产生原因，都可以从守恒思想（表现为具体的守恒定律）上得到阐释或从守恒思想上找到依据。下面，以物理学史上两个著名的实验现象为例说明。

(1) α 粒子散射*



卢瑟福(E. Rutherford, 英国, 1871—1937)根据 α 粒子散射实验中发现的大角度偏转现象, 首先从理论上探讨了产生大角度偏转的简单原子结构, 认为必须把原子的电荷集中在很小的一个中心上。然后, 他将由这一理论算出在某一偏转角 δ 方向上、每单位时间在荧光屏单位面积内观察到的 α 粒子数与实

* 参阅本丛书《猜想与假设》一册。

验数据进行比较,从而验证他的核式结构.

计算

图 10 是卢瑟福的理论推导用图. 设 α 粒子沿 PC 方向以速度 v_0 进入原子, 离开原子时沿 CP' 方向运动, 速度为 v . α 粒子在原子中心 O 的电场力作用下沿双曲线运动, A 为双曲线的顶点. 入射速度 v_0 的方向和出射速度 v_0' 方向所夹的偏向角 δ 就是双曲线的两根渐近线的夹角. 入射方向与中心 O 的垂直距离 b 称为瞄准距离.

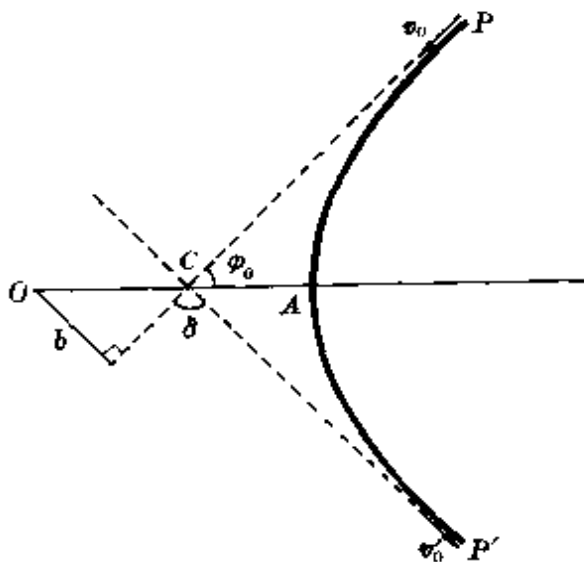


图 10 α 粒子的轨迹

因为 α 粒子受到原子中心的静电力始终沿着 α 粒子与原子中心的连线(称有心力), 就像行星受太阳的引力作用一样, 这个力对中心的力矩恒为零, 可见 α 粒子必在一个平面内运动, 并且它对通过中心 O 垂直该平面的 z 轴的动量矩守恒.

α 粒子以 v_0 入射时对 z 轴的动量矩为

$$L_0 = bm v_0.$$

α 粒子运动到轨迹上某处的位置用坐标 r, φ 表示, 在该处对 z 轴的动量矩为

$$L = rm \left(r \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \right).$$

式中 $r \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ 为 α 粒子在该处的线

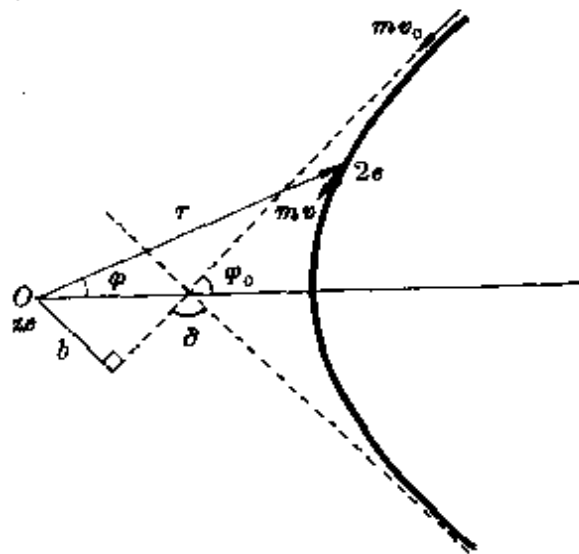


图 11

速度(图 11).

由动量矩守恒定律有

$$bm\omega_0 = rm \left(r \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \right). \quad (1)$$

α 粒子的电量 $q = 2e$ (e 为基本电荷电量), 原子中心电量 $Q = ze$ (z 为原子序数), α 粒子运动至坐标 (r, φ) 处时的电势能为 $\epsilon = qU = \frac{2kze^2}{r}$. 根据能量守恒又有关系式

$$\frac{1}{2} m\omega_0^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 + \frac{2kze^2}{r}. \quad (2)$$

联立①②两式, 经数学推导得偏转角 δ 满足关系式

$$\operatorname{ctg} \frac{\delta}{2} = \frac{m\omega_0^2}{2kze^2} b^*. \quad (3)$$

式中 $\delta = \pi - 2\varphi_0$.

利用上式进一步可求出在 δ 方向上、每单位时间在荧光屏每单位面积内所观察到的 α 粒子数. 卢瑟福发现它与实验计数的结果非常符合. 守恒思想帮助卢瑟福成功地解释了散射现象, 奠定了原子有核模型的基础.

估算核的
大小

如果 α 粒子正对着原子中心射去, 则越近原子核时 α 粒子的速度越小, 动能越小, 电势能增大. 速度等于零时它与原子核的距离(即所谓最近距离)设为 r' , 此时 α 粒子的动能完全转化为电势能. 因此由能的转化和守恒定律可知

$$\frac{1}{2} m\omega_0^2 = \frac{2kze^2}{r'},$$

• 推得此式需用高等数学, 这里从略.

得

$$r' = \frac{4kze^2}{mv_0^2}.$$

这个数值反映了原子核的大小.

把上述结果与③式比较后可知

$$\operatorname{ctg} \frac{\delta}{2} = \frac{2b}{r'}.$$

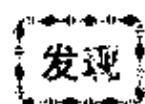
例如, 实验中用初速 $v_0 = 1.92 \times 10^7$ 米/秒的 α 粒子射向金箔 ($z = 79$), 当 α 粒子正对着金原子核时的最接近距离

$$\begin{aligned} r' &= \frac{4kze^2}{mv_0^2} = \frac{4 \times 9 \times 10^9 \times 79 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{6.6 \times 10^{-27} \times (1.92 \times 10^7)^2} \text{米} \\ &\approx 3 \times 10^{-14} \text{米}. \end{aligned}$$

当换用其他散射材料时, 同理可算出 α 粒子对不同物质的最接近距离的数量级约为 $10^{-14} - 10^{-15}$ 米. 这个结果与后来对原子核半径的测量数值在数量级上是相符的.

这样, 我们用能的转化和守恒思想, 不仅估算出了原子核的大小, 也间接支持了用有核模型对 α 粒子散射现象的解释.

(2) 康普顿效应



1922年, 美国物理学家康普顿 (A. H. Compton, 1892—1962) 在研究 X 射线照射物质时, 发现了一个重要的现象.

如图 12 所示是康普顿的实验装置示意图. R 为发出波长为 λ_0 的单色 X 射线源, 它发出的 X 射线通过光栏 D 变成一束狭窄的射线, 投射到石墨 C 上后射线便发生散射, 由摄谱仪 S 可测定散射射线的波长. 实验显示, 散射射线中除了含有与入射线波长 (λ_0) 相

同的射线外,还有比入射线波长更长的射线,并且波长的变化($\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$)与散射角 θ (散射线与入射线之间的夹角)有关.当散射角 θ 增加时,波长的改变也随之增加,在同一个散射角下,对于所有散射物质,波长的改变都相同.

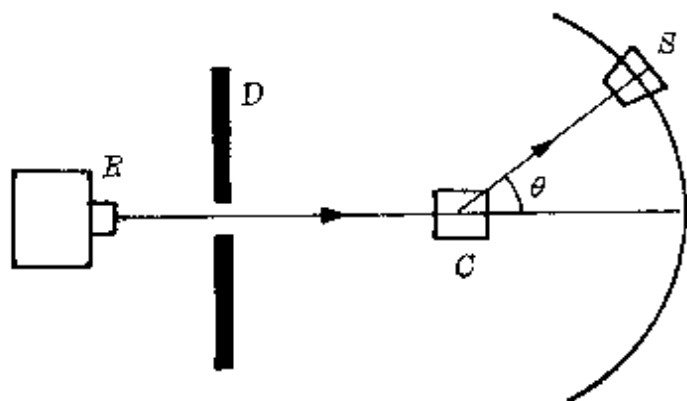


图 12 康普顿实验

解释

这种现象用经典的概念无法解释.因为 X 射线是一种电磁波,按照经典的电磁理论,当电磁波通过物质时,它将引起物质中带电粒子的受迫振动,每个振动着的带电粒子又向四周辐射电磁波,就成为散射的 X 射线.由于带电粒子做受迫振动的频率等于入射 X 射线的频率,所以散射的 X 射线的频率(或波长)只应该和入射的 X 射线的频率(或波长)相等,不应该出现比入射波长更长(或频率较低)的散射线.

康普顿为了解释自己在实验中发现的现象,摒弃了传统的观点,应用了爱因斯坦提出的光子的概念,并假设组成 X 射线的光子和实物粒子一样,能与电子发生弹性碰撞,于 1923 年作出了一个定性的解释:

①当光子与散射物质原子中束缚得很紧的电子碰撞时,光子将与整个原子之间交换能量.由于原子的质量比光子大得多,就像一个乒乓球碰到巨大的铅球上,按照弹性碰撞理论,这时光子不会显

著地失去能量,因而散射光的频率也不会显著地改变(可以认为不变),所以在散射线里包含有与 λ 射线波长(或频率)相同的射线.

②如果一个光子与散射物质中的一个自由电子或束缚较弱的电子发生碰撞,这时光子就有一部分能量传给电子,因此向某一方向散射的光子的能量将比入射光子的能量少些,正像一个乒乓球撞到一个质量不太大的木球上后被弹出时一样.由于光子的能量与它的频率有关($\epsilon = h\nu$),散射光子的能量变小了,因此散射光的频率比入射光的频率低,即散射光的波长变长,这就是实验中出现比入射线波长更长的射线的原因.

接着,康普顿又根据能量守恒和动量守恒,并考虑到爱因斯坦刚提出不久的相对论效应,导出了波长的改变与散射角的关系式

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \left(\frac{2h}{mc}\right) \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right).$$

式中 h 为普朗克常量, c 为光速, m 为电子的静止质量, θ 为散射角(图 13).

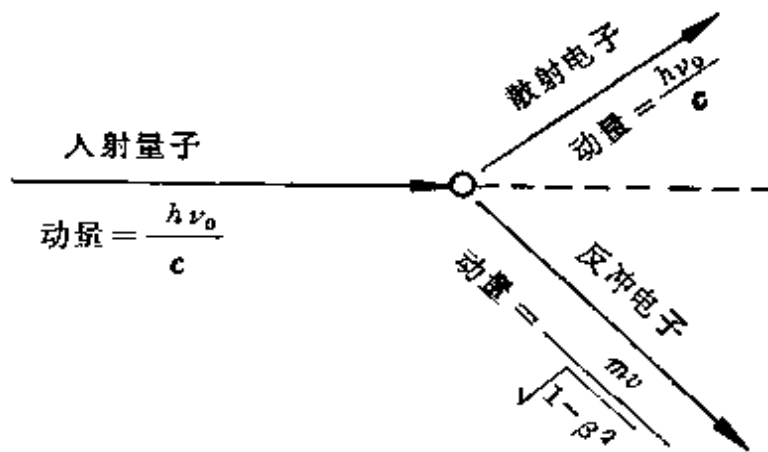
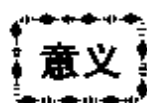


图 13 康普顿理论用图($\beta = \frac{v}{c}$)



对现代物理学家来说,做出康普顿对散射的解释及其理论并非难事,但在当时,这类现象的研究历经了一二

十年时间,康普顿自己也曾走了5年的弯路才于1923年得出正确的结果,由此可见一个科学理论的产生是多么艰难。

康普顿的理论解释与实验的一致性,不仅对X射线学,而且对现代物理学的发展都有极为重要的意义。

首先,它对普朗克(M. Planck, 德国, 1855—1947)于1900年提出的量子理论——辐射能量量子化和爱因斯坦于1905年提出的光子说的正确性提供了一个确凿的证据,证明光子具有一定的质量、能量和动量。

其次,由于康普顿的散射公式采用了当时还没有被科学界普遍接受的相对论效应,因此,这个实验的圆满解释也就成了狭义相对论的一个十分有力的例证。

第三,康普顿的实验和理论也阐明了电磁辐射与物质相互作用的一个基本规律,即在单个散射事件中,光子和电子同样遵守能量守恒和动量守恒,这无疑也是守恒思想的又一个重大胜利。

最后,康普顿的实验与理论也推进了光的波粒二象性的发展。因为劳厄(M. V. Laue, 德国, 1879—1960)X射线衍射实验已测定了它的波长,康普顿的X射线散射实验,又必须假设X射线类似于粒子。关于X射线究竟是波还是粒子的问题自然地摆在物理学家面前了。康普顿说:“散射问题与反射和干涉是如此紧密地联系在一起,对它的研究很可能给干涉现象与量子理论的关系这一难题投入一线光明。”爱因斯坦还提醒物理学家注意:不要仅仅看到光的粒子性,康普顿在实验中也是依靠了X射线的波动性测量其波长。正由于爱因斯坦等人的努力,光的波粒二象性的研究得以迅速发展。

由于康普顿对散射现象所进行的系统研究,他荣获了1927年诺贝尔物理奖。后人便把这个著名实验现象称为“康普顿效

应”。

附注:关于散射公式的推导

图 14 表示一个光子和自由电子做弹性碰撞前后的情况。

设碰前电子是静止的,即 $v_0 = 0$, 频率为 ν_0 的光子沿 X 轴方向入射. 碰撞后,光子沿着 θ 角的方向散射,频率为 ν . 电子获得了速度 v , 沿 ϕ 角方向运动. 碰撞前后光子的能量分别为 $h\nu_0$ 和 $h\nu$, 光子的动量分别为 $\frac{h\nu_0}{c}$ 和 $\frac{h\nu}{c}$, 电子的静止质量和运动质量分别为 m_0 和 m , 由相对论的质能关系知, 对应的能量为 $m_0 c^2$ 和 mc^2 .

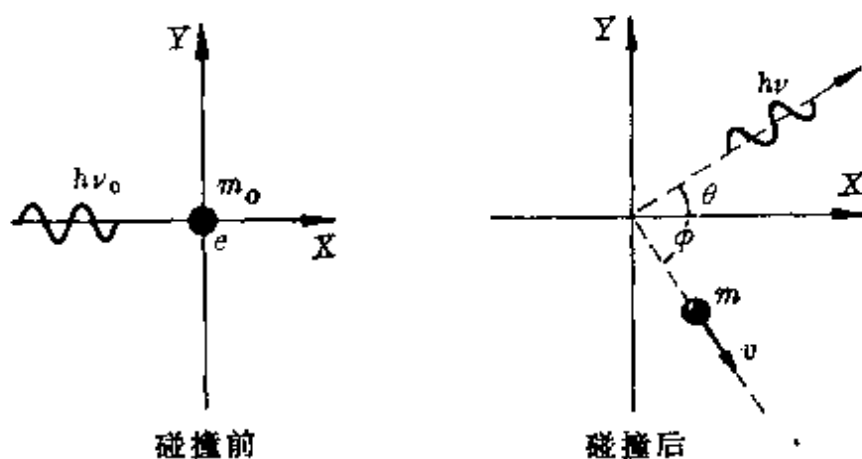


图 14 光子与电子的碰撞

根据光子和电子做弹性碰撞时的能量守恒有关系式

$$h\nu_0 + m_0 c^2 = h\nu + mc^2,$$

即 $mc^2 = h(\nu_0 - \nu) + m_0 c^2,$ ①

又根据碰撞时的动量守恒, 有关系式

$$(mv)^2 = \left(\frac{h\nu_0}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\frac{h\nu_0}{c} \cdot \frac{h\nu}{c} \cos\theta,$$

即 $m^2 v^2 c^2 = h^2 \nu_0^2 + h^2 \nu^2 - 2h^2 \nu_0 \nu \cos\theta.$ ②

把①式平方后减去②式, 得

$$m^2 c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_0^2 c^2 - 2h^2 \nu_0 \nu (1 - \cos\theta) + 2m_0 c^2 h(\nu_0 - \nu).$$

考虑到相对论效应的质量关系 $m = m_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, 上式变为

$$m_0^2 c^2 = m_0^2 c^2 - 2h^2 \nu_0 \nu (1 - \cos\theta) + 2m_0 c^2 h(\nu_0 - \nu),$$

有

$$\frac{c(\nu_0 - \nu)}{\nu_0 \nu} = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta),$$

即

$$\frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta),$$

或

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right).$$

这就是康普顿的散射波长改变公式, 式中 $\frac{h}{m_0 c}$ 称为电子的康普顿波长, 是一个常数, 其值为

$$\frac{h}{m_0 c} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.11 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} \text{米} = 2.43 \times 10^{-12} \text{米}.$$

可见, 在康普顿效应中, 波长改变的数量级仅为 10^{-12} 米. 因此只有波长较短的光(如 X 射线, 其波长的数量级为 10^{-10} 米), 发生散射后波长的改变量与入射光波长相比, 在数量级上相近, 才能观察到康普顿效应*.

2. 预言新事物

科学家的预言与巫师占卜的一个根本区别是, 科学预言往往

* 应该指出, 早在 1921 年, 德拜(P. J. W. Debye, 荷兰, 1884—1966) 就将 X 射线的散射作为爱因斯坦光量子理论的一个练习题得出了正确的结果, 只是没有用实验检验波长的变化, 也就没有发表自己的结果. 直到 1922 年 10 月康普顿发表实验结果以后, 德拜才发表自己的结果. 因此有人认为, 应该把这一效应称为康普顿—德拜效应. 但德拜非常谦虚, 他表示: 工作做得最多的是康普顿, 把这个效应称为康普顿效应是理所当然的. 充分表现了一个科学家高尚的情操和谦虚的美德.

同时, 也应指出, 在康普顿效应的实验研究上, 中国著名科学家吴有训(康普顿当时的研究生)曾对康普顿效应的进一步研究和检验作出了很大贡献, 除了针对美国当时科学委员会主席杜安(W. Duane)对康普顿的否定作了许多有说服力的反驳实验外, 还证实了康普顿效应的普遍性.

有一种客观的理论指导,决不是胡言乱语.在物理学史上的许多惊人预言中,其中不少就是在守恒思想指导下作出后再被实验所验证的.

(1) 卢瑟福预言中子

核结构的
 $e-p$ 假设

1919年,卢瑟福发现质子后,原子核内包含质子的看法很快被物理学家所公认,关于原子核的结构问题自然地摆到了物理学家面前.

当时的人们认为,原子核是由带负电的电子和带正电的质子所组成的($e-p$ 假设).一个质量为 A ,电荷数为 Z 的原子核,被认为核内应该有 A 个质子, $(A-Z)$ 个电子.例如, ${}_{7}^{14}\text{N}$ (氮核)应该有 14 个质子,7 个电子.

但是,人们很快发现,用原子核的“质子—电子”结构在说明 α 粒子时就遇到了困难.因为 α 粒子(氦原子核)的质量数是 4,即质子质量的 4 倍;带电量为 +2,即质子带电量的 2 倍.若 α 粒子由 4 个质子组成,其带电量应该为 +4;若 α 粒子由 2 个质子组成,其质量只应为 2.

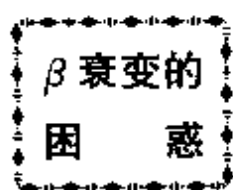
预言中子

为了从质量数守恒和核电荷数守恒上圆满解释 α 粒子以及其他重元素的原子核的结构问题*,1920年6月3日卢瑟福在法国贝克利讲座的著名报告中,提出了在原子核内可能存在一种中性粒子的假设.卢瑟福在报告中说:“在某些条件下,一个电子有可能更紧地同 H 核相结合,从而形成一个中性偶极子……”他说:“这种原子(指中性粒子——注)的存在对于解释重元素的原子核的组成看来是必不可少的.”

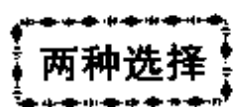
* 原子核的“质子—电子”结构,在自旋和测不准原理上同样遇到严重的困难.

卢瑟福的原子核内存在中性粒子的假设,是一个大胆的预言.尽管当时的物理学家都十分钦佩卢瑟福的才华,但大多数人对这个预言持怀疑态度,只有在卢瑟福所领导的卡文迪许实验室中的工作者被强烈地感染着.1932年,卢瑟福的学生查德威克(J. Chadwick, 英国, 1891—1971)果然在卡文迪许实验室中用 α 粒子轰击铍核,发现了质量与质子相同的中性粒子.他根据美国化学家哈金斯(W. D. Harkins, 1873—1951)的建议,将它命名为中子.卢瑟福的预言终于得到了证实.

(2) 泡利预言中微子



早在1914年,查德威克在研究放射现象时,发现 α 射线和 γ 射线的能谱是分立的,放射性元素发出的 α 粒子和 γ 粒子的能量恰好等于原子核初态与终态的能量差.然而, β 射线的能谱却不是这样,呈现出一条连续的曲线*.这意味着,放射性元素发出的 β 粒子(电子)的能量,从零到最大值间都有分布.人们不禁会想:造成 β 射线连续能谱的原因是什么?更令人困惑的是,被 β 粒子带走的能量小于原子核衰变前后初态与终态的能量差,还有一些能量到哪里去了呢?



允许 β 射线的能谱有连续的分布,只能有两种可能的选择:

一种可能是在此范围内应该放弃能量守恒的概念.包括丹麦著名的物理学家玻尔(N. Bohr, 1885—1962)在内的几位物理学家就曾建议在原子核范围内放弃能量守恒定律,认为能量守恒只是在统计意义上成立,对每一次衰变并不一定成立.这也许是玻尔等

* 参阅本丛书《猜想与假设》一册.

人未经严密考虑而提出的。

另一种可能就是,当原子核从一个确定的能量状态向另一个能量状态跃迁时,被 β 粒子所带走的能量只是这两个状态能量差的一部分,其余部分能量被某种未知的粒子所带走。年轻的奥地利物理学家泡利(W. Pauli, 1900—1958)选择了后者。

泡利预言 泡利不相信在自然界中唯独 β 衰变中能量不守恒。1930年12月4日,他写信给参加德杜平根物理会议的朋友,表明他试图通过确立新的中性粒子的概念而不放弃能量守恒原理去解决 β 衰变能谱的连续分布问题。当时,他把这种中性粒子称为“中子”。泡利指出:这种“中子”的运动速度不同于光子,其质量与电子质量的数量级相同,无论如何也不会大于质子质量的0.01倍。在 β 衰变中,每释放一个电子时,同时发射一个“中子”,电子和“中子”的能量之和为恒量,等于原子核两个状态能量之差。这就是说, β 衰变中所“损失”的那一部分能量是被当时没有观测到的、质量很轻、穿透力很强的“中子”带走了,于是, β 能谱的连续性也就得到了解释。

在1933年10月举行的第七届索尔威会议上,泡利正式提出了存在这种中性微粒的建议,并明确指出:在一切基本过程中,不仅能量守恒,而且动量、角动量和统计性都守恒。

守恒思想强烈地支持着年轻的泡利,使他作出了这一大胆的预言。他得到了著名的物理学家费米(E. Fermi, 意大利, 1901—1954)的赞赏,并建议把这种中性粒子称为“中微子”。接着,费米又成功地提出了 β 衰变的量子理论。1956年,美国洛斯-阿拉莫斯实验室的两位物理学家雷乃斯(F. Reines, 1918—)和柯万(C. L. Cowan, 1919—)终于从实验中直接验证了中微子的存在,泡利的预言得到了证实,这无疑也是守恒思想的重大胜利。

(3) 爱因斯坦预言激光

光的吸收 和辐射

光的吸收和辐射,都是原子能级跃迁的过程.假设某个原子最初处于基态能级 E_1 ,用一束光照射后,原子有可能吸收光子的能量从基态 E_1 跃迁到某一激发态 E_2 (图 15),这个过程就是光的吸收(也称原子的激发).当然,能被原子吸收的光子有一定的条件:光子能量必须等于原子的两个能级的能量差,即 $h\nu_{21} = E_2 - E_1$.

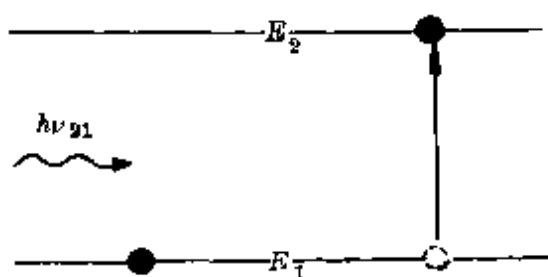


图 15 光的吸收

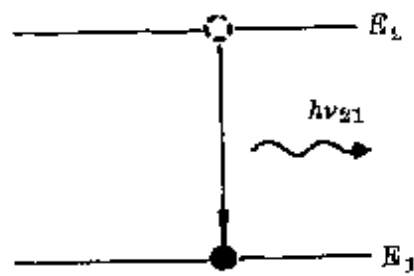


图 16 光的自发辐射

原子吸收了外来光子能量后跃迁到激发态,是不稳定的,原子在激发态停留的时间极短,一般仅 10^{-8} 秒的数量级.它们会很快地在没有任何外界作用的情况下,自发地辐射出光子,又从激发态回到基态.这种现象就是光的辐射(自发辐射),如图 16 所示.

原子的自发辐射不仅与外界作用无关,而且各个原子都是独立进行的,所辐射的各个光子的发射方向和初相位都不同.对于处在不同激发态的大量原子,可以发出各种不同频率的光,这就是普通光源的发光机理.因此,普通光源发出的光,具有很广的频率范围和不同的初相,单色性极差,彼此不能相干.

受激辐射

如果处于激发态上的原子,在发生自发辐射前,恰好被外来的、能量为 $h\nu_{21} = E_2 - E_1$ 的光子打中,那么处于激发态的原子就有可能从激发态跃迁到基态,同时辐射

出一个与外来光子频率相同、相位相同、方向相同、偏振态也相同的光子,也就是说,原来只有一个光子,现在变成两个完全相同的光子(图 17).这两个光子又可击中处于激发态的其他原子,从而再释放出两个光子,所有这四个光子又可使原子释放出另外四个新的光子,……这样,从最初的一个光子可以导致一大批光子雪崩似的被释放出来,而且所有这些光子的频率、方向、相位等都完全相同,具有非常好的相干性.这一过程称为受激辐射,受激辐射时发出的光称为激光.

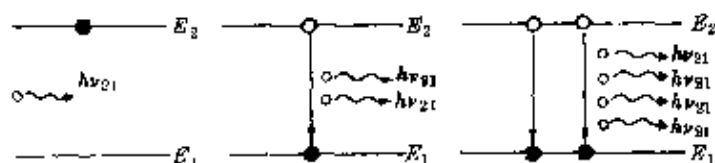


图 17 受激辐射

爱因斯坦于 1905 年提出光量子假设,成功地解释了光电效应后,在 1917 年,又从纯粹的热力学方法出发,用具有分立能级的原子模型推导了普朗克辐射公式,并且预言了受激辐射.如果把被激原子与所辐射的光子作为一个系统,显然,这就是能的转化和守恒的反映.

**粒子数
反转**

表面看来,从能的转化和守恒预言受激辐射是很轻而易举的事,其实不然.因为人们从长期的探索中认识到,原子系统中原子按能级分布有一定的规律*.在通常的热平衡情况下,处于低能级上的粒子数远大于高能级上的粒子数,因此通常情况下光的吸收占优势[图 18(a)].为了使受激辐射取得支配地位,必须设法使高能级的粒子数超过低能级上的粒子数,才能实现光的放大[图 18(b)].使高能级上的粒子数超过

* 称玻尔兹曼分布律,即 $N = Ae^{-E/KT}$.

低能级上的粒子的分布,称为“粒子数反转”,这时的工作物质处于非热平衡状态下.爱因斯坦正是通过对原子系统的热力学研究才预言了受激辐射的存在.

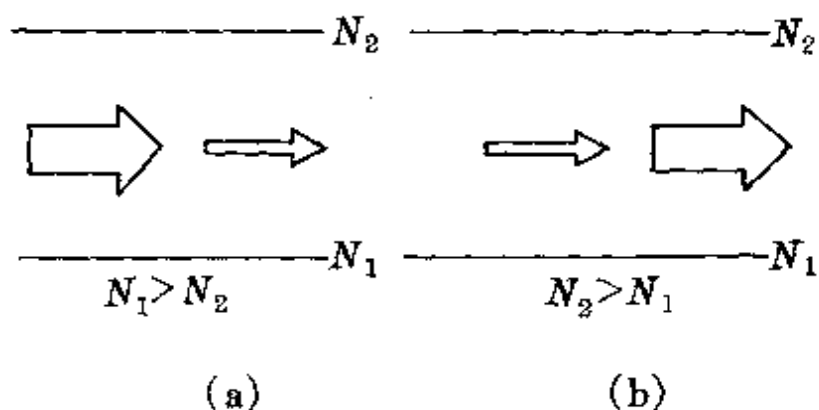


图 18 光的吸收与放大

激光器

不过,要在室温下实现粒子数反转、产生受激辐射并非易事,直到 1951 年才由美国物理学家汤斯(C. H. Townes, 1915—)想出一个实现受激辐射的方法. 1954 年,汤斯和他的研究生戈登(J. P. Gordon, 1928—)制成了第一个氨分子微波振荡器,称为“脉塞”(Maser). 以后,许多物理学家都苦心探索,试图把“脉塞”扩大到光波段*. 1960 年,才由美国物理学家梅曼(T. H. Maiman, 1927—)制成了世界上第一台红宝石激光器. 至此,爱因斯坦的预言终于实现了.

(4) 由铀核裂变预言原子弹

世界震惊了

1938 年,德国放射化学家奥托·哈恩(Otto Hahn, 1879—1968)和他的助手斯特拉斯曼(F. Strassmann, 1902—),在约里奥·居里夫人(I. Curie, 法国, 1897— 1956)和她的合作者萨维奇(Savitch, 南斯拉夫)的实验报告刺激

* 后来把工作光波段的“脉塞”改称为“莱塞”(Laser).

下,经过连续几个星期的实验,发现铀核被中子轰击后,生成两个中等质量的核.同年12月22日,他们把实验报告寄给了德国《自然科学》杂志.虽然哈恩对实验的结论还犹豫不决,后来经梅特纳(L. Meitner, 奥地利, 1878—1968)及弗利胥(O. R. Frisch, 1904—)的反复计算,终于对铀核经中子轰击后的变化作出了解释,并把它与细胞的分裂相类比,称为核的分裂*.

1939年1月26日,来自世界各地的二十多位著名物理学家济济一堂,正在美国华盛顿大学召开理论物理讨论会.次日,当玻尔在会上宣布了哈恩的这一重要发现和梅特纳与弗利胥的解释后,整个会场几乎沸腾起来,对核分裂的讨论立即取代了原来对低温物理的讨论.费米建议立即用物理方法进行论证,许多物理学家都给自己的实验室打电话,安排实验.当晚11时,玻尔、费米、罗森菲尔德(L. Rosenfield, 1904—)、布瑞特(G. Breit, 1899—)等都汇集在卡奈奇学院观看了原子核裂变实验的表现.与此同时,哥伦比亚大学、霍普金斯大学等也都得到了同样的结果.原子核裂变的发现就这样在几小时内得到了公认,成为震惊世界的一件大事.

物理学家的忧虑

当人们还沉浸在原子核被分裂的喜悦中时,物理学家已清醒地预见到铀核裂变放出巨大能量的一种可怕后果.因为铀核裂变时放出一个或一个以上中子,这些中子又能引起其他铀核的裂变,从而产生链式反应(图19).这一想法很快被约里奥—居里夫妇、费米及流亡到美国的匈牙利物理学家西拉德(L. Szilard, 1898—1964)等人证实了,而且链式反应的时间极短,两次反应的时间间隔只有50万亿分之1秒.

这就是说,铀核的链式反应一旦实现了,将在极短时间内释放

* 参阅本丛书《猜想与假设》或《类比》.

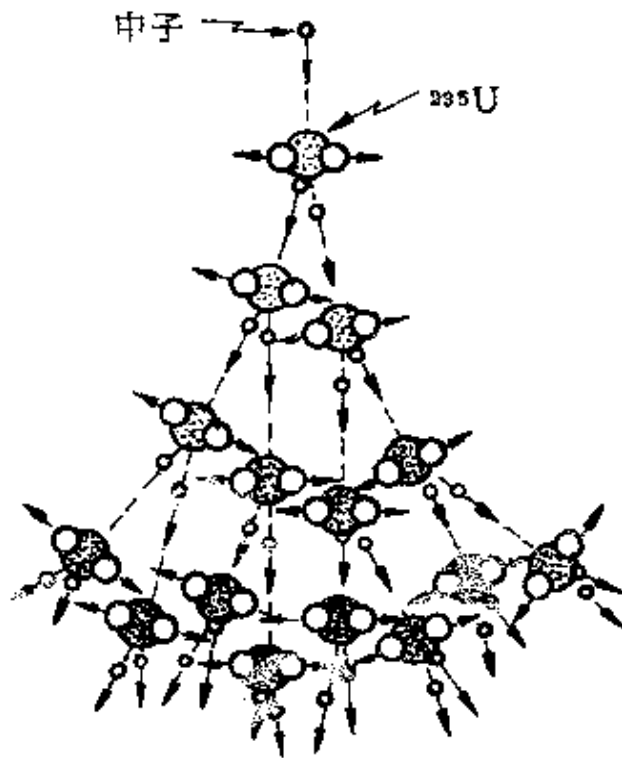


图 19 链式反应示意图

出巨大的能量.以 1 磅(1 磅 = 0.3732 千克)铀 235 计算,它含有 11.6×10^{23} 个铀核,完全发生裂变时,将产生 34.4×10^{12} 焦耳的能量.这些能量相当于 9.55×10^7 千瓦小时的电能,或相当于 1000 千瓦的动力厂连续工作一年以上所输出的能量,十分可观.

原子核的裂变固然是一项划时代的发现,为人类开辟了一种新的能源——原子能.但是如果不加控制地让它在极短时间内释放能量,可成为一种毁灭性的杀人武器.物理学家们从能量转化中已预见了一点,强烈的社会责任感也同时使他们产生了忧虑.

**曼哈顿
工程**

当时正值第二次世界大战爆发的前夕,风传纳粹德国正加紧进行链式反应的研究,许多科学家焦急万分,担心法西斯抢先制造原子弹.1939 年 7 月,西拉德和另一位匈牙利流亡物理学家维格纳(E. Wigner, 1902—)一起找到爱因斯坦,希望借助爱因斯坦的名望给美国总统写信,敦促美

国赶在纳粹法西斯之前造出原子弹.爱因斯坦于1939年8月2日发出了给罗斯福总统的信.罗斯福总统在一位机智的顾问萨克斯的启发下*,终于采纳了爱因斯坦等人的建议,后又拟定了一个研制原子弹的庞大的工程计划,代号为“曼哈顿工程”(Manhattan Engineer District).在费米、奥本海默(J. R. Oppenheimer, 1904—1967)等一大批有才干的物理学家的努力下,于1945年7月16日,在美国新墨西哥州离阿拉莫戈多(Alamogordo)约96千米的特里尼蒂荒漠上成功地爆炸了第一颗原子弹.

德国著名的物理学家、诺贝尔奖获得者劳厄(M. V. Laue, 1879—1960)评价道:“从物理学的观点看来,这是人类所做的前所未有的最大的实验.这是以对物理学的客观真理性的信仰为基础的大胆预言的最好的证实.”

3. 指导新理论

守恒思想称得上是自然科学的一块基石.物理学中许多新的理论,都是(或部分地是)建立在它的基础上的.例如,爱因斯坦的光电理论和玻尔的原子理论,无不折射着守恒思想的光辉.

(1) 爱因斯坦的光电理论

经典理论 的困难

1887年,德国物理学家赫兹(H. R. Hertz, 1857—1894)在研究电磁波的发射与接收实验时,首先发现光电效应现象**.后来经他的学生勒纳德(P. Lenard,

* 参阅本丛书《类比》一册.

** 关于赫兹实验及光电效应的实验规律等,可参阅本丛书《类比》和《猜想与假设》两册.

德国,1862—1947)的仔细研究,总结出几条实验规律.其中有一些实验事实,用经典电磁理论解释时遇到很大的困难.主要是下列两点:

①光电效应中的金属板从被光照射到电子逸出,两者之间几乎不存在能分辨的时间延迟.

②对每一种金属表面的照射光都存在一个截止频率(称为阈值频率).只有当照射光频率大于这个阈值频率时,金属板才有电子发射.

按照经典电磁理论,一束光照射到物体上时,它的能量将分布到大量的原子上,怎么可能在极短时间内把足够的能量集中到一个电子上而使它逸出呢?同时,光的能量由光的强度决定,跟频率无关,因此,不论任何频率的光,只要光的强度足够大或照射时间足够长,都能使电子获得足够的能量逸出表面,似乎不应该存在阈值频率.

光量子 理论

爱因斯坦认为,解决困难的关键是处理连续性和间断性的关系.经典电磁理论能圆满地解释各种纯光学现象,是因为“光学观测所得出的是对时间的平均值,而不是瞬时值”.爱因斯坦从普朗克(M. Planck, 德国, 1858—1947)的能量子假说中得到重要的启发,他认为,对于光的产生与转化的这种瞬时现象,必须假设光的能量是不连续的.他进一步发展了能量子假设,提出了杰出的光量子理论.他在1905年撰写的著名论文《关于光产生和转化的一个启发性观点》中说:“在我看来……从一点发出的光线传播时,在不断扩大的空间范围内能量不是连续分布的,而是由一个数目有限的局限于空间的能量量子所组成,它们在运动中并不瓦解,并且只能整个地被吸收或发射.”这也就是说,不仅能量的发射和吸收确实像普朗克提出的是以分立

的能量量子形式发生的,而且电磁场能量本身也是量子化的,辐射场也不是连续的,而是由一个个集中存在的、不可分割的能量子组成.他把这一个个能量子称为“光量子”,后来被称为“光子”*.

接着,爱因斯坦从维恩(W. Wien, 德国, 1864—1928)的辐射公式出发**, 得出了光量子的能量表达式, 即

$$E = h\nu.$$

光电方程

爱因斯坦把他的光量子理论用于光电效应, 根据能的转化与守恒, 立即得出了爱因斯坦光电方程

$$h\nu = W_0 + \frac{1}{2}mv_m^2.$$

这个方程的物理图景是非常清晰的. 金属表面的电子犹如一群井底之蛙, 它们只能一次整个地吞食一个光子. 只有当它们吸收了足够能量(至少为 W_0) 的外来光子后, 它们才能跃出井底. 若光子的能量大于 W_0 , 它们跃出时就会具有一定的初动能(图 20).

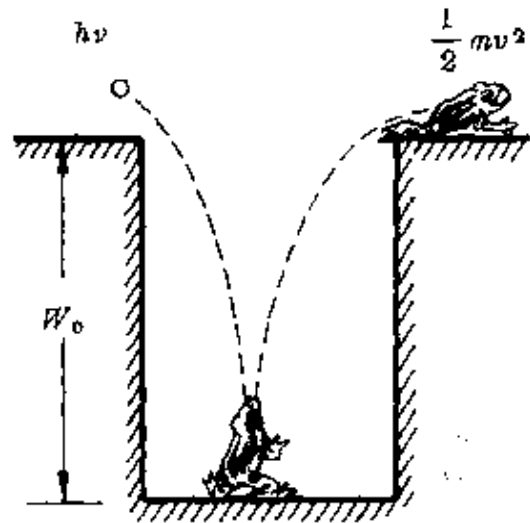


图 20 像井底之蛙的电子

爱因斯坦用它的光量子 and 光电方程, 可以很成功地解释光电效应的一系列实验结果.

* “光子”的名称是美国物理学家刘易斯(C. N. Lewis, 1875—1964)于 1926 年定名的.

** 关于维恩的辐射公式, 可参考本丛书《猜想与假设》一册. 得出 $E = h\nu$ 公式时还需应用热力学的一般原理, 这里从略.

密立根的验证

然而,许多伟大的理论并不是一下子就能被大家接受的.爱因斯坦的光量子理论提出后,同样没有被物理学家所承认.因为他的理论与非常成熟的光的波动理论完全相违背.甚至连量子观念的创始人普朗克也认为“太过分了”.他在1907年给爱因斯坦的信中说:“我认为基本作用量子(光量子)所寻找的不是它在真空中的意义,而是它在吸收和发射地方的意义.并且我认为真空中的过程已由麦克斯韦方程作了精辟描述.”显然,普朗克对辐射场能量本身的量子化是抱怀疑态度的.

美国著名的实验物理学家密立根(R. A. Millikan, 1868—1953)起初也认为爱因斯坦的光量子假设是“粗枝大叶”、“不可思议”的,他试图用实验推翻这个理论.因为从光电效应实验中发现,遏止电压 U_a (光电流等于零时的反向电压)与光电子的最大初动能有关系式:

$$eU_a = \frac{1}{2} mv_m^2.$$

根据爱因斯坦光电方程 $h\nu = W_0 + \frac{1}{2} mv_m^2$,可得到

$$eU_a = h\nu - W_0 \quad \text{或} \quad U_a = \frac{h}{e}\nu - \frac{W_0}{e}.$$

可见,遏止电压 U_a 与频率 ν 成线性关系,在 $U_a-\nu$ 的直角坐标中画出的是一条直线,其斜率应等于 $\frac{h}{e}$ (e 为电子电量),如图 21 所示.我们只需从实验中得出 $U_a-\nu$ 的图线后,就可根据其斜率求得普朗克常量.由此就可检验光电方程及光子理论的正确性了.

沿着这个思路,从1905年开始,密立根花了整整10年时间,克服了重重困难,设计了巧妙而复杂的装置进行实验.然而密立根的实验结果却违背了他的本愿,不仅没有否定爱因斯坦的光量子

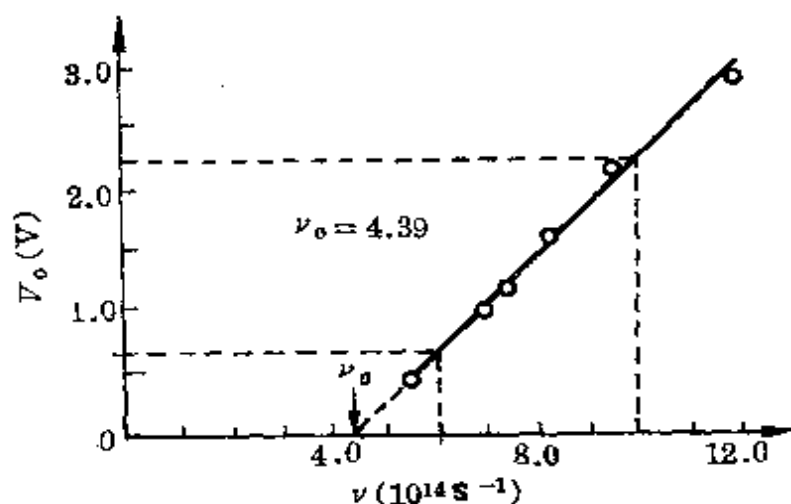


图 21 遏止电压与频率的关系

理论,反而证明了这一理论的正确性.密立根从光量子理论得到的 h 值和普朗克公式得出的值完全一致.1915年密立根在公布他的实验成果时说:“结果和我所有的预期相反.”这也同样意味着,在光与物质作用时,能的转化和守恒思想的胜利.

(2) 玻尔的原子里论

巴尔末初
探氢光谱
之 谜

人们从对光谱的长期研究中发现,不同物质的原子能辐射不同的光谱.例如,铁原子在可见光区域内有 6000 多条不同频率的光谱线.人们清楚地意识到,原子辐射的光谱中,一定蕴藏着原子结构的重要信息.因此,人们以极大的热情和努力去研究原子辐射的光谱,希望以此揭示原子内部的运动规律.在这浩如烟海的光谱数据中,要整理出一条基本规律显然是难以成功的,于是人们选择最简单的氢原子的光谱作为突破口进行研究.

氢光谱首先是由瑞典阿普沙拉大学教授埃格斯特朗(A. J. Angstrom, 1814—1874)从气体放电的光谱中找到了氢的红线(即 H_α 线),后来,他又发现了另外几根可见光区域内的氢谱,并精确

地测出了它们的波长,如下表所示*:

氢光谱线	埃格斯特朗给出的波长(10^{-8} cm)
H _α (红色)	6562.10
H _β (绿色)	4860.74
H _γ (蓝色)	4340.10
H _δ (紫色)	4101.20

1880年,休金斯(W. Huggins, 1824—1910)和沃格尔(H. C. Vogel, 1841—1907)又成功地拍摄到了恒星的光谱,发现这几根氢光谱线还可扩展到紫外区,组成一光谱系,它们具有鲜明的阶梯性,很有规律.

当时许多物理学家囿于传统观念,习惯于搬用对力学系统的研究方法,试图找出各光谱线之间的关系,可是,在氢光谱这些迷幻的波长数据面前,他们一筹莫展.1882年,舒斯特(A. Schuster)悲观地说:“在目前的精度内,要找到谱线的数量关系是没有意义的.”

正当许多物理学家感到沮丧、失望的时候,走来了一位瑞士的中学数学教师巴尔末(J. J. Balmer, 1825—1898).他从几何图形的对比中领悟到谱线波长会趋于某一极限值,从而找出了一个公式.也许正是由于他没有物理学家传统观念的束缚,另辟蹊径,才发现了氢光谱波长之谜.

1884年6月25日,巴尔末在瑞士的巴塞尔市向全国科学协会报告了自己的发现:氢光谱的波长分布可以用公式表示为

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - 4}, (n = 3, 4, 5, 6)$$

* 为纪念埃格斯特朗的功绩,后来把 10^{-8} cm 命名为埃(写做 Å).

式中 B 是一个共同因子,从埃格斯特朗对氢光谱波长的测定,他推出 $B = 3645.6 \times 10^{-8} \text{ cm}$.

后来瑞典的光谱学家里德伯(J. Rydberg, 1854—1919)改用波长的倒数(波数)表示得更为简单,即

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{4}{B} \left(\frac{n^2 - 1}{4n^2} \right) = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

R 称为里德伯常数.每一个 n 值对应着氢光谱的一条谱线.符合这一公式的线系称为巴尔末系.人们曾从日全食时观察太阳光谱发现了 35 条以上符合上述公式的谱线,在实验室氢放电管中也观察到 21 条属于该系列的谱线.下表给出了测量值与根据公式计算的波长值,两者符合得很好.当 $n \rightarrow \infty$ 时即得波长的极限值,即这一谱系中波长最短的谱线:

$$\lambda_{\min} = 3645.98 \times 10^{-8} \text{ cm}.$$

巴尔末线系的测量值与计算值对照表

n	测量值(Å)	计算值(Å)
3	6562.79	6562.76
4	4861.327	4861.30
5	4340.47	4340.45
6	4101.74	4101.72
7	3970.0740	3970.06
8	3889.0575	3889.04
9	3835.397	3835.38
10	3797.910	3797.89
...
28	3664.69	3664.67
29	3663.42	3663.40
30	3662.24	3662.25
...
∞		3645.98

巴尔末公式已打开了原子光谱奥秘的大门,找到了诠释原子“密码”的依据.巴尔末在1884年曾写道:“氢是目前已知物质中原子量最小的,……看起来注定要靠它打开研究物质本性的道路.”然而,原子光谱究竟与原子内部运动规律有何联系呢?依然像达·芬奇的蒙娜丽莎的微笑一样,是一个难解的谜.

玻尔理论 的成功

英国物理学家卢瑟福在 α 粒子散射实验基础上曾提出原子的有核模型,但它与经典理论相矛盾.因为原子不仅是一个稳定的系统,而且能辐射出分立频率的线光谱,并不像经典理论指出的那样,电子在绕核运动过程中会因辐射能量最终将落到原子核上,并且随着能量减少只能辐射连续谱.

被卢瑟福称为“是我遇到的最有才智的小伙子”的玻尔,曾在卢瑟福的实验室参加过 α 粒子散射实验的工作.他坚信原子有核模型是符合客观事实的,同时也看到了卢瑟福模型的困难.他认为,不能把经典理论用在原子这样的微观客体上,对于像原子这样的微观客体必须用崭新的理论来描述它们的规律.

正当玻尔在日夜苦苦思索这种新理论的时候,他的一位叫汉森的朋友向他介绍了氢光谱的巴尔末公式和斯塔克关于价电子跃迁产生辐射的理论.玻尔的思维闸门一下子被打开了,智慧的激流滚滚直泻,很快写出了著名的“三部曲”,即《原子构造和分子构造》,共分三部分.

玻尔把普朗克—爱因斯坦的量子理论推广到原子系统,作了两个基本假设:

①原子只能处于一些不连续的能量状态,在这些状态中电子绕核运动不会辐射能量,这些状态称为定态.

②原子发光或吸收光子是两个能量状态间跃迁的结果(图

22). 光子的频率与两状态的能量差有关, 即

$$h\nu = E_n - E_m.$$

玻尔认为, 普朗克常量 h 是描述微观力学量的基本单元. 氢原子中的核外电子在原子核的中心力场下绕核运动

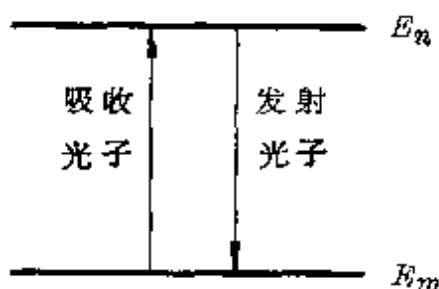


图 22 能级跃迁

的动量矩 $L(L = mvr)$ 是守恒量. 玻尔认为这个量也是量子化的, 并假设它是普朗克常量的整数倍, 即

$$mvr = n \frac{h}{2\pi} = nh. \quad \left(h = \frac{h}{2\pi} \right)$$

这个条件称为轨道量子化.

由此, 玻尔很容易算出氢原子在各定态的能量也是量子化的. 即

$$E_n = - \frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{n^2 h^2}.$$

这样, 玻尔就可以用他的假设很成功地解释了氢光谱的巴尔末公式, 并预言还能得到远紫外区和远红外区的谱线系. 难怪玻尔后来回忆道: “当我一看到巴尔末公式, 我对整个事情就豁然开朗了.”*

很明显, 玻尔的成功, 是由于他在旧的经典理论和新的实验事实的矛盾面前能坚定地以事实为根据, 勇于冲破旧理论的束缚, 全面地、创造性地继承和综合了前人的工作. 玻尔理论的成功之路可简略表示为:

* 本节内容同时可参阅本丛书《模型》一册.



在玻尔理论中,整个原子系统及放出(或吸收)的光子间的能量守恒和转化、电子在有心力场作用下的动量矩守恒,都有着具体的体现.从思想方法上我们是否也可以这么说:玻尔理论的成功植根于量子论和守恒思想.

4. 启迪新发明

守恒思想不仅有着深远的理论意义,也有着重要的实践意义.许多理论固然要受守恒思想指导,技术上许多新的发明、新的设计,同样得益于守恒思想的启迪.尤其是当 19 世纪能的转化和守恒定律确立以后,首先要检验它与能的转化和守恒定律是否相符.回顾一下物理学和技术史上曾名噪一时的永动机的设计,也许会有更深的体会.

枉费心机的方案 如果能设计一种机器,它不消耗任何燃料或动力,却可以不停地运转,不知疲倦地为人类服务,那该多好啊!历史上不少有杰出创造才能的人,曾经为了实现这一美好的愿望——设计永动机而付出了许多的劳动.*

早期一个很著名的永动机设计方案,在 13 世纪一个名叫亨内考的法国人提出来的.他在一个轮子的边缘等距地安装 12 根活

* 这种不消耗能量能不断做功的永动机称为第一类永动机.另一种把燃料释放的热能全部转变为机械能的机器,称为第二类永动机.实践和理论证明,这两类永动机都不可能.

杆,杆端装以重锤(图 23).他设想,当轮子转动起来后,由于右侧的重锤距轮心更远些,就会驱使轮子永不停息地沿着顺时针方向转动下去,至少要转到轮轴磨坏时为止.但实际上轮子仅转动了 1~2 圈后就停下来了.

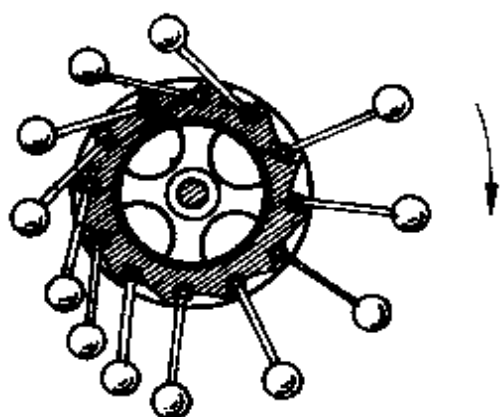


图 23 亨内考的永动机

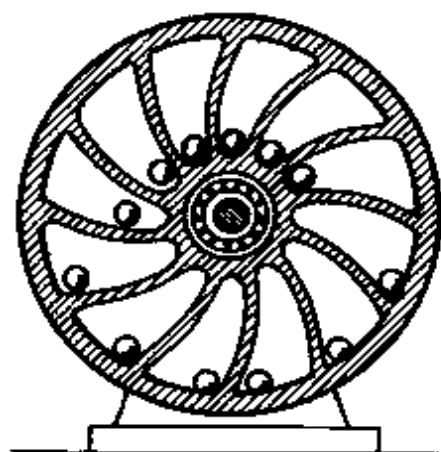


图 24 马尔基斯的永动机

17 世纪,英国的一个被关在伦敦塔下的名叫马尔基斯的犯人,做了一台转轮永动机(图 24).转轮的直径约 4.3 米,有 40 个质量均为 23 千克的重球沿转轮辐条向外运动,轮流驱使转轮不断转动.据说他曾向英国国王查理一世表演过这一装置,国王见了十分高兴,就释放了他.其实,这台机器由于有较大的自重,经推动后能依靠惯性维持一段时间,终究还是要停止转动的.

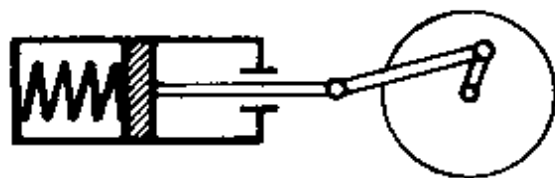


图 25

也有人设计了如图 25 所示的永动机.企图利用弹簧代替气缸里的蒸汽,利用弹力推动活塞永不停息地做功.但由

于摩擦和机轴转动时所受的阻力,即使一开始用力使弹簧振动,它也会很快地停下来.

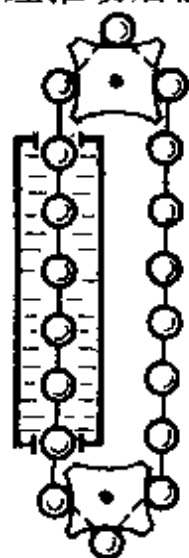


图 26

又有人设计了如图 26 所示的永动机. 希望利用成串的浮桶在水里受到的总浮力使左侧浮桶向上运动时, 带动轴转动使发电机转动发电, 被称为“静水发电”. 实际上, 由于浮桶上升时所受水的摩擦力和轴转动时所受的阻力的影响, 根本无法连续不停地运转.

……

一个个巧妙的永动机的设计方案, 都像美丽的肥皂泡一样很快地破灭了. 然而, 人们对永动机的设计热情依然很高, 一些人依旧在编织着彩色的梦幻……



就在一些人热衷于制造永动机的同时, 有些科学家已从一个个永动机设计方案的破灭中开始觉醒.

意大利著名科学家、艺术家达·芬奇(Leonardo da Vinci, 1452—1519)从自己早在 15 世纪制造过类似于马尔基斯永动机的失败中开始醒悟, 认识到永动机的尝试注定要失败. 达·芬奇劝告永动机的设计者们: “永恒运动的幻想家们! 你们的探索是何等徒劳无功, 还是去作淘金者吧!”

法国科学院针对愈来愈多的投送审查永动机的设计方案, 在 1775 年郑重地通过了一项决议, 拒绝审理永动机. 并且解释说: “永动机的建造是绝对不可能的, 即使中间的摩擦和阻力不致最终破坏原来的动力, 这个动力也不能产生等于原因的效果; 再如设想动力可以连续起作用, 其效果在一定时间内也会是无限小. 如果摩擦和阻力减小, 初始的运动往往得以继续, 但它不能与其它物体作用, 在这种假设(自然界不可能存在)中, 惟一可能的永恒运动对实现永动机建造者的目的将毫无用处. 这些研究的缺点是极度昂贵, 不止毁了一个家庭; 本来可以为公众提供大量服务的技师们, 往往为此消费了他们的工具、时间和聪明才智.”

庄严的 判决

达·芬奇的劝告、法国科学院的解释,虽然已教育了一批“永动机迷”,但似乎还是缺乏“法律根据”,未免显得苍白.直到 19 世纪关于能的转化和守恒思想的确立,才对永动机的设计作出了庄严的判决:任何不消耗能量不断对外做功的机器是不可能的,永动机的妄想永远不能实现!

在能的转化和守恒思想确立以后,19 世纪中叶,英国有一位工程师德尔克斯收集了大量资料,写成一本名为《十七、十八世纪的永动机》的书.他在序言中写道:“我将这部书奉献给公众,一方面这是一部有趣的、也许是忧伤的历史,另一方面这里提出了严重的警告:切勿妄想从永恒运动的赐予中获取名声和好运.”

以后,虽然还有些人并不听从德尔克斯的金玉良言,还想“以身试法”——继续在设计着各种各样的永动机.不过,他们绝不会有损于自然界中这条神圣的法律——“能的转化和守恒定律”的光辉,不论过去、现在或将来,一切违背能的转化和守恒思想的现象是决不可能发生的.

无价之宝

利用守恒思想,人们设计了许多产品,遍及各个方面.如“发条”式的玩具,都是依靠用于卷曲弹簧贮藏的弹性势能在不断释放过程中转化为其它部分(或整体)的运动动能.有一种新颖的“人动式”电子表,它不需要换电池,依靠人的自然动作带动表内机件获得的动能转化为电能,不停地使电子表走动.

根据物体不受外力矩时动量矩(角动量)守恒,具有保持转轴方向不变的特性而制成的回转仪*,常被用于飞机自动驾驶仪或火箭及导弹的导航.如图 27 表示飞机(或导弹)偏离正常飞行方向

* 关于动量矩守恒和回转仪,参阅本册第四部分第(7)节.

的姿态:(a)为飞机(或导弹)头部的上下摆动,可用俯仰角表示;
 (b)为飞机(或导弹)头部左右摆动,可用偏航角表示;(c)为飞机
 (或导弹)绕它本身纵向轴线的转动,可用侧滚角表示.用一个回转
 仪绕铅直轴转动,并规定其转动轴线为铅直基准线,飞机(或导弹)
 的侧滚角和俯仰角可根据铅直基准线测出.用另一个回转仪绕水
 平轴转动,规定其转动轴线为水平基准线,用它可测出飞机(或导
 弹)的偏航角.将测出的信号送给计算系统,就能够发出信号随时
 纠正飞机(或导弹)飞行的方向和姿态.

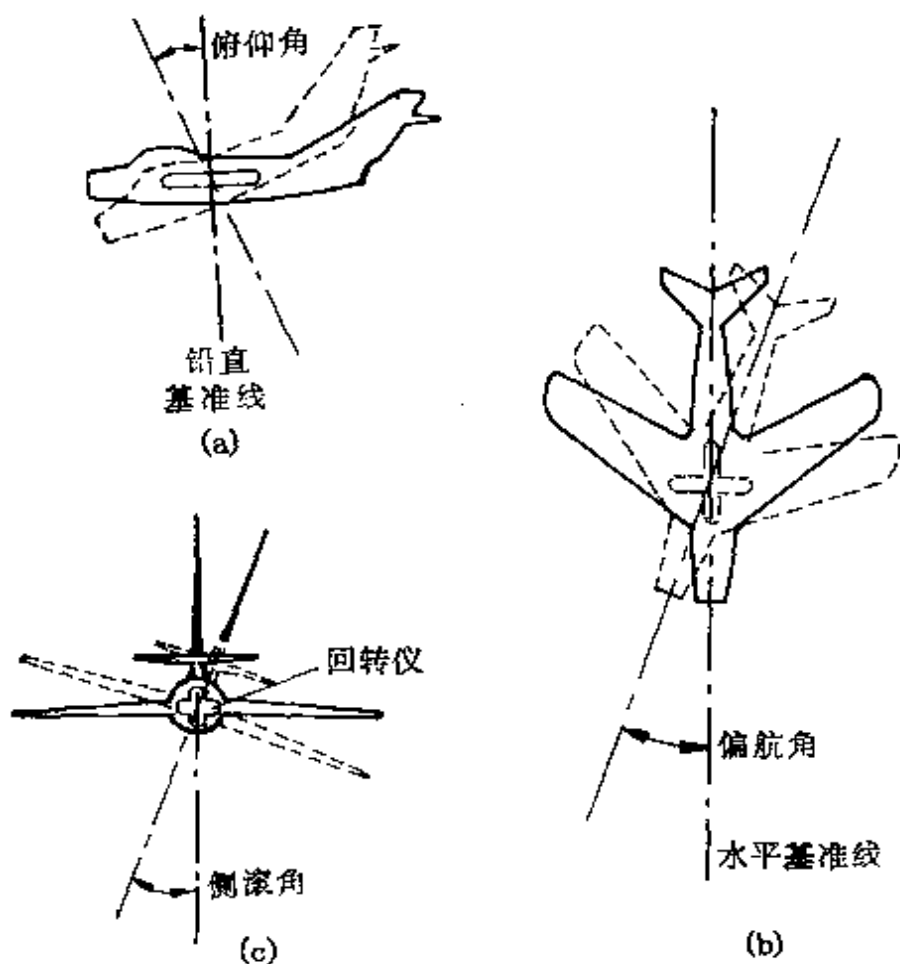


图 27 飞行中的偏航姿态

守恒思想称得上是一件无价之宝,它可以指导人们从根本原理上去检验发明创造的合理性,启迪人们从不同事物的相互联系中打开思路,获得成功.

三、守恒思想的教学功能

提出量子论的德国物理学家普朗克早在中学时代就对能量守恒定律着了迷,觉得它“宛如一个救世福音”,是他所接触到的“第一个独立于人而绝对有效的定律”。他记叙了在中学读书时物理老师讲的这样一则事例,大意是:泥瓦匠很吃力地把砖块一块块从地上搬到高处,他们没有白白做功,而是把能量一份份地贮存了起来,当砖块从高处落下时,这些砖块重又把原来贮存的能量一份份地释放出来了。据说,普朗克在提出量子论时曾得益于该事例的启发。

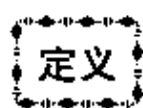
如果这则传闻确凿的话,那就称得上是守恒思想教学功能的一大奇葩了。

但不管怎样,守恒思想不仅有巨大的科学价值,它在中学物理教学中确实有着极为重要的指导意义,下面分五方面加以说明。

1. 帮助理解概念实质

如果把物理学比喻为一座知识大厦的话,那么,物理概念就是这座大厦的基石,对概念认识的深浅可以直接反映出对物理知识理解的程度。运用守恒思想,可以帮助我们从物理实质上加深对某些概念的理解,从而更好地掌握物理知识。我们用下面两个概念加以说明。

(1) 功的概念



考察一下升旗、推车、起吊货物、用犁耕地等生活和生产实践中的现象,可以发现,它们都有两个共同的因素:有力的作用,并在力的作用下发生一段位移.为了概括这些现象,物理学上引进了机械功的概念.定义为“物体受力的作用,如果在力的方向上发生了一段位移,称为这个力对物体做了功”.由此得出量度恒力功大小的公式

$$W = F s \cos \alpha .$$

式中 α 表示力 F 和位移 s 方向间的夹角.这个公式可以理解为位移方向的分力 ($F \cos \alpha$) 与位移 (s) 的乘积,或力 (F) 与力方向上的位移 ($s \cos \alpha$) 的乘积,如图 28 所示.

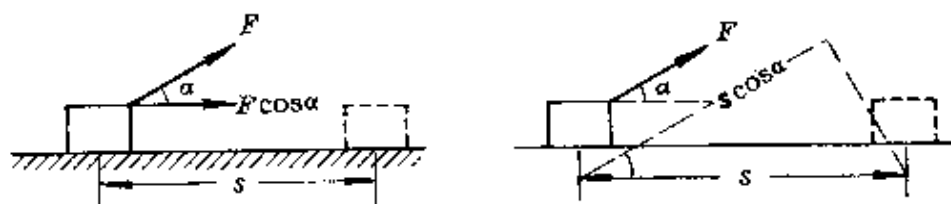


图 28



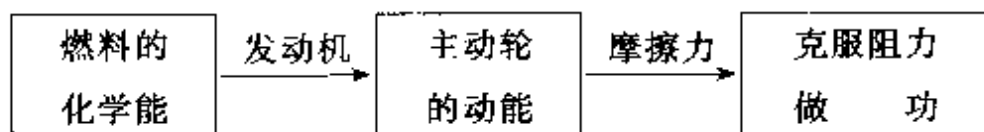
上述关于机械功的说法和量度公式,其实并没有反映出做功的物理本质.如果我们也局限于表面的理解,分析某些具体问题时往往会产生谬误.

例如,汽车是依靠地面对主动轮(通常是后轮)的摩擦力为牵引力使汽车前进的,一些学生就认为,汽车在运动过程中,地面不断对汽车做功,于是得出了地球应不断消耗能量的结论.

这显然是荒唐的.车轮做纯滚动时,车轮与地面接触的部分就是地面对车轮产生摩擦力的作用点.当摩擦力作用在它们上面时,这些点相对地面是不动的,因此地面并没有做功.正像我们攀着竹

杆向上爬,杆对手的摩擦力并没有对人做功一样。

上面是从功的定义中对位移 s 的理解上说明的,许多学生难免感到困难*。如果我们从能的转化实质上去说明就一清二楚了。汽车在前进过程中,燃料燃烧释放的化学能转变为发动机驱动主动轮的动能,通过摩擦力转化为汽车前进中克服阻力的功。所以,归根到底,是发动机做了功,是燃料燃烧释放出化学能的结果。正像我们攀杆而上,是肌肉消耗了能量的结果。



由此可见,功的概念与能量是紧密相关的。机械功是物体间以宏观位移方式所转移的能量的量度,这才是功的物理实质。

如图 29 所示,一块质量为 m 的物体,在合外力($F_{\text{合}}$)作用下沿力的方向发生位移 s 后,速度从 v_0 变为 v_t ,由牛顿第二定律

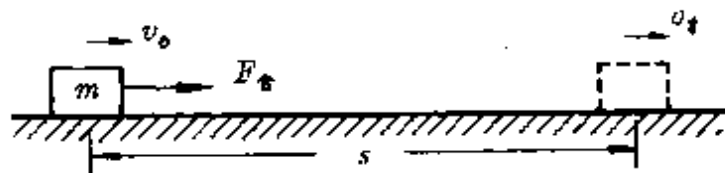


图 29

$$F_{\text{合}} = ma = m \frac{v_t^2 - v_0^2}{2s},$$

得

$$W = F_{\text{合}} s = \frac{1}{2} m v_t^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \Delta E_k.$$

也就是说,合外力对物体作用在位移过程中所显示的效果(消耗的

* 功的计算式 $W = F s \cos \alpha$ 中的 s , 应该是力的作用点的位移, 它与物体的位移不尽相同。

机械功)转化为物体动能的增量.它被称为动能定理.所谓功(确切地说是机械功)是力在位移过程中的积累作用,也是针对能的转化意义所说的.

**功的
普遍含义**

机械功的概念只是功的概念的一部分,它仅仅反映了“力的使物体移动的特性”.功的普遍意义可以表述为:功是能量变化的量度.因此,做功是能量传递和转化的一种方式,功就是被传递和转换的能量的量度.我们用常见的子弹打木块的例子很容易说明.

如图 30 所示,在光滑水平地面上,放有一块质量为 M 的木

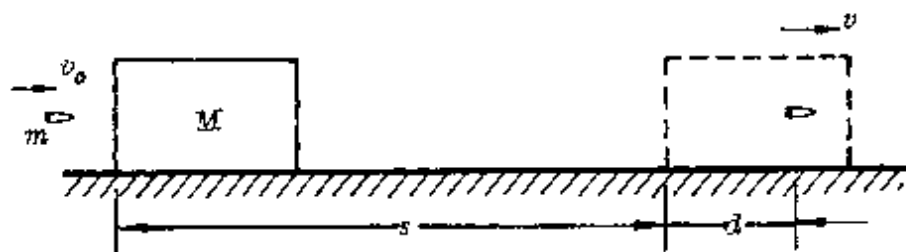


图 30

块,一颗质量为 m 、以水平速度 v_0 飞行的子弹击中木块,当子弹进入木块的深度为 d 时,木块滑行了距离 s ,两者共同速度为 v .设子弹与木块间的摩擦力为 f ,则由动能定理

对木块
$$fs = \frac{1}{2} Mv^2,$$

对子弹
$$-f(s + d) = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2.$$

联立两式得
$$\frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} Mv^2 + fd,$$

或
$$fd = \frac{1}{2} mv_0^2 - \left(\frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} Mv^2 \right).$$

这就是说,在子弹深入木块的过程中,子弹克服木块摩擦力的功(即转化为热的这部分功),等于“子弹—木块”系统机械能的变化.

掌握了这个物理实质,就可以直接从做功跟能量转化和传递上找出上面的关系:

$$\boxed{\text{子弹的初动能}} = \boxed{\text{子弹的末动能}} + \boxed{\text{木块的动能}} + \boxed{\text{子弹克服阻力的功}}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\text{热能}}$$

或

$$\boxed{\text{子弹克服阻力的功}} = \boxed{\text{子弹的初动能}} - \boxed{\text{子弹的末动能}} - \boxed{\text{木块的动能}}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\text{热能}}$$

(2) 电动势

电源的非静电力

如果你有兴趣向周围的中学生作一次测试:什么叫电动势?也许会有 80% 以上的学生认为,电动势就是外电路开路时电源两极间的电压(路端电压)。这些学生把电动势的简易测量方法当作了它的定义,显然是不正确的。

电动势是直流电路中最重要、也较难理解的一个概念,只有从电源内部非静电力移动电荷时做功引起的能的转化上,才能透彻理解电动势的概念。

什么叫非静电力呢?我们从电源的作用说起。如图 31 所示,虚线框内表示电源, A 板为正极, B 板为负极,它们分别积累了等量的正、负电荷,使得 A 板电势高于 B 板电势。接

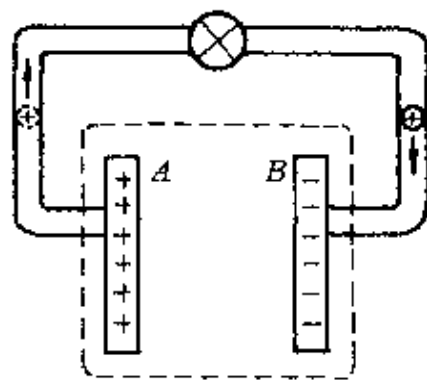


图 31 正电荷从 A 流向 B
两板电势差降低

通外电路后,在电场力作用下 A 板上积聚的正电荷通过外电路流到 B 板*,与 B 板上的负电荷中和, A 板的电势会逐渐降低, B 板的电势会逐渐升高,最后当两板电势相等时,电路中也就停止了电荷的流动,电流随之消失.

为了在电路中得到持续的电流,必须设法将流到 B 板的正电荷“强行”从负电荷身边夺走,并把它送回 A 板,从而保持 A 、 B 两板间有恒定的电势差,外电路中才可得到持续的电流(图 32).

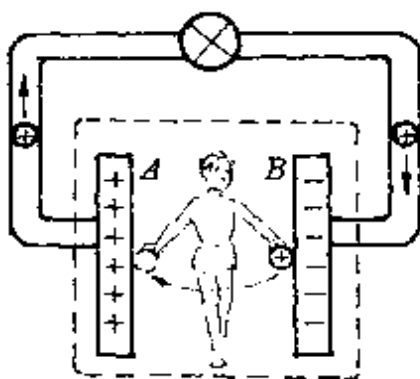


图 32 不断把流到 B 板的正电荷送回 A 板,就可保持 A 、 B 两板间一定的电势差

这种把正负电荷分开的力,不可能是静电力,我们就称它为非静电力.从这个意义上说,电源仿佛是一个勤劳的“运输工人”,它依靠非静电力,在电源内部搬运电荷,从而在两极间建立稳定的电势差.

不同的电源,产生非静电力的方式不同.导线在磁场中做切割运动时,由磁场对运动电荷的作用力(洛仑兹力)作为非静电力;闭合电路中磁场发生变化时,由感应电场对电荷的作用力作为非静电力;图 33 中为温差电偶示意图,当使 A 、 B 两种不同金属的接触点处于不同的温度 T 和 T_0 时,热端和冷端之间会产生电

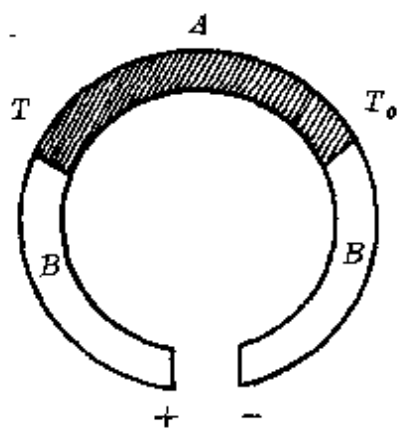


图 33 温差电偶

* 金属导体中实际上移动的是自由电子,为便于说明,文中改用正电荷的运动代替电子的反向运动.

势差,此时依靠热端和冷端的温度差产生对电子气的压强形成非静电力;化学电池(干电池或蓄电池)则依靠化学反应提供非静电力.

电动势的定义

非静电力在电源内部搬运电荷时需要做功,做功的结果把其它形式的能量转化为电能.不同电源的非静电力,同样把 1 库正电荷从负极板搬到正极板做功的多少不同,表示它们转化为电能的多少不同,因而建立的电势差不同.这正像不同能力的人搬运同样一袋米,由于转化为米的重力势能不同,达到的高度不同一样(图 34).

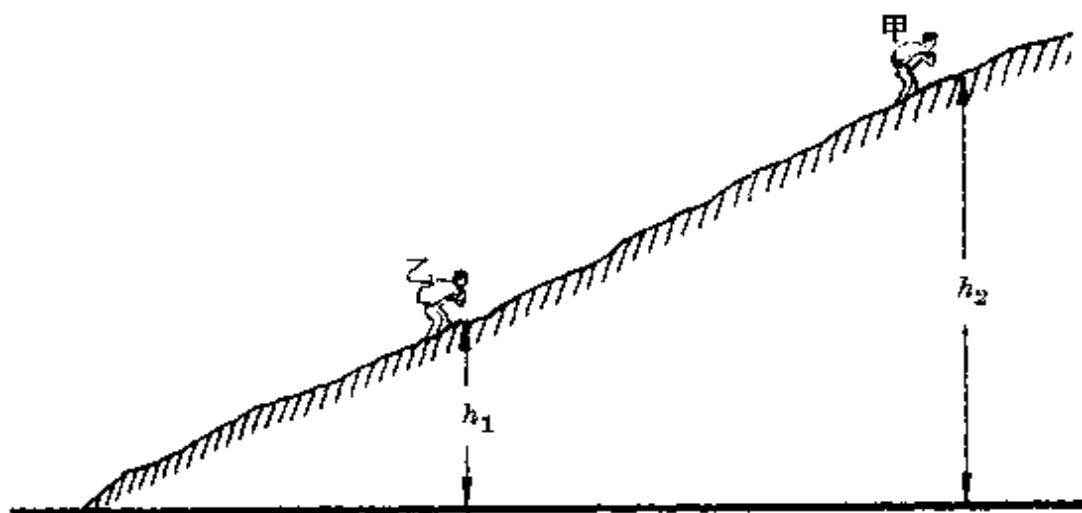


图 34

因此,从这个意义上说,电源就是一种能量转换装置.它依靠非静电力搬运电荷,把其它形式的能量转化为电能.

为了表征不同电源搬运电荷时的这种能的转换特性,于是引入电动势的概念.定义为:在电源内部从一极到另一极搬运电荷时非静电力做的功($W_{非}$)与搬运电量(q)的比值.用公式表示为

$$\mathcal{E} = \frac{W_{非}}{q}.$$

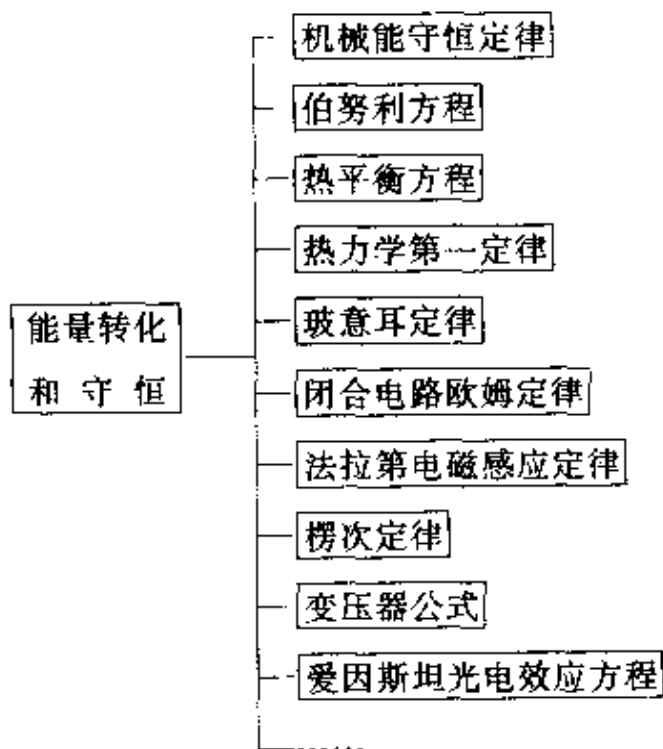
数值上等于从一极到另一极搬运 1 库电量时非静电力做的功,也

等于外电路开路时电源两极间的电压。

由此可见,电源电动势反映了电源的能的转换特性,如果撇开能的转换,是无法真正理解电动势概念的。

2. 深刻揭示规律内涵

物理规律(定律、定理、公式、法则等)是以实验为基础、联系相关物理概念(物理量)的客观规律,它仿佛是物理知识大厦的骨架,由它构成了物理学的基本内容。其中有许多物理规律,可以看成是从守恒思想上衍生出来的。如从质量守恒衍生出流体力学中的连续性方程、气体状态变化的分态式;从电量守恒衍生出基尔霍夫第一定律等,而从能量转化和守恒上衍生出来的规律更是遍及物理学的各个领域,如

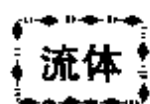


对于物理学中这些从守恒思想上衍生出来的规律,也只有结合具体的守恒定律,才能深刻揭示出它们的物理内涵,领会它们的

精髓所在。

下面,我们选择几条规律加以剖析。

(1) 连续性方程



经验告诉我们,河水在狭窄的河道流速大,在宽阔的河道流速小.这种流速差异实质上是质量守恒的反映。

假设流体不可压缩、无粘滞性*,并且做稳恒流动(即各处的流速不随时间变化),在流体中任取一细流管,设垂直于流管的截面 S_1 和 S_2 处的流速分别为 v_1 和 v_2 ,如图 35 所示.由于流体不可



图 35 流管

压缩,流动过程中位于截面 S_1 和 S_2 之间的流体体积和质量都应不变,因此在某段时间 t 内通过截面 S_1 流进这一区域的流体质量应等于同一时间内通过截面 S_2 流出的质量,即流量

$$Q = \rho v_1 t S_1 = \rho v_2 t S_2,$$

由此得

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}.$$

这就是说,理想流体在稳定流动时,通过流管的流速与流管的截面

* 流体的压缩性很小,如对本,每增加 1 大气压,体积减少仅为原来的 $\frac{1}{20000}$. 流体各层间相对运动时的摩擦作用即为粘滞性. 忽略压缩性和粘滞性的流体称为理想流体.

积成反比. 这个关系称为流体的连续性方程. 根据连续性方程, 河道不同截面处流速不同是一目了然的.

电流

如果在管道中流动的是带电的质点(如自由电子), 就形成了电流. 如图 36 中电路, 有四个分支点 A、B、C、

D(三条或三条以上通电导线交会的点称分支点或节点), 则对任一节点来说, 某段时间内流入节点的自由电子数必等于同一时间内流出节点的自由电子数(否则将造成自由电子在电路

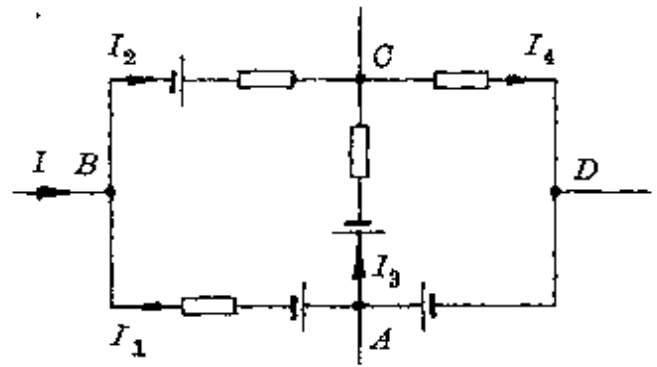


图 36

某处的堆积和中断). 从电流的意义说, 就是任一节点处, 流向节点的电流之和等于流出节点的电流之和. 如对图中 B、C 两节点, 可得关系式

$$I + I_1 = I_2, I_2 + I_3 = I_4.$$

或

$$I + I_1 - I_2 = 0, I_2 + I_3 - I_4 = 0.$$

这个规律就是电流的连续性方程, 也称为基尔霍夫第一定律. 它的一般形式常写成

$$\sum I = 0.$$

显然, 它就是质量守恒或电量守恒在电路中的反映. 把握住这个实质后, 也就不必为电路计算中流进或流出节点电流的正负号规定所牵制, 并且可以从守恒的意义上统一流体的连续性方程和电流的连续性方程.

(2)伯努利方程

吹不落
的小球

我们先做一个有趣的小实验：取一个化学实验中常用的玻璃漏斗，漏斗口朝下，如果要求把一个乒乓球放在这个漏斗口，那是任何人都办不到的。倘若你使劲从漏斗管口向下吹气（图 37），奇迹出现了——乒乓球非但未被吹落，反而会稳稳地悬空在漏斗口。

这个实验的道理，需要用伯努利方程去解释。

伯努利
方程

伯努利方程是流体力学的一条基本规律，它指出了理想流体做稳定流动时的速度、高度和

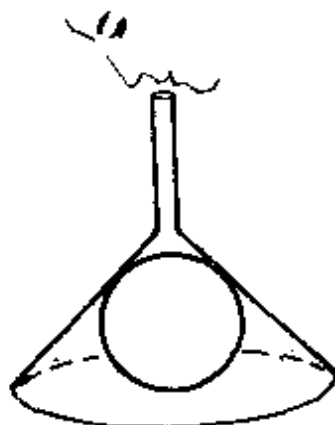


图 37 吹不落的球

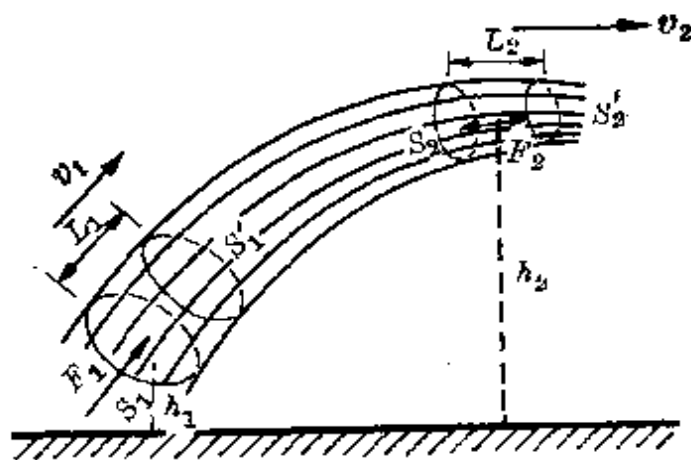


图 38

压强三者间的关系。如图 38 所示，取理想流体稳定流动中某一流管，设截面 S_1 、 S_2 处的流速分别为 v_1 、 v_2 ，压强分别为 p_1 、 p_2 ，对参考平面的高度分别为 h_1 、 h_2 ，可以证明*

* 具体证明参阅本丛书《图示与图象》一册。

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2 + p_2,$$

即 $\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh + p = \text{恒量}.$

上面的两个关系式都称为伯努利方程. 这是瑞士数学、力学家伯努利(D. Bernoulli, 1700—1782)首先得出的.

实质与应用 方程中的 ρ 为流体的密度, 因此 $\frac{1}{2}\rho v^2$ 表示单位体积流体的动能, ρgh 表示单位体积流体相对参考平面的势能. 当体积 V 为 1 个单位时, 压强 $p = \rho V = \rho S \Delta x$, 它同样具有能量的量纲(单位), 可以看成是体积为 V 的流体在压强 p 时所具有的一种与流体的弹性有关的能量. 所以, 伯努利方程说明了在稳定流动中, 理想流体单位体积的动能、势能和压强能的总和保持不变. 它就是能的转化与守恒在流体动力学中的具体反映. 抓住这个物理实质, 一旦忘记原始公式, 也可以对伯努利方程作灵活变通的应用.

图 39 为一广口容器, 底部侧壁有一小孔, 容器中水面离小孔深 h . 为求从小孔喷出水流的速度, 可从液面取质量为 m 的水质点, 假设它从水面降落至小孔喷出, 由能的守恒和转化

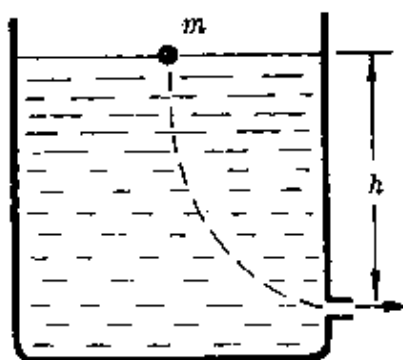


图 39

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2,$$

直接可得小孔处流速为 $v = \sqrt{2gh}.$

这个结果跟应用伯努利方程

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2 + p_2,$$

当式中 $p_1 = p_2 = p_0$ (大气压), $h_1 = h$, $h_2 = 0$, $v_1 = 0$ (容器内液面缓慢下降的速度可忽略), 所得的结果 $v = \sqrt{2gh}$ 一致.

对于水平流动或忽略高度变化时, 伯努利方程变为

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + p = \text{恒量}.$$

从而得出流速大处压强小、流速小处压强大的关系.

在图 37 实验中, 释手后, 球在重力作用下会下落. 由于吹气, 气流流过管颈处截面小, 流速大, 气体的压强小; 气流流过球下部时截面骤增, 流速小, 气体的压强大 (图 40). 于是形成了由下向上的压力, 由它平衡重力, 所以球能悬空在漏斗口, 越是使劲吹, 越不会下落.

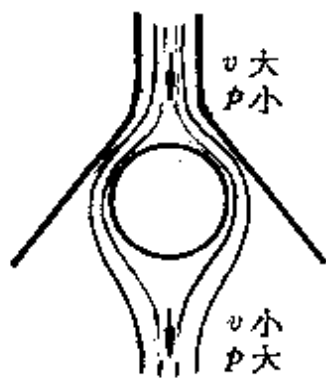


图 40

(3) 热力学第一定律

物理实质

热力学第一定律表示了热量 (Q)、功 (W) 和内能变化 (ΔE) 之间的关系, 它的表达式是

$$\Delta E = W + Q.$$

通常对式中各物理量正负号的规定如下表所示:

	+	-
W	外界对物体做功	物体对外界做功
Q	物体从外界吸收热量	物体向外界放出热量
ΔE	物体的内能增加	物体的内能减少

一些学生往往由于记错了各物理量的正负号规定, 造成计算中的失误. 其实, 热力学第一定律的实质就是包括内能在内的能量转化和守恒定律. 把握住这个实质, 可以由能量转化关系通过对系

统的“收入、支出”分析中,直接找出三个量的关系,完全不必拘泥于公式的形成和符号法则。

应用说明

例如,一定质量理想气体由状态 A_1 变化到状态 B_1 ,从外界吸收热量 Q_1 ,外界对气体做功 W_1 ,在这个过程中气体只有“收入”,没有“支出”,根据能的转化和守恒,气体内能的净增值为

$$\Delta E_1 = E_{B1} - E_{A1} = Q_1 + W_1.$$

这种情况可形象地表示为如图 41(a)所示。

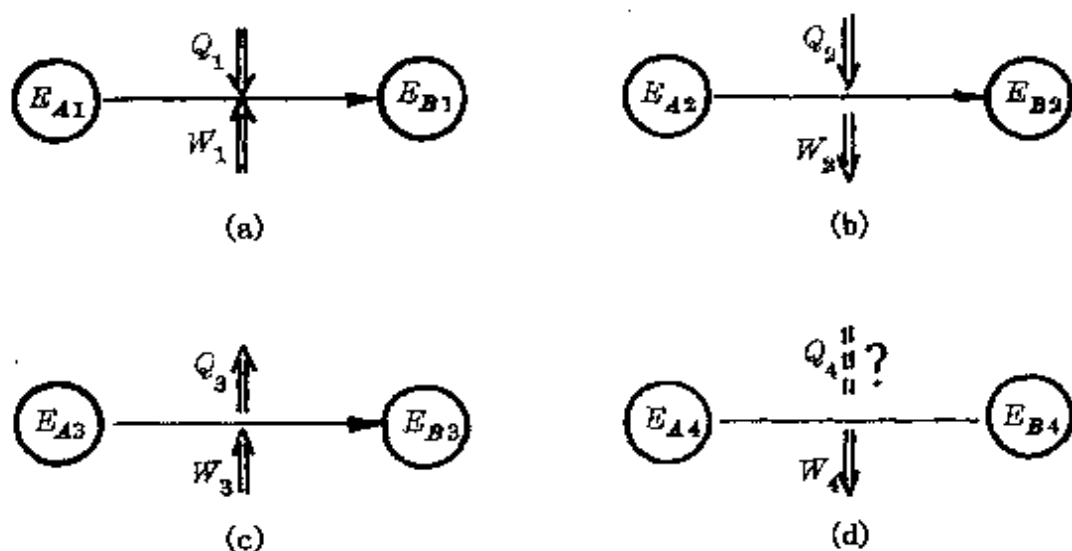


图 41 内能变化与做功、吸(放)热的关系

如果在某个过程中,气体从外界吸热 Q_2 ,对外界做功 W_2 ,如图 41(b)所示,气体内能的变化为“收入”与“支出”之差,即

$$\Delta E_2 = E_{B2} - E_{A2} = Q_2 - W_2.$$

若 $Q_2 > W_2$ (“收入”大于“支出”),则 $\Delta E_2 > 0$ (内能增加);若 $Q_2 < W_2$ (“收入”小于“支出”),则 $\Delta E_2 < 0$ (内能减少)。

同样,如果气体接受外界的功 W_3 ,对外界放热 Q_3 ,如图 41(c)所示,气体内能的变化也由“收入”与“支出”的差决定,即

$$\Delta E_3 = E_{B3} - E_{A3} = W_3 - Q_3.$$

若 $W_3 > Q_3$, 则 $\Delta E_3 > 0$, 内能增加; 若 $W_3 < Q_3$, 则 $\Delta E_3 < 0$, 内能减少.

如果发生内能变化 $\Delta E_4 = E_{B4} - E_{A4}$ 时对外界做了功 W_4 , 那么气体该放热还是吸热呢[图 41(d)]? 从“收支”所引起的变化很容易判知:

若内能增加 ($E_{B4} > E_{A4}$), 则必然吸热. 因为既增加自身内能, 又付出了功, 只有依靠吸热, 且吸收的热量应为

$$Q_4 = \Delta E_4 + W_4 = (E_{B4} - E_{A4}) + W_4.$$

若内能减少 ($E_{B4} < E_{A4}$), 则可能有三种情况:

① $\Delta E_4 = E_{B4} - E_{A4} = W_4$, 即气体依靠自身内能的减少, 恰好转化为对外界做的功, 不需吸热, 也无多余的热量放出, $Q_4 = 0$.

② $\Delta E_4 = E_{B4} - E_{A4} > W_4$, 即气体自身内能的减少中只需用一部分转化为对外界做的功, 其余部分便转化为热量放出, 放出的热量

$$Q_4 = \Delta E_4 - W_4 = (E_{B4} - E_{A4}) - W_4.$$

③ $\Delta E_4 = E_{B4} - E_{A4} < W_4$, 即气体用降低自身的内能还不足以支付对外界做的功, 气体必须从外界吸热, 吸收的热量为

$$Q_4 = W_4 - \Delta E_4 = W_4 - (E_{B4} - E_{A4}).$$

由此可见, 只要把握住热力学第一定律的能量转化和守恒的实质, 完全可以不管符号法则, 公式的形式也可灵活改变*.

* 大学物理中, 常把热力学第一定律写成 $Q = \Delta E + W$.

(4) 法拉第电磁感应定律

切割公式
的能量
意义

如图 42 所示,磁感强度为 B 的匀强磁场中放置一个光滑的金属框架,上面垂直放置一根长 l 的金属导线 MN .当 MN 沿框架以速度 v 匀速向右滑动时,因切割磁感线在导线中产生感应电流,其方向从 N 流向 M .同时导线将受到一个向左的磁场力(安培力) F_B ,且

$$F_B = BIl.$$

为了维持导线匀速右滑,作用在 MN 上的外力 F 必须与 F_B 大小相等、方向相反,即

$$F = |F_B| = BIl.$$

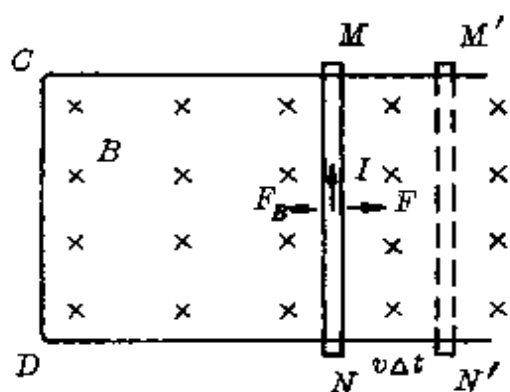


图 42

外力 F 在时间 t 内使导线 MN 向右移动的距离 $d = v\Delta t$,在这段时间内外力对导线做的机械功(即消耗的机械能)为

$$W = Fd = BIlv\Delta t.$$

设导线 MN 匀速切割磁感线时在回路中产生的感应电动势为 \mathcal{E} ,则在时间 t 内感应电流的电能

$$E = \mathcal{E}t.$$

根据能的转化与守恒定律,应有关系式

$$W = E,$$

即

$$Bilvt = \mathcal{E}t,$$

所以

$$\mathcal{E} = Blv.$$

这就是匀强磁场中的导线,以速度 v 垂直切割磁感线时产生感应电动势的计算公式.

普遍公式

从磁通量变化的意义来看,导线从原来位置右移一段距离 $v\Delta t$ 后,由导线和框架组成的闭合回路内的磁通量发生了变化,其大小为

$$\Delta\varphi = B\Delta S = Blv\Delta t.$$

磁通量的变化率为

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{Blv\Delta t}{\Delta t} = Blv.$$

这样就得到了法拉第电磁感应定律的普遍表达式,即

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \text{ 或 } \mathcal{E} = n \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.*$$

由此可见,法拉第电磁感应定律,实际上就是能的转化和守恒定律在电磁现象中的表现.法拉第(M. Faraday, 英国, 1791—1867)发现的电磁感应现象和他所建立的电磁感应定律的伟大意义在于实现了获得电能的方法——使导线运动(平动或转动),切割磁感线,就可实现机械能与电能的转化.

如果说,普罗米修斯把火种带到了人间**,人类从此有了光明和温暖,那么,法拉第则把人们带进了电的时代,使人们的生活变得更加绚丽多彩.

(5) 楞次定律

不顺口的定律

在电磁感应现象中,判断感应电流方向的普遍法则则是楞次定律:感应电流的方向,总是使它的磁场要阻碍引起感应电流的磁通量的变化.由于这条定律要求

* 考虑到楞次定律的结果,应表示为 $\mathcal{E} = -n \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$.

** 古希腊神话.

先找出感应电流的磁场方向,然后确定感应电流的方向,初学者常会感到不习惯,读起来也觉得不那么顺口,从而使许多初学者形成“感情上的抵触”,不能很快就被接受。

把握能的
转化与
守恒实质

实际上,并不需要把楞次定律像《圣经》一样去背诵,我们只需要从能的转化和守恒上去理解,就显得非常顺理成章了。

如图 43 所示,当条形磁铁靠近闭合线圈时,通过闭合线圈的磁通量发生了变化,闭合线圈中产生了感应电流,它的方向只有两种可能,如图 43 中(a)、(b)所示。

如果感应电流方向如图(a)所示,感应电流的磁场使闭合线圈的右端呈现 S 极,它将吸引磁铁向它靠拢,也就是说,不需用外力推进磁铁做功,也不需要消耗其它任何形式的能量,就

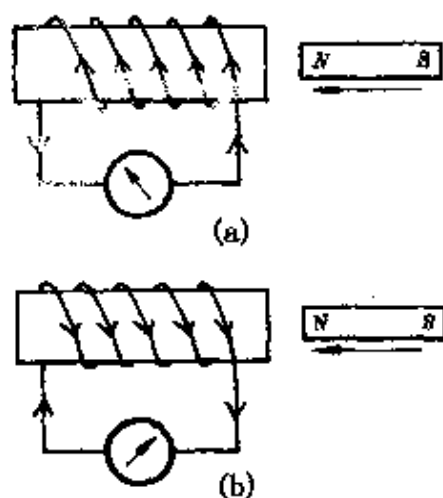


图 43

能在闭合线圈中获得电能.这显然是违背能的转化和守恒规律的.可见,闭合线圈中的电流方向只能如图(b)所示,感应电流的磁场使闭合线圈的右端呈现 N 极,它反抗条形磁铁 N 极的靠近,即阻碍线圈中磁通量的增加.因此,只有用外力反抗感应电流磁场的这种作用,不断消耗其它形式的能做功,才能在闭合线圈中获得电能.这才符合能的转化和守恒定律。

所以,楞次定律实质上是用能的转化和守恒思想判定感应电流方向的一种表述形式.深刻理解了 this 实质,就不会感到楞次定律的“别扭”,判断感应电流方向时也就不容易发生错误了。

(6) 变压器公式

变压器是一种常用的电器设备. 它的两个基本公式——原、副线圈之间的电压比与电流比, 同样可从能的转化和守恒关系上推导出来, 并且, 也只有从能的转化和守恒上, 才能深刻认识这两个公式的适用条件及其近似特性.

图 44 为变压器的示意图. 用 n_1 、 r_1 、 I_1 、 U_1 分别表示原线圈的匝数、线圈电阻、输入交流电流、电压的有效值, 用 n_2 、 r_2 、 I_2 、 U_2 分别表示副线圈的相应量.

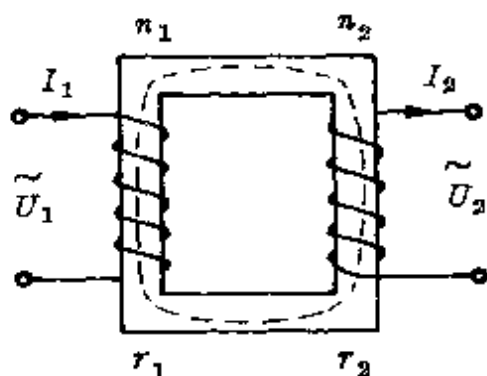


图 44 变压器

对原线圈, 根据能的转化和守恒, 有关系式

$$I_1 U_1 = I_1 \mathcal{E}_1 + I_1^2 r_1.$$

它表示了每秒输入的交流电能(即电功率)转化为产生感应电动势的电能和线圈中的焦耳热能. 它相当于电动机电路, 由此得

$$U_1 = \mathcal{E}_1 + I_1 r_1 \quad \text{或} \quad \mathcal{E}_1 = U_1 - I_1 r_1.$$

对副线圈, 它相当于发电机电路, 根据能的转化和守恒有关系式

$$I_2 \mathcal{E}_2 = I_2 U_2 + I_2^2 r_2.$$

由此得 $\mathcal{E}_2 = U_2 + I_2 r_2$ 或 $U_2 = \mathcal{E}_2 - I_2 r_2$.

因为铁心中的交变磁通同样穿过每一匝原、副线圈, 根据法拉第电磁感应定律 $\mathcal{E} = n \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$, 所以,

$$\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{或} \quad \frac{U_1 - I_1 r_1}{U_2 + I_2 r_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

当不计线圈电阻时($r_1 = r_2 = 0$),才得出原、副线圈电压与其匝数成正比的关系式,即

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

同样道理,也只有当不计变压器工作中的各项损失*,并认为原、副线圈电压与电流之间相位差相同时,由能的转化和守恒

$$I_1 U_1 \cos\theta = I_2 U_2 \cos\theta,$$

才能得出原、副线圈电流强度与其匝数成反比的关系,即

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1}.$$

因此,变压器的两个基本公式

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}, \frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

仅适用于理想变压器.而对于多绕组的理想变压器(图 45),任何两个线圈之间电压比的关系式仍然成立,原、副线圈之间电流的关系,必须从能的守恒关系上去确定,即

$$U_1 I_1 = U_2 I_2 + U_3 I_3 + \dots,$$

原、副线圈电流之间已不再有简单的比例关系.

3. 圆满解释物理现象

守恒思想不仅在科学研究上常被用来解释许多新现象的原因,在中学物理教学中,运用守恒思想,也往往可以对许多现象(包括周围环境中的现象)作出简捷、圆满的解释.尤其是当理论计算

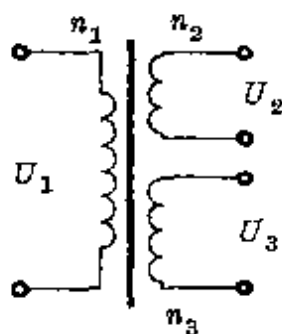


图 45

* 线圈通电后的发热损失,称铜损;铁心中因产生涡流引起的损失和铁心反复磁化时产生的磁滞现象引起的损失,称为铁损.

很繁复或难以用理论作严密的计算时,这种解释更易显出它独特的魅力.

(1)不停车自动加水

列车中的用水通常是利用到站停车时补充的.一些物理书中介绍一种列车不停车的自动加水法.如图 46 所示,用一根弯成直角的管子,在列车行进中把这根管子浸到沿着轨道设置的水槽里,水就可升到一定高度给列车自动添加.

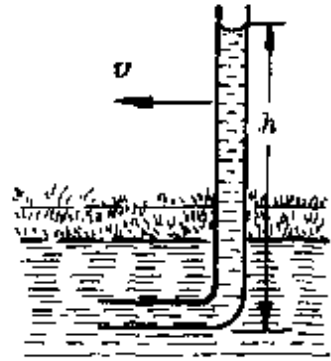


图 46

这个装置的道理就是机械能守恒.由于列车的运动(设速度为 v),进入管子水平部分中质量为 m 的水得到相对管子的速度也为 v ,它

所具有的动能 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$.这些动能后来转变为进入竖直部分时的势能 $E_p = mgh$.由机械能守恒定律

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh,$$

得

$$h = \frac{v^2}{2g}.$$

如果列车的速度 $v = 36$ 千米/时 $= 10$ 米/秒,理论上在竖直管中的水可上升高度约 5 米.

(2)猫尾巴的功能

据说,科学家做过试验,猫无论以何种姿态从高处跌下时,总能保证先用它的脚着地而不致损伤.这里的奥秘在于猫的尾巴,而其物理原因就是动量矩守恒定律.

猫下落的过程中,只受到重力的作用(阻力不计),它对于通过

猫重心的水平轴的力矩恒为零,因此猫下落中对通过重心的水平轴的动量矩守恒.

当猫处于四脚朝天、背向下跌落时,机灵的猫意识到背着地时的危险非同小可,立即本能地把尾巴朝一个方向甩转,这样就可以使身体反向旋转,仍然获得背朝上、四脚着地的姿势(图 47).

猫不懂动量矩守恒定律,它在长期的生存斗争中却学会了用动量矩守恒保障自己的安全.人们不禁惊叹“小猫咪”的天资.

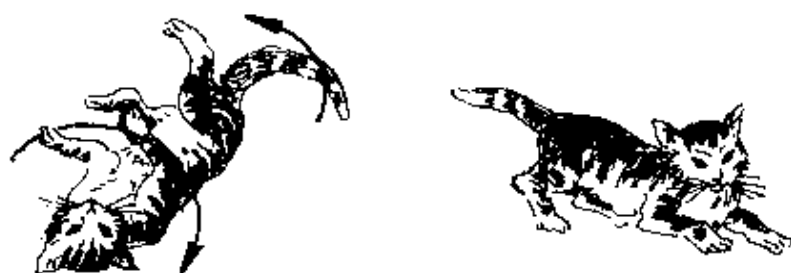


图 47 猫下跌时用转动尾巴的方法使身体反向旋转

(3) 电容放电的“能量亏损”

如图 48 所示电路,先合上 S_2 、断开 S_1 时,对电容 C_1 充电.由静电学知识知道,达稳定状态后, C_1 两端电压等于 U ,储存的电场能为

$$E = \frac{1}{2} C_1 U^2.$$

如果再断开 S_2 ,合上 S_1 ,则电容器 C_1 对 C_2 放电,达稳定时两者电压相等,其值为

$$U' = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U}{C_1 + C_2}.$$

此时两电容器储存的电场能之和

$$E' = \frac{1}{2} C_1 U'^2 + \frac{1}{2} C_2 U'^2 = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) U'^2$$

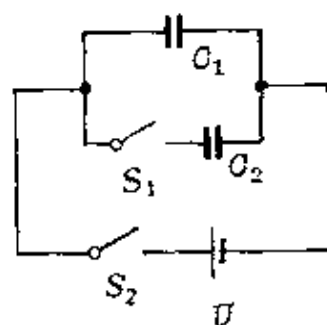


图 48

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \frac{C_1^2 U^2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot \frac{1}{2} C_1 U^2 \\
 &= \frac{C_1}{C_1 + C_2} E.
 \end{aligned}$$

显然 $E' < E$.

怎么会产生这种不符合能量守恒的结果呢？一时确实会使不少学生感到困惑。“解铃还须系铃人”，表面上的这种不符合能量守恒的结果，还得从能的转化上去查找原因。

原来，在放电过程中有了能量的损耗：一是短暂的放电电流通过导线时，产生焦耳热，造成一部分电场能转化为导线的内能；二是放电过程中由于在周围空间形成变化的电磁场，造成一部分电场能辐射出去了。

所以，以能的转化和守恒思想就可以圆满解释电容放电中的“能量亏损”。

(4) 断电自感中的光能来源

图 49 是中学物理教学中常见的断电自感演示仪的电原理图。合上 S ，小灯 D 能正常发光。当突然打开 S 时，小灯还会延续发光一段时间后才熄灭。也许有的学生会想：既已切断了电源，小灯继续发光的能量来自何处呢？

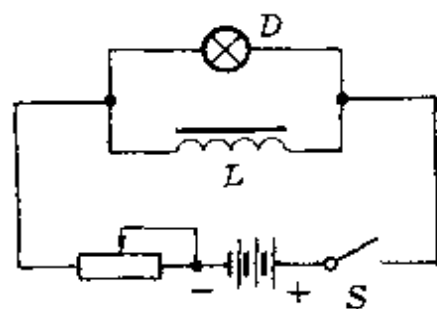


图 49

原来，当合上 S 时，通过线圈的电流从无到有地在增加，线圈中的磁通量也在增加，线圈中产生自感电动势阻碍电流的增加。此时线圈呈现的极性如图 50(a) 所示，这种情况类似于电源对蓄电池充电，如图 50(b) 所示，线圈在吸收电能。所以合上 S 时，电源提

供的电能一部分转化为小灯 D 的热能和光能,另一部分转化为线圈的磁场能,贮藏在线圈内、外的空间。

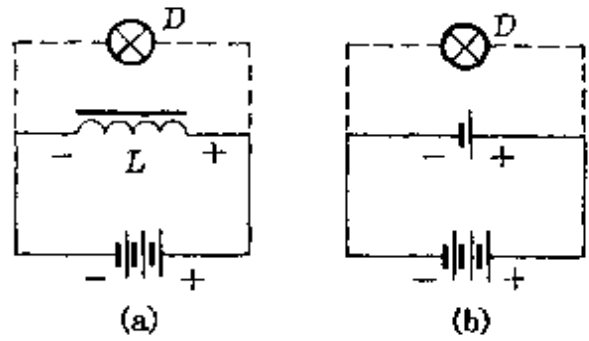


图 50

电路断开的瞬间,线圈中的电流从有到无在减小,线圈中的磁通量也在减小,这时线圈中产生自感电动势的极性如图 51(a)所示,相当于蓄电池的放电[图 51(b)].

此时线圈在释放能量——把线圈中原来贮藏的磁场能重新转化为电能对小灯供电,因而小灯能继续发光一段时间。

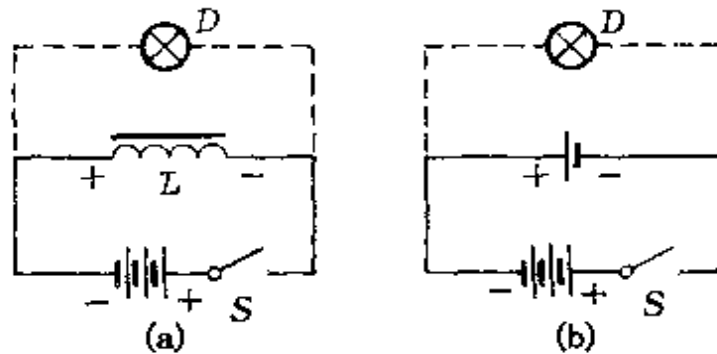


图 51

由此可见,自感现象实质上是电能和磁场能互相转化的过程。

(5) 减速剂的选择

在原子反应堆里用的燃料是天然铀或浓缩铀.天然铀中 99.3% 是铀 238(^{238}U),0.7% 是铀 235(^{235}U).我们知道,当一个铀 235 的核受到中子轰击发生裂变时,同时放出 1—3 个中子.这些中子又可轰击其它铀 235 核,实现所谓链式反应.但铀 235 裂变时产生的中子速度很大(称快中子),它容易被铀 238 俘获而中止裂变.铀 235 却只能吸收速度较小的中子(称慢中子).为了使核反应

继续下去,必须设法使得从铀 235 裂变时放出的快中子减速,以便于让铀 235 吸收.为此,在原子反应堆中的铀棒周围需放置减速剂.

选用什么物质做减速剂最为合适呢?显然,除了这种物质不吸收或很少吸收中子外,还必须能最有效地降低中子的速度.物理学家从根据由动量守恒和动能守恒得出的碰撞规律中领悟到,应选择质量数与中子相接近的物质.因此,氢的同位素——氘最受青睐.氘和氧化合的水叫重水(天然水中的重水含量约为 $\frac{1}{5000}$ 左右),所以目前常用重水做减速剂,它比石墨的效果更好.

(6) 太阳能之谜

太阳是人类最大的能源.它慷慨、无私地把温暖和光明洒向人间.千万年来,它的热情、它的光辉未见有丝毫的减弱.那么,如此巨大和持久的太阳能来自何方?

最初,人们曾设想太阳是一只大煤炉,靠煤的燃烧释放的化学能维持它的光和热.可是太阳表面温度超过 6000 多度,由碳和氧的化合反应($C + O_2 \rightarrow CO_2$)很难达到这样的高温,也很难持久地辐射如此巨大的功率(太阳辐射功率 $P = 3.9 \times 10^{26}$ 瓦).

19 世纪末以来物理学取得了理论和实验上的重大进展,笼罩着太阳能之谜的面纱开始被逐渐揭开.

1903 年,居里(P. Curie, 法国, 1859—1906)等人测出每克镭每小时能自动放出超过 100 多卡的热量,镭的半衰期为 2600 多年.根据这样的推算,用几千克镭做的“炉子”实际上已是经久不熄的了.可惜天然存在的镭太少了,1 吨铀矿中仅含 1/4 克,而且提炼十分困难,不过这已提示人们探索太阳能之谜应从物质原子的变化上去寻

找。

1905年,爱因斯坦根据相对论得出的质能方程式 $E = mc^2$, 为太阳能的探索提供了新的线索。

1911年,发现了原子核后,人们开始猜测太阳能也是核内放出来的能量。

1938年,流亡到美国的德国物理学家贝特(H. A. Bethe, 1906—)和冯·魏札克(C. F. von Weizsäcker, 1912—)分别提出太阳(和一般恒星)能量产生的现代理论。他们认为,氢是太阳中的燃料,在恒星内核的高温(1000万度以上)、高压(几千亿大气压)和高密度(每 cm^3 几百克)的条件下,太阳内不断发生着氢核聚合成氦核的过程,同时放出大量的能量。如果四个氢核通过某些核反应,最后合成一个氦核,就可能放出 20MeV 以上的能量,而氢核在反应中仅有 0.7% 的质量转化为能量。根据这样的理论推算,太阳的寿命长达 100 亿年,目前仅度过约一半时光,还处于“壮年”阶段,依然是生气勃勃,光芒万丈。

到现在为止,关于太阳中“核燃烧”的具体过程虽尚未定论,但对这一过程的总效果是氢合成氦导致巨大能量的释放这一点,是科学家所一致公认的。

4. 巧妙指导实验设计

我们先来作一次有惊无险的表演:在天花板上悬挂一根结实的细绳,下端系一重球,请你站在旁边,把重球偏向一方使它恰好碰到你的鼻尖(图 52),然后把重球轻轻释放,让它摆动起来。当重球向初始位置摆回,眼看要砸到你鼻尖上时,你千万要沉住气,保持原来的位

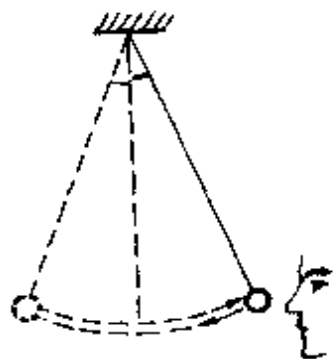


图 52

置,可以保证你的鼻子安然无恙,决不会被砸伤——因为机械能守恒定律已给你作了担保。

在物理学中,有很多实验(或某一部分实验)和实验仪器是在守恒思想指导下设计的。

(1)库仑的扭秤实验

库仑定律是电磁理论的基础,它是法国物理学家库仑(C. A. Coulomb, 1736—1806)用他自制的扭秤做实验,在 1785 年发现的。

库仑为了研究电荷间的相互作用力,需要解决三个物理量的量度(或比较)的问题:

①测量两电荷间的距离.库仑在实验中用两个小球的球心距离作为两个点电荷之间的距离,这个距离的测量容易办到。

②测量(或比较)两电荷间的作用力.为此,库仑采用了他作过较多研究的量度“扭力”的方法,精心制作了一台扭秤(图 53)*,通过带电球相互作用时悬丝扭转的角度,比较作用力的大小。

③量度带电球的电量.这在当时却是一个难题.因为库仑在研究电荷间相互作用力时,电量的单位还没有确定,当然也不知道怎样测量电量.库仑凭着科学研究的直觉想到了一个巧妙的办法——将带电金属小球跟同样的不带电金属小球相碰.库仑认为两相同金属小球碰后,每球带电量必定相等,都是原来带电金属小球

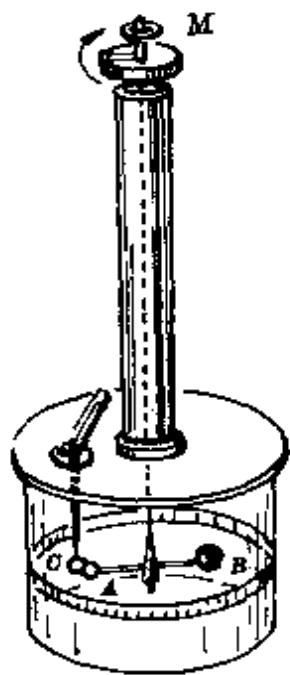


图 53 库仑扭秤

* 关于扭秤的介绍参阅本丛书《类比》一册。

电量的 $1/2$. 库仑就用这样的方法使带电小球的电量依次减少到原来的 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ 、… 然后比较不同电量时的相互作用力. 显然, 库仑采用这个方法的指导思想是认为两球相碰电荷只能重新进行分配, 总电量必定不变. 这就是电荷守恒定律——尽管在当时还没有明确地提出.

(2) 麦克斯韦滚摆

这是根据能的转化和守恒设计的一件教具. 如图 54 所示, 由一个金属(或木头)制的带轴的三辐摆轮和一个支架组成. 轴的两头有两个小孔, 用细绳穿过小孔悬挂在支架的横梁上.

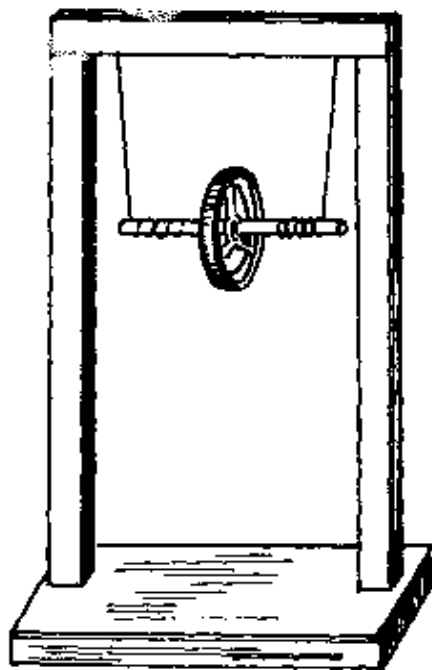


图 54 麦克斯韦滚摆

演示时, 用手捻转滚摆的轴, 使滚摆上升, 悬线同时缠绕在轴的两头. 待滚摆升到接近顶点时放手, 滚摆便在重力作用下一边旋转一边下降, 随着悬线的不断伸开, 摆的转动越来越快. 在这个下降过程中, 摆的重力势能转化为摆的动能(平动动能与转动动能). 当滚摆降到最低的位置时, 由于

惯性会继续转动, 同时细绳重新缠绕在轴的两头, 摆再次上升, 但转动越来越慢. 在这个过程中, 摆的动能重又转化为重力势能. 当滚摆最后停止上升时, 在重力作用下又下降, 如此上升、下降可反复多次, 直到把它最初贮藏的能量因滚摆运动中克服阻力、缠绕细绳等方面消耗殆尽时, 滚摆才完全停止.

(3) 低温温度计

图 55 是低温测量中常用的一种温度计的示意图. 它由下端的测温泡 A 、上端的压强计 B 和中间的毛细管 C 构成. 毛细管较长, 用导热性能很差的(可看成绝热的)材料做成, 两端分别与 A 、 B 相连通, 其容积可忽略不计. 整个温度计是密闭的.

这种低温温度计就是根据 A 、 B 两容器中的气体状态变化中质量守恒的思想设计的.

设在室温 T_0 时, 温度计内气体的压强为 p_0 , 测温时, 室温仍为 T_0 , 将测温泡 A 浸入待测物体, 当 A 内气体与待测物体达热平衡后, B 内气体的压强为 p , 这就是压强计的示数. 由于 A 、 B 两者通过绝热的毛细管相连, 两者温度可以不同, 因气体的流动, 热平衡后两者压强必然相同, 即 A 内气体压强也是 p . 令 A 、 B 两者的容积分别为 V_A 、 V_B , 则由克拉珀龙方程知, A 、 B 两容器内气体发生状态变化前后的质量分别为

$$m_A = \frac{p_0 V_A}{T_0} \cdot \frac{M}{R}, \quad m_A' = \frac{p V_A}{T} \cdot \frac{M}{R};$$

$$m_B = \frac{p_0 V_B}{T_0} \cdot \frac{M}{R}, \quad m_B' = \frac{p V_B}{T_0} \cdot \frac{M}{R}.$$

由质量守恒, 得 $m_A + m_B = m_A' + m_B'$,

即
$$\frac{p_0 V_A}{T_0} + \frac{p_0 V_B}{T_0} = \frac{p V_A}{T} + \frac{p V_B}{T_0},$$

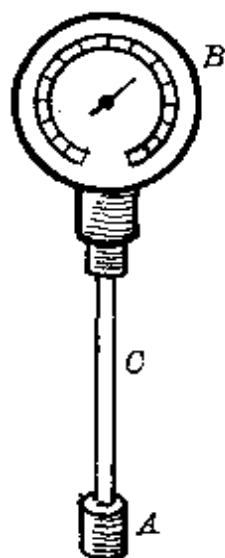


图 55 低温温度计

$$\therefore T = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{1 + \frac{V_B}{V_A} \left(1 - \frac{p}{p_0}\right)} = \frac{pV_A T_0}{(V_A + V_B)(p_0 - p)}$$

式中 V_A 、 V_B 对一定的温度计为确定的量，因此只需测出室温 T_0 和前、后压强计的示数 p_0 、 p ，即可算出待测温度 T 。

5. 澄清容易混淆的问题

在中学物理中，有许多问题学生常会感到似是而非，混淆不清。对付这些问题的最好办法，是设法撩开蒙住它们的面纱，认清它们的物理实质。下面选择几个问题作一说明。

(1) 摩擦生热的量度

两个物体有相对运动时，因摩擦而产生热的计算，是一个很容易引起混淆的问题。

如图 56 所示，一块质量为 m 、长为 l 的木块，沿水平方向运动滑到放在光滑水平面上、质量为 M 、长为 L 的小车上，由于木块与小车间的滑动摩擦力的作用，当木块从车的左端滑到右端时，小车的位移为 s 。设木块和小车所受的摩擦力分别为 f 和 f' ，在这个过程中它们做的功分别为

$$A_f = -f(s + L - l),$$

$$A_{f'} = f's = fs.$$

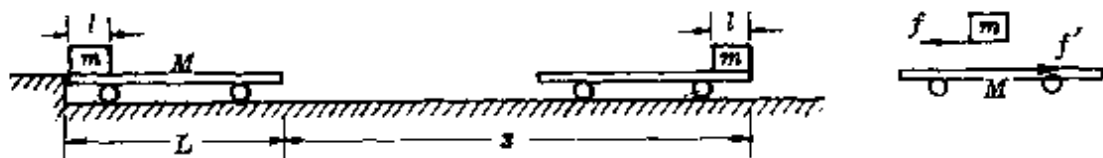


图 56

一些学生局限于对每一项功的理解，常会认为，在这个相对滑

动过程中因摩擦产生的热应该用 A_f 或 $A_{f'}$ 去量度,其实这是错误的.

如果能够从整个系统(木块和小车)能的转化和守恒上考虑,结论就非常清楚:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{木 块} \\ \hline \text{初动能} \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline \text{木 块} \\ \hline \text{末动能} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{小 车} \\ \hline \text{动 能} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{摩擦产生热} \\ \hline Q \\ \hline \end{array}$$

或者

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{摩擦产生热} \\ \hline Q \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{木 块} \\ \hline \text{初动能} \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|} \hline \text{木 块} \\ \hline \text{末动能} \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|} \hline \text{小 车} \\ \hline \text{动 能} \\ \hline \end{array}$$

$$\qquad \qquad \qquad (-A_f) \qquad \qquad (A_{f'})$$

即 $Q = -A_f - A_{f'} = -(A_f + A_{f'}) = f(L - l).$

可见,在木块与小车发生相对滑动过程中因摩擦而产生的热,绝不能单独用 A_f 或 $A_{f'}$ 来量度,应该用一对摩擦力所做的总功来量度.也就是说,这些热量是一对摩擦力做功的共同贡献,数值上等于滑动摩擦力与两物体相对位移的乘积.

上述木块、小车系统与前面提到的子弹打木块的情况相似,因此,无论木块是固定或可以自由滑行,子弹穿越木块过程中产生的热量是一样多的.

(2)关于重力势能的佯谬

在重力势能的“所有权”上,似乎存在着这样一对矛盾:

一方面,认为重力势能是物体和地球所共有,因为如果地球不对物体施加重力,当然也没有重力势能——尽管这种说法不那么使人心悦诚服,不过它确实是产生重力势能的必要条件.

另一方面,当物体自由下落时,由机械能守恒得

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2. \quad (1)$$

式中 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 只是物体单独具有的动能,那么重力势能似乎也应该是物体单独所有.

为了澄清这个佯谬,可以用守恒思想对物体自由下落过程作一分析.

如图 57 所示,设 O 点表示地心,不计地球的自转和仅考虑物体在地面附近的下落,则物体和地球在相互作用的恒定重力作用下,物体和地球分别下落 s_1 、“上升” s_2 ,在这个过程中对物体和地球做的功分别为

$$W_1 = mgs_1,$$

$$W_2 = mgs_2.$$

当把物体和地球作为一个系统时,它们的相互作用力就为内力,这对内力对系统做的总功为

$$W = W_1 + W_2 = mg(s_1 + s_2)$$

$$= mg(l - l') = mgh.$$

式中 $h = l - l'$ 是物体下落过程中相对地球的位移.

根据动能定理,有

$$W_1 = \frac{1}{2}mv^2, W_2 = \frac{1}{2}MV^2,$$

$$\therefore mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2. \quad (2)$$

式中 v 、 V 分别为物体相对地球下落 h 时物体和地球的速度.上式

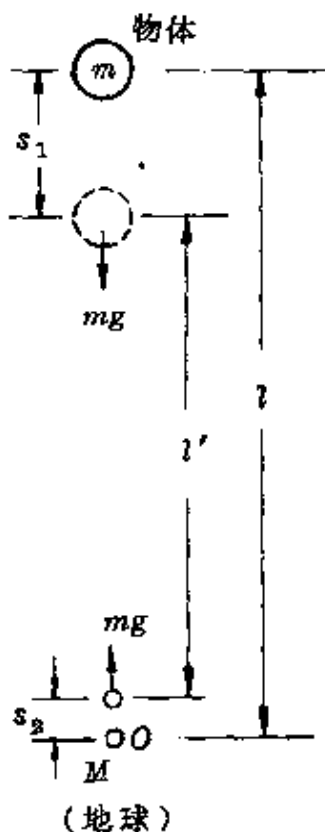


图 57

表示,物体和地球相互作用力对系统做的总功等于系统动能的增量.我们知道,做功的过程就是能量转化的过程.物体和地球相互作用的内力做功的过程,就是系统的其它形式的能转化为系统动能的过程.这个其它形式的能用 mgh 来量度,它跟物体与地球的相对位置 h 有关,我们把它称为重力势能.可见,重力势能 ($E_p = mgh$) 确为物体和地球所组成的系统所有.

物体与地球相互作用中,根据系统的动量守恒,有

$$mv + MV = 0. \quad (3)$$

联立②、③两式可得

$$V = -\frac{m}{M} \left(\frac{2gh}{1 + \frac{m}{M}} \right)^{1/2}.$$

即物体下落时地球也以一定速度“上升”.

由于 $m \ll M$, 则 $\frac{m}{M} \approx 0$, 因此地球做“上升”运动的速度 $V \approx 0$.

于是②式转换成①式.

所以,通常写出的机械能守恒定律 $mgh = \frac{1}{2}mv^2$, 应该这样理解:等式左边 mgh 是物体和地球相互作用的内力 (mg) 对系统做的总功,它就是系统所有的重力势能的量度公式.右边 $\frac{1}{2}mv^2$ 是忽略了地球动能后的物体与地球这个系统的动能.这个等式实际上反映了物体下落过程中,物体和地球这个系统的重力势能向动能转化的近似表达式.

这样,重力势能所有权上的佯谬,也就得到了澄清.

(3) 含源电路两端的电压

对于如图 58(a)、(b) 所示两电路, A 、 B 两端的电压分别等于

多少的问题,不少学生常混淆不清,经常发生错误,以致见到含源电路就“害怕”.

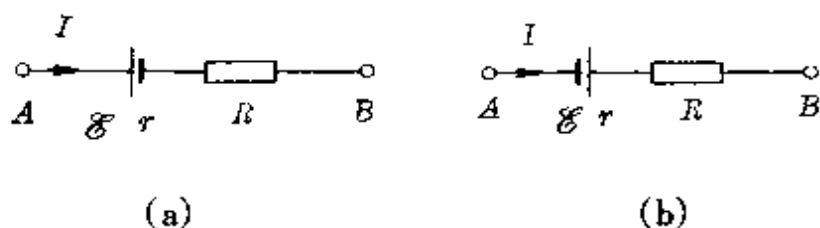


图 58

其实,这个问题不难解决,关键是抓住能的转化和守恒关系.

在图 58(a)中,电池处于充电状态,它吸收电能转化为化学能,电路中能的转化关系是

$$\boxed{\text{电路提供的电功率}} \rightarrow \boxed{\text{电池吸收的电功率}} + \boxed{\text{电阻上产生的焦耳热功率}}$$

$$IU_{AB} \quad I\mathcal{E} \quad I^2 r + I^2 R$$

或者 $IU_{AB} = I\mathcal{E} + (I^2 r + I^2 R),$

$$\therefore U_{AB} = \mathcal{E} + Ir + IR.$$

在图 58(b)中,电池处于放电状态,它把化学能转变为电能对外供电,电路中能的转化关系是

$$\boxed{\text{电路提供的电功率}} + \boxed{\text{电池提供的电功率}} \rightarrow \boxed{\text{电阻上产生的焦耳热功率}}$$

$$IU_{AB} \quad I\mathcal{E} \quad I^2 r + I^2 R$$

或者 $IU_{AB} + I\mathcal{E} = I^2 r + I^2 R,$

$$\therefore U_{AB} = Ir + IR - \mathcal{E}.$$

不难看到,从能的转化和守恒上可以很容易地找出电路两端电压的表达式.

根据同样的道理,还可以推广到一般含源电路.

如图 59 所示电路,当形成从 A 流向 B 的电流时,电池 \mathcal{E}_1 处于

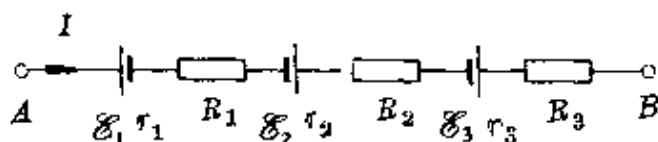


图 59

充电状态, \mathcal{E}_2 、 \mathcal{E}_3 处于放电状态, 能的转化关系是

电路提供 的电功率	+	电池 \mathcal{E}_2 、 \mathcal{E}_3 提供的电功率	→	电池 \mathcal{E}_1 吸收 的电功率	+	电阻上产生的 焦耳热功率
IU_{AB}		$I\mathcal{E}_2 + I\mathcal{E}_3$		$I\mathcal{E}_1$		$I^2(r_1 + r_2 + r_3 + R_1 + R_2 + R_3)$

或者

$$IU_{AB} + I\mathcal{E}_2 + I\mathcal{E}_3 = I\mathcal{E}_1 + I^2(r_1 + r_2 + r_3 + R_1 + R_2 + R_3),$$

$$\therefore U_{AB} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 + I(r_1 + r_2 + r_3 + R_1 + R_2 + R_3).$$

如果规定电源电动势 \mathcal{E} 的方向为从负极到正极, 且认为 \mathcal{E} 的方向与电路中电流方向一致者 \mathcal{E} 为负, 相反者 \mathcal{E} 为正, 那么任何含源电路两端的电势差均可表示为

$$U = \sum_j \mathcal{E}_j + \sum_i (r_i + R_i).$$

四、守恒思想在解题中的应用

在中学物理教学中,对学生思想影响最深的,除了“物质是运动的、变化的”这个观点外,恐怕就是守恒思想了.探究一下守恒思想在学生头脑中“安营扎寨”的原因,又是与具体的守恒定律在解题中的广泛应用分不开的.

1. 用守恒定律解题的特点

守恒思想是一种系统方法,它的最显著特点是必须把由两个(或几个)物体组成的系统作为研究对象,从系统的整体特性上进行研究.守恒定律就是系统整体特性的某种表现形式,因此,守恒定律的运用也就可以从整体上考虑.它像一柄利剑,可以砍掉许多中间过程的细节变化,直接沟通系统发生变化的始末状态间的联系.这样,不仅可以简化解题过程,而且对于某些原来用中学物理知识很难求解或无法求解的问题,变得非常方便.请看下面的三个例题:

例题 1 总质量为 M 的列车沿平直轨道以速度 v 做匀速直线运动,突然尾部质量为 m 的一节车厢脱钩.假设机车的牵引力保持不变,运动中所受阻力与其重力成正比,则当尾部这节车厢停止滑行时,前部列车的速度多大?

解答 列车原来做匀速直线运动,牵引力与阻力平衡.脱钩

后,若把两部分列车作为一个系统,前部机车的牵引力与两部分列车所受总阻力仍然平衡.因此,整个系统在水平方向所受外力为零,水平方向满足动量守恒条件.

设尾部车厢停止滑行时,前部列车的速度为 v' ,则由

$$Mv = (M - m)v' + 0,$$

得

$$v' = \frac{M}{M - m}v.$$

说明 题中尾部车厢虽已脱钩,但仍可与前部列车合为一个系统,这样从整体上用守恒定律求解远比用牛顿第二定律结合运动学公式的方法简单,完全可以不考虑尾部脱钩后造成前部列车加速运动等细节.

例题 2 质量 $m = 100$ 克的小球,拴在劲度系数 $k = 10$ 牛/米的轻弹簧一端,弹簧的另一端固定在天花板上,弹簧原长 $l_0 = 0.8$ 米,处于水平位置.今轻轻释放小球,当弹簧摆至竖直位置时被拉长为 $l = 1.0$ 米(图 60),试求此时小球的速度多大? 取 $g = 10$ 米/秒².

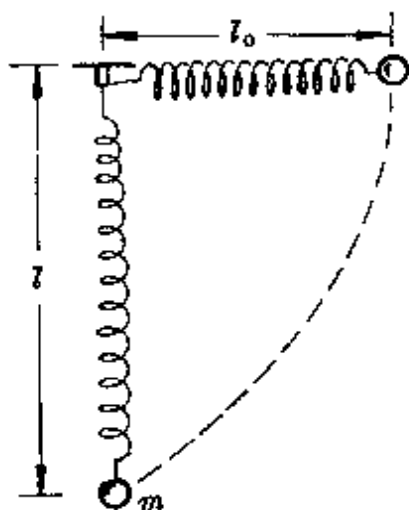


图 60

解答 小球下落过程中,对“弹簧——小球——地球”的系统,只有重力和弹力做功,机械能守恒,由

$$\frac{1}{2}k(l - l_0)^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mgl,$$

得小球速度

$$v = \sqrt{2gl - \frac{k}{m}(l - l_0)^2}$$

$$= \sqrt{2 \times 10 \times 1 - \frac{10}{0.1} \times (1.0 - 0.8)^2} \text{ 米/秒}$$

$$= 4 \text{ 米/秒.}$$

说明 小球下落时, 弹簧被拉长, 小球运动的轨迹不是一段圆弧, 小球在最低处的速度方向并不与弹簧垂直, 小球的运动轨迹是一条较复杂的曲线, 因此无法用中学物理的动力学方法求解. 从整个系统能量特性考虑, 就可以避开这个困难, 不必计较运动中的细节变化, 能很快得出结果.

例题 3 如图 61 所示, 用直流电动机提升重物. 重物的质量 $m = 50$ 千克, 电源电动势 $\mathcal{E} = 110$ 伏, 不计电源内阻及各处的摩擦, 当电动机以 $v = 0.90$ 米/秒的恒定速度向上提升重物时, 电路中电流强度 $I = 5$ 安, 则电动机线圈的电阻 R 为多少? 取 $g = 10$ 米/秒².

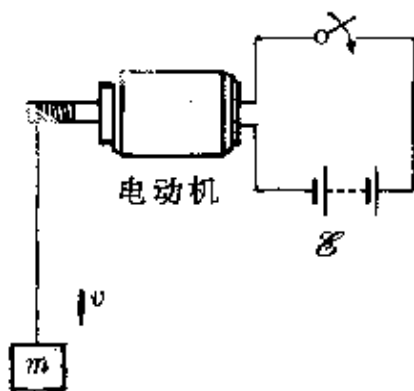


图 61

解答 电源提供的电功率转化为电动机提升重物的机械功率和线圈的发热功率, 由

$$I\mathcal{E} = mgv + I^2 R,$$

得线圈电阻

$$R = \frac{I\mathcal{E} - mgv}{I^2} = \frac{5 \times 110 - 50 \times 10 \times 0.90}{5 \times 5} \text{ 欧}$$

$$= 4 \text{ 欧.}$$

说明 表面看来, 本题似缺乏条件, 无法求解, 而一旦抓住了“电源——电动机——重物”整个系统的能的转化和守恒特性, 求解过程就会显得十分简捷.

2. 用守恒定律解题的步骤

运用守恒定律解题的基本步骤可以分为三步：

①选择系统——根据对题意的分析，选择守恒量的系统(研究对象).这是十分重要的一个环节，它对于能否顺利解题或解题过程的难易程度有着密切的关系.

②确定状态——选取与题设条件有关的两个时刻或位置，确定系统中相关的参量(质量、电量、动量、能量等).

③建立方程——根据选取的时刻或位置，写出联系两个状态的有关守恒定律方程式.

我们用下面的例题对上述解题步骤作一说明.

例题 1 如图 62 所示，小车 A 的质量 $m_A = 3$ 千克，原来静止在光滑的水平轨道上，小车的前侧悬挂着一根长 $l = 1$ 米的细绳，下端悬挂一个质量 $m_B = 2$ 千克的木块 B. 一颗质量 $m_C = 10$ 克的子弹以 $v_C = 600$ 米/秒的水平速度很快地射穿 B 后速度降为 $v_C' = 100$ 米/秒，试求木块 B 向右摆的最大高度. 取 $g = 10$ 米/秒².

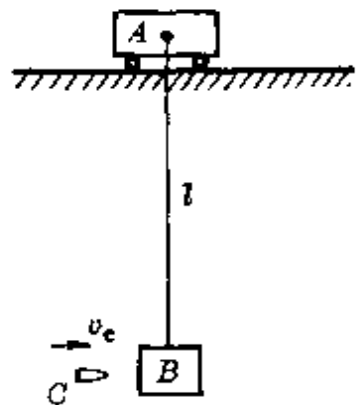


图 62

解答 由于子弹穿透木块的时间很短，可以认为在这个过程中小车 B 仍保持静止.

子弹穿透木块过程中，取“子弹 + 木块”作为一个系统，水平方向不受外力，动量守恒，以子弹穿透木块前后的两时刻作为考察的状态，由

$$m_C v_C = m_C v_C' + m_B v_B,$$

得子弹刚穿出木块时木块的速度为

$$v_B = \frac{m_C(v_C - v_C')}{m_B} = \frac{10 \times 10^{-3}(600 - 100)}{2} \text{米/秒}$$

$$= 2.5 \text{米/秒}.$$

以后,木块 B 带动小车 A 向右运动,木块向 B 摆至最高处时与小车保持相对静止.在这个过程中,取“木块 + 小车”作为一个系统,水平方向不受外力,水平方向系统的动量守恒,并且只有重力做功,系统的机械能守恒.以子弹刚穿出和木块摆到最高点作为所考察的两状态,由

$$m_B v_B = (m_B + m_A) v,$$

$$\frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} (m_B + m_A) v^2 + m_B g h,$$

得木块上升的最大高度

$$h = \frac{m_A}{2(m_A + m_B)g} v_B^2 = \frac{3}{2 \times (3 + 2) \times 10} \times 2.5^2 \text{米}$$

$$\approx 0.19 \text{米}.$$

说明 根据物理过程的分析,题中可看成有两个系统,对应每一系统又有不同的状态.开始时,适宜选 $(C + B)$ 作为一个系统,以后,可只取 $(B + A)$ 作为一个系统.

当然,也可以始终选取 $(C + B + A)$ 作为一个系统,但必须考虑到 A 开始时并不随 B 运动和 C 穿透木块后 C 的运动.相应的三个方程变为

$$m_C v_C = m_C v_C' + m_B v_B + m_A v_A, \quad (v_A = 0)$$

$$m_B v_B + m_C v_C' = (m_B + m_A) v + m_C v_C',$$

$$\frac{1}{2} m_B v_B^2 + \frac{1}{2} m_C v_C'^2$$

$$= \frac{1}{2} (m_B + m_A) v^2 + m_B g h + \frac{1}{2} m_C v_C'^2.$$

显然没有这个必要。

例题 2 A 、 B 两容器的容积分别为 $V_A = 2$ 升, $V_B = 1$ 升, 两者间用不导热的细管连通, 开始时两容器内气体的温度均为 27°C , 压强均为 1 大气压 (图 63)。若把容器 A 内气体的温度提高到 127°C , 容器 B 内气体的温度保持不变, 求这时容器 B 内气体的压强。

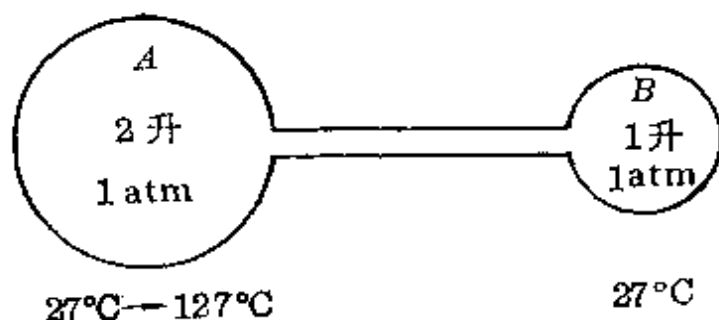


图 63

解答 容器 A 内气体温度升高后, 体积膨胀, 有一部分气体会流向容器 B , 造成 A 、 B 两容器内气体的质量发生变化。因此, 可以“ $A + B$ ”作为一个系统, 根据状态变化前后气体的总质量不变 (守恒), 由气态方程的分态式*, 得

$$\frac{p_A V_A}{T_A} + \frac{p_B V_B}{T_B} = \frac{p V_A}{T_A'} + \frac{p V_B}{T_B}$$

式中 p 就是状态变化后 A 、 B 两容器中气体的压强。代入数据后, 得

$$\frac{1 \times 2}{300} + \frac{1 \times 1}{300} = \frac{p \times 2}{400} + \frac{p \times 1}{300},$$

$$\therefore p = 1.2 \text{ 大气压.}$$

说明 由于状态变化中, A 、 B 两容器内气体的质量都发生了

* 关于分态式的推导参见应用部分 P138—139。

变化,如果仍打算用气态方程求解,可设想 A 中温度升高时有一块体积为 ΔV 的气体迁移到 B,分别取 $(V_A - \Delta V)$ 、 $(V_B + \Delta V)$ 这两部分气体建立方程(图 64),即

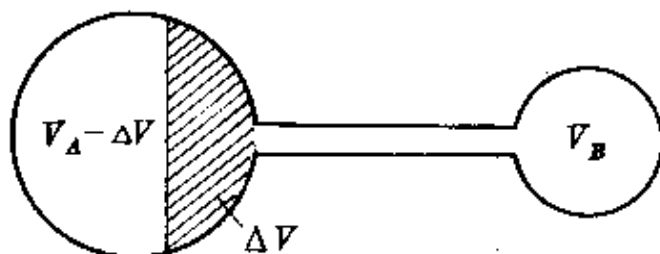


图 64

$$\frac{p_A(V_A - \Delta V)}{T_A} = \frac{pV_A}{T_A'}, \quad \frac{p_B(V_B + \Delta V)}{T_B} = \frac{pV_B}{T_B'}$$

再联立求解,但这远不如对整体从质量守恒上考虑方便.

3. 应用守恒定律解题举例

在中学物理中,用守恒定律分析和研究物理问题非常广泛,有时显得十分巧妙.为了便于阅读,下面以具体的守恒定律为核心,分专题作一些应用介绍.

(1) 机械能守恒

在只有重力和弹性力做功的情况下,物体的动能和势能(包括重力势能和弹性势能)可以发生相互转化,但系统总的机械能保持不变.这个结论称为机械能守恒定律.它是力学中的一条重要规律,也是更普遍的能的转化和守恒定律的特例.用公式可表示为

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}, \text{ 或 } E_1 = E_2.$$

例题 1 一个木球从水面上高 $h_1 = 2$ 米处自由下落,落入水中后木球能达到多深? 已知木球的密度为水密度的 $3/4$,假设空气和水的阻力不计,水有足够深度.

分析与解答 设木球入水的最大深度为 h_2 , 设想木球入水后, 在水深 h_2 处有一个与木球等大小的水球, 同时由水深 h_2 处上升到水面, 如图 65 所示.

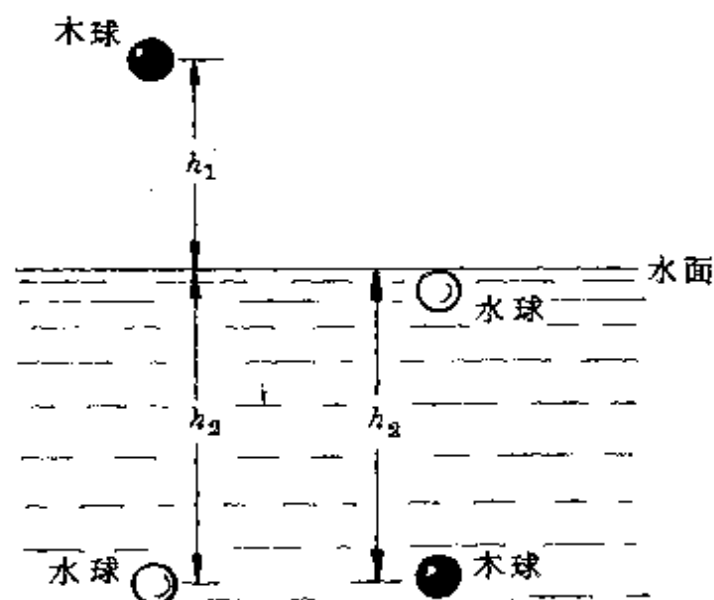


图 65

因为在木球下落、水球上升过程中, 只有重力做功, 因此对木球、水球和地球系统机械能守恒. 取水面下深 h_2 处为零势能位置, 由

$$m_{\text{木}} g(h_1 + h_2) = m_{\text{水}} g h_2,$$

得

$$h_2 = \frac{m_{\text{木}}}{m_{\text{水}} - m_{\text{木}}} h_1 = \frac{\frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} h_1 = 3h_1 = 6 \text{ 米}.$$

说明 本题如用动力学、运动学方法求解是较繁琐的, 运用了机械能守恒定律, 就避开许多中间细节, 可直接从系统的初态和终态得出结果.

例题 2 在光滑的水平桌面上用手拉着一条长 l 的均质铁

链,铁链沿桌边下垂部分长为 a (图 66). 手轻轻释放后,铁链刚好全部滑离桌面时的速度多大?



图 66

分析与解答 对整条铁链和地球的系统,在铁链下滑过程中只有重力做功,系统的机械能守恒.

设铁链单位长度的质量为 m_0 ,选桌面为零势能位置,铁链刚好全部滑离桌面时的速度为 v ,则铁链刚释放时和刚好全部滑出桌面时的机械能分别为

$$E_1 = -(am_0)g \cdot \frac{a}{2},$$

$$E_2 = -(lm_0)g \cdot \frac{l}{2} + \frac{1}{2}(lm_0)v^2.$$

由 $E_1 = E_2$,得

$$v = \sqrt{\frac{g}{l}(l^2 - a^2)}.$$

例题 3 在一根长 $2l$ 的细直硬杆的一端和中点,分别固定着质量相等的两个均质小球 A 、 B (其大小不计),并把杆竖立在光滑的水平桌面上,如图 67 所示.轻轻放手后,杆受到微小扰动就会由于不稳而倒下(如图中虚线所示).试求小球 A 落到水平桌面时速度的大小.

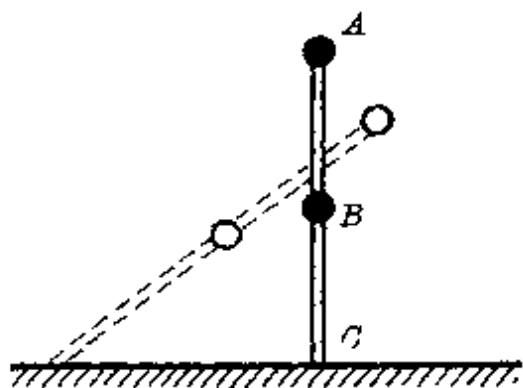


图 67

分析与解答 杆滑倒时,两小球同时也绕着沿桌面滑动的一端在转动. A 球将落到桌面时,由于不计两球大小,此时杆已水平,可以认为 A 、 B 两球落到桌面时具

有相同的角速度, 它们的瞬时速度分别为:

$$v_A = \omega \cdot 2l, v_B = \omega l.$$

杆滑倒的过程中, 只有重力做功, 球、杆和地球系统机械能守恒. 取桌面为零势能位置, 由开始直立桌面和将落到桌面两位置的机械能得:

$$\begin{aligned} mg \cdot 2l + mgl &= \frac{1}{2} mv_A^2 + \frac{1}{2} mv_B^2 \\ &= \frac{1}{2} mv_A^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{v_A}{2} \right)^2, \end{aligned}$$

所以
$$v_A = 2\sqrt{\frac{6}{5}gl}.$$

例题 4 一条长度为 l 的光滑管道连接着高度差为 h 的 A、B 两点, 在管内沿整个管长放一根绳子, 并在 A 点拉住绳子 (图 68). 求当轻轻放开绳子的瞬间, 绳开始运动的加速度.

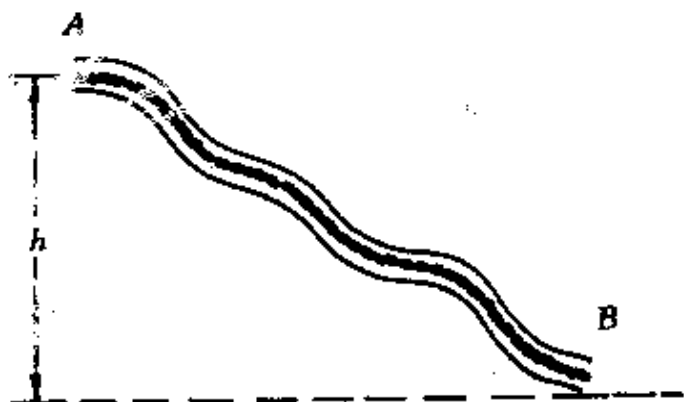


图 68

分析与解答 假设放手后在绳子开始运动的一小段时间 Δt 内, 绳子发生的位移为 Δl , 具有的速度为 v . 由于 Δt 很小, 可以认为这小段时间内绳子做匀变速运动, 因此

$$v^2 = 2a\Delta l. \quad (1)$$

式中 a 就是最初时刻绳上各点的加速度.

绳子运动过程中, 只有重力做功, 因此对绳子和地球系统, 机械能守恒. 绳子运动后动能的增加是以绳子重力势能的减少为代价的,

即
$$\frac{1}{2}mv^2 = \Delta E_p. \quad (2)$$

式中 ΔE_p 就是在 Δt 内绳子势能的变化. 这个变化也可以看成是长度为 Δl 的一小段绳子从 A 点转移到 B 点, 引起绳子质量的重新分布而产生的. 因此

$$\Delta E_p = \left(\frac{\Delta l}{l} m \right) gh. \quad (3)$$

联立①~③式, 即得放开绳子瞬间绳开始运动的加速度

$$a = \frac{h}{l}g.$$

例题 5 在一个劲度系数 $k = 400$ 牛/米的竖立轻弹簧上, 固定一块质量 $m = 2.0$ 千克的木块(图 69), 若用力把木块下压使弹簧再缩短 $x = 0.05$ 米, 则当撤去外力后木块能上升的最大高度为多少? 取 $g = 10$ 米/秒².

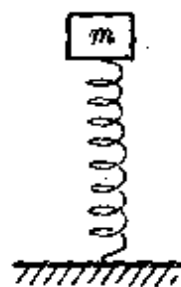


图 69

分析与解答 设弹簧原长为 l_0 , 放上木块后的压缩量

$$x_0 = \frac{mg}{k} = \frac{2.0 \times 10}{400} \text{米} = 0.05 \text{米}.$$

当用外力再下压 $x = 0.05$ 米时, 压缩量共为 $x_0 + x = 0.1$ 米. 取该位置为重力势能的零位置, 则整个系统的机械能为

$$E_1 = \frac{1}{2}k(x_0 + x)^2.$$

撤去压力后设木块上升高度为 h (图 70), 则在最高点的机械能为

$$E_2 = \frac{1}{2}k[h - (x_0 + x)]^2 + mgh.$$

由机械能守恒定律, $E_1 = E_2$, 即

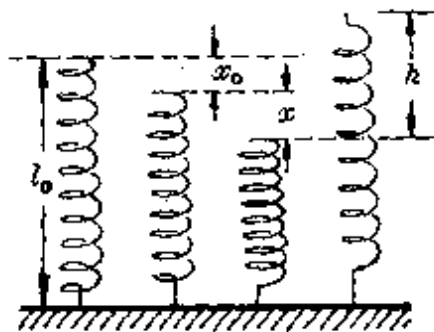


图 70

$$\frac{1}{2} k(x_0 + x)^2 = \frac{1}{2} k[h - (x_0 + x)]^2 + mgh,$$

得

$$h = \frac{2[k(x_0 + x) - mg]}{k} = \frac{2(400 \times 0.1 - 2.0 \times 10)}{400} \text{米}$$

$$= 0.1 \text{米}.$$

说明 在包含着弹性势能和重力势能的问题中,弹性势能应取弹簧处于自然长度的位置为零位置,重力势能的零位置可以计算方便为原则自由选取.

例题 6 一根劲度系数为 k 的轻弹簧,上端固定在顶板上,下端系一个质量为 m 的小球,把小球放在光滑水平面上悬点的正下方时,弹簧恰为原长 l_0 [图 71 (a)].至少需使小球沿水平面具有多大的速度,小球才会离开平面?

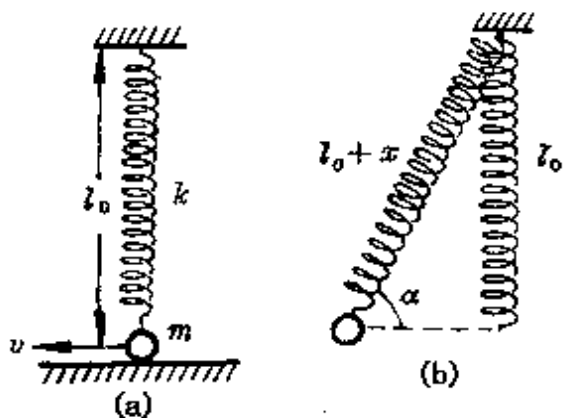


图 71

分析与解答 设小球离开平面时弹簧伸长量为 x ,此时弹簧与水平面间夹角为 α [图 71(b)],则

$$\sin \alpha = \frac{l_0}{l_0 + x}.$$

小球脱离平面时,弹力的竖直分量应等于重力,即

$$kx \sin \alpha = mg.$$

当小球获得初速沿水平面运动时,因受弹力作用做减速运动,小球具有的最小速度应使它所具有的初动能恰好完全转化为弹性势能,由机械能守恒定律

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2.$$

联立上述三式得

$$v = \frac{mgl_0}{kl_0 - mg} \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (\text{在 } kl_0 > mg \text{ 时成立})$$

(2) 普遍的能的转化和守恒

这里与前面“机械能守恒”的不同之处,在于解题过程中涉及到除动能和势能以外的其它形式的能量(如内能、电势能等)的转换,需要从普遍意义上的能的转化和守恒出发.

例题 1 两个相同的金属球,其中 A 球放在水平面上,另一个 B 球用细线悬挂起来.当向两球提供同样多的热量时,两球的温度 t_A 、 t_B 的正确关系是(地面与线吸热均不计)

- A. $t_A > t_B$. B. $t_A = t_B$.
 C. $t_A < t_B$. D. 无法判断.

分析与解答 若只从公式 $Q = cm\Delta t$ 比较,得出的结论必然是 $t_A = t_B$,即答案为 B.这是不正确的.因为金属球受热后,体积膨胀, A 球的重心略有升高, B 球的重心则稍稍降低(图 72).因此, A 球吸热后,将有一部分能量用以克服重力做功(转化为重力势能),剩下用以提高球体温度的热量就减少了一些.结果, A 球的温度将会略低于 B 球的温度.

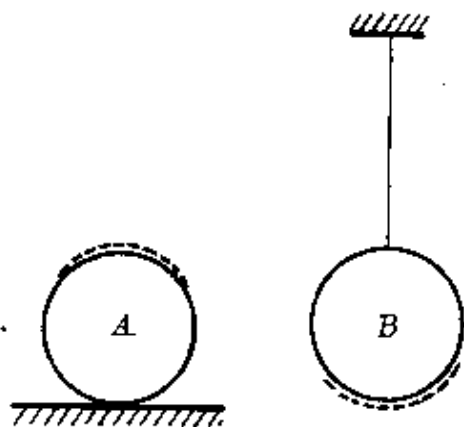


图 72

说明 本题如不从普遍的能的转化和守恒出发,不是导致错误结论,就是无法判断.当然,在题中条件下,两球温度的差别是极

小的.对于半径为 10 厘米的铜球来说,相对差值约为 10^{-7} .

例题 2 一颗质量为 m 、电量为 q 的微粒,从两块相距为 d 、水平放置的平行板中某点由静止释放,落下高度 h 后,在平行板上加上一定的电压 U ,带电微粒经一定时间后速度变为零.若微粒通过的总位移为 H (图 73),试问:两板间电势差为多少?

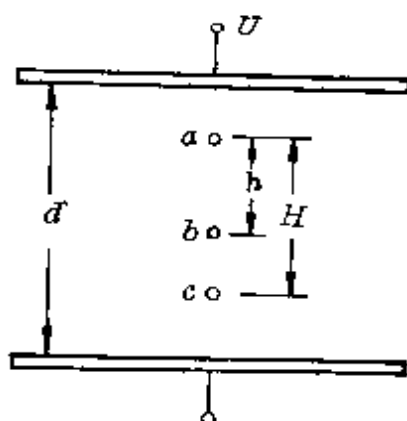


图 73

分析与解答 微粒从静止释放(a 点)到最后速度变为零(c 点)的过程中,微粒重力势能的减少完全消耗于克服电场力所做的功,即转化为电势能的增加,立即可得

$$mgH = q \frac{U}{d} (H - h),$$

所以
$$U = \frac{mgHd}{q(H - h)}.$$

说明 上面是从全过程中能的转化考虑的,本题也可以用牛顿第二定律结合运动学公式求解,但不如上面的解法方便.

例题 3 一根长 l 的细线,上端固定,下端拴一质量为 m 的带电小球.将它置于方向水平向右、电场强度为 E 的匀强电场中,平衡时细线偏离竖直方向 α 角(图 74).如果使细线的偏角由 α 增大到 β ,然后将小球由静止释放,则 β 应为多大,才能使细线摆到竖直位置时小球的速度恰好为零?

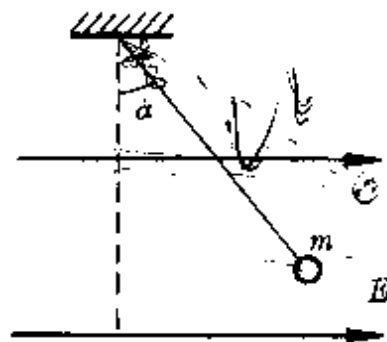


图 74

分析与解答 由原平衡条件知,小球必带正电,设电量为 q ,

则

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{qE}{mg}.$$

小球后来从细线的偏角 β 落至最低点的过程中, 小球重力势能的减少完全转化为电势能的增加(数值上等于克服电场力的功), 于是由

$$mg(l - l \cos \beta) = qEl \sin \beta.$$

联立两式, 得 $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2},$

即 $\beta = 2\alpha.$

例题 4 在一根长为 $2l$ 的轻质棒的两端, 各固定一个质量分别为 $m_A = m, m_B = 2m$ 的小球 A 和 B, A 球带电, B 球不带电, 棒可绕通过中点的轴 O 无摩擦地在竖直平面内转动. 当在棒周围空间形成一个水平向右的匀强电场时, 棒恰好平衡在图 75 中与竖直线成 θ 角的位置上. 现将棒从图中水平放置 (A 在左端, B 在右端) 逆时针方向极缓慢地转过 90° , 外力至少需做多少功?

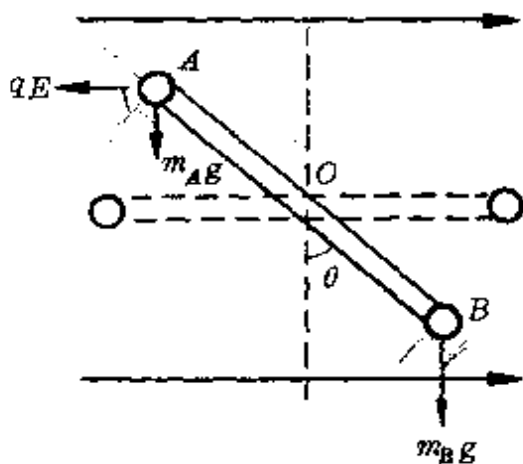


图 75

分析与解答 设 A 球带电量为 q . 由轻质棒处于平衡状态条件知, A 球所受的电场力 qE 必为水平向左, A 球应带负电. 且有

$$qEl \cos \theta + mgl \sin \theta = 2mgl \sin \theta,$$

所以 $qE = mgtg \theta.$

当棒从水平位置逆时针方向转至竖直位置时, 两球(包括地

球)重力势能的增量和电势能的增量分别为

$$\Delta E_{p_1} = 2mgl - mgl = mgl,$$

$$\Delta E_{p_2} = qEl.$$

如把两球(包括地球)作为一个系统,系统总的势能的增量为

$$\Delta E_p = \Delta E_{p_1} + \Delta E_{p_2} = mgl + qEl.$$

把 $qE = mg \operatorname{tg} \theta$ 代入上式,即得

$$\Delta E_p = mg(1 + \operatorname{tg} \theta).$$

根据能量守恒,系统增加的势能由其它能量通过做功的形式转化而来,故外力的功

$$W = \Delta E_p = mg(1 + \operatorname{tg} \theta).$$

例题 5 一直流电动机由电动势 $\mathcal{E} = 12$ 伏的电池供电(图 76),如果完全制动电枢时电路中电流 $I_0 = 3$ 安,则当通过线圈的电流 $I = 2$ 安时,电动机发出的功率为多少?

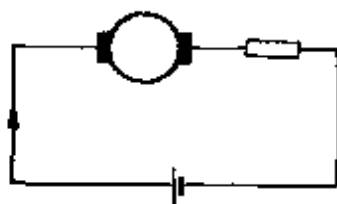


图 76

分析与解答 电动机转动时会产生反电动势(感应电动势) $\mathcal{E}_{\text{感}}$,根据能的转化与守恒定律,电池提供的总功率(单位时间内的电能)

$$I\mathcal{E} = I^2 R + I\mathcal{E}_{\text{感}}.$$

式中 R 是连接导线的电阻、电动机电枢线圈的电阻和电池内阻之和, $I^2 R$ 就是转化为电阻上的发热功率, $I\mathcal{E}_{\text{感}}$ 是电动机的输出机械功率.

当电枢不转时, $\mathcal{E}_{\text{感}} = 0$, 则

$$I_0 \mathcal{E} = I_0^2 R.$$

联立两式,有关系式

$$I\mathcal{E} = I^2 \cdot \frac{\mathcal{E}}{I_0} + I\mathcal{E}_{\text{感}},$$

所以电动机的输出功率

$$\begin{aligned} P_{\text{出}} &= I\mathcal{E}_{\text{感}} = I\mathcal{E} \left(1 - \frac{I}{I_0}\right) = 2 \times 12 \left(1 - \frac{2}{3}\right) \text{瓦} \\ &= 8 \text{瓦}. \end{aligned}$$

例题 6 在两根电阻不计的光滑平行长导轨间接有两个相同的电阻, $R_1 = R_2 = 1$ 欧. 垂直导轨放置一根长 $l = 0.5$ 米、质量 $m = 0.1$ 千克的金属棒, 整个装置放在垂直导轨平面向内的匀强磁场中, $B = 0.2$ 特. 当给棒一个冲量, 使它以初速 $v_0 = 10$ 米/秒向右运动的过程中(图 77), 电

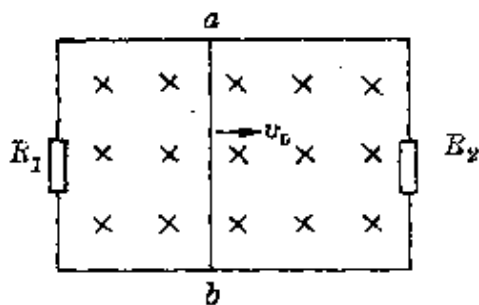


图 77

阻 R_1 上产生的热量为多少?

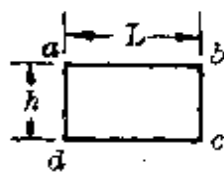
分析与解答 金属棒右滑时, 切割磁感线产生感应电流, 使棒受到一个向左的磁场力, 将阻碍棒的运动. 金属棒右行至速度为零的整个过程中, 棒的机械能(动能)完全转化为产生感应电流的电能, 最后又转化为两个电阻上的焦耳热. 由于两个电阻相同, 所以, 每个电阻上产生的热量为

$$Q = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m v_0^2 \right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 0.1 \times 10^2 \text{ 焦} = 2.5 \text{ 焦}.$$

说明 金属棒右行是一个变加速过程, 不从普遍的能的转化和守恒出发, 在中学阶段本题无法求解.

例题 7 电阻为 R 的矩形导线框 $abcd$, 边长 $ab = L$, $ad = h$, 质量为 m . 从某一高度自由落下, 途中通过一匀强磁场, 磁场方向垂直纸面向里, 磁场区域的宽度为 h (图 78). 若线框恰好以恒定的

速度通过磁场,则线框中产生的焦耳热为多少?空气阻力不计.



分析与解答 由于线框匀速通过磁场,在这个过程中,线框重力势能的减少完全转化为产生感应电流的电能,这些电能又全部转化为线框电阻上的焦耳热.因此,由能的转化和守恒立即可知

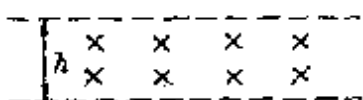


图 78

$$Q = mg \cdot 2h = 2mgh.$$

说明 上述计算无需涉及感应电流的产生和做功过程,十分简捷.

例题 8 如图 79 所示, \widehat{ab} 是半径为 r 、电阻不计的四分之一圆周的光滑金属环,圆心为 O . Oa 是质量不计的轻质金属杆,电阻为 R ,它的一端固定于 O 点,另一端连一光滑金属小球,小球质量为 m . Ob 是金属导线(不计电阻).整个装置竖直放置在磁感应强度为 B 的匀强磁场中.若小球自静止起从 a 滑到 b 时的速度为 v ,试问这一过程中回路的平均感应电动势为多大?

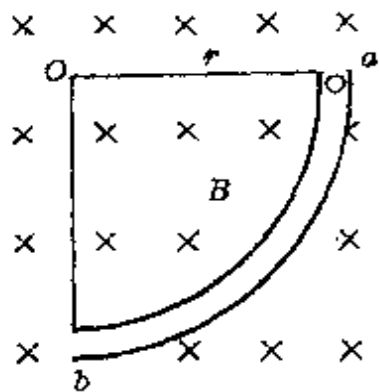


图 79

分析与解答 把整个闭合电路(包括小球)作为一个系统.在小球自静止从 a 滑到 b 的过程中,小球重力势能的减少完全转化为小球动能的增加及回路中的电能.

设在这一过程中回路中产生的电能为 E_e ,则根据能的转化和守恒有

$$mgr = \frac{1}{2}mv^2 + E_e. \quad \textcircled{1}$$

$$\text{因} \quad E_e = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \Delta t, \quad (2)$$

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\mathcal{E}} = \frac{\pi r^2 B}{4\mathcal{E}}. \quad (3)$$

式中 \mathcal{E} 为这一过程中回路内的平均感应电动势, Δt 为这一过程的时间.

联立①~③式, 即可求得回路的平均感应电动势

$$\mathcal{E} = \frac{2mR(2gr - v^2)}{\pi Br^2}.$$

(3) 动量守恒

系统不受外力或所受外力的合力为零, 系统的动量就保持不变. 这个结论称为动量守恒定律, 用公式表示为

$$p_1 + p_2 + \cdots = p_1' + p_2' + \cdots.$$

式中 p_1, p_2, \cdots 和 p_1', p_2', \cdots , 分别为系统内各物体相互作用前后同一时刻的动量.

动量是矢量. 动量守恒定律可以有分量式. 如果某一个方向 (设为 x 方向) 上系统不受外力或所受外力的合力为零, 这个系统在该方向上的动量守恒. 用公式表示为

$$p_{1x} + p_{2x} + \cdots = p_{1x}' + p_{2x}' + \cdots.$$

式中 p_{1x}, p_{2x}, \cdots 和 p_{1x}', p_{2x}', \cdots 就是系统内各物体相互作用前后同一时刻在 x 方向上的动量.

对于在一直线上运动的两个物体组成的系统, 动量守恒定律的一般表达式常写成

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'.$$

动量守恒定律是自然界最重要、最普遍的规律之一. 无论是大

到星座的宏观系统,小到原子、基本粒子的微观系统,也不论系统内包含任何数目的物体和系统内各物体间相互作用的是什么样的力,或相互作用后各物体是粘合在一起还是分裂成许多碎块,只要整个系统所受外力的合力为零,系统的动量必定守恒。

当系统所受的外力甚小于系统内相互作用的内力时,动量守恒定律也近似成立。

例题 1 一辆装载砂子的小车,以速度 v 沿光滑平面做匀速运动.当车中砂子不断从底部小孔漏出时(图 80),小车的速度将会



图 80

A. 增加. B. 减少. C. 保持不变.

分析与解答 把小车(包括车中的砂)与漏出的砂作为一个系统时,水平方向不受外力,系统的动量守恒.由于惯性,砂子从小孔漏出后仍保持原来的速度 v ,因此小车的速度不变.正确答案为 C.

说明 用公式计算时,由

$$Mv = (M - \Delta m)v' + \Delta mv,$$

得 $v' = v$.

如果写成 $Mv = (M - \Delta m)v'$,遗漏了漏出砂子的动量,就不正确了.

例题 2 质量均为 m 的 n 个人,排着队跟着一辆质量为 M 、以速度 v_0 沿光滑水平面运动的小车,当这些人从车后与车速同方向、但比车速始终快 Δv 先后跳上小车后,则小车的速度变为多少?

分析与解答 每次把跳车的人跟车(包括已跳上车的人)作为一个系统,水平方向始终不受外力,动量守恒.

设第一个人跳上车后的车速为 v_1 , 则有

$$Mv_0 + m(v_0 + \Delta v) = (M + m)v_1,$$

得

$$v_1 = v_0 + \frac{m}{M + m}\Delta v.$$

第二个人跳上车后的车速为 v_2 , 则有

$$(M + m)v_1 + m(v_1 + \Delta v) = (M + 2m)v_2,$$

得
$$v_2 = v_1 + \frac{m}{M + 2m}\Delta v = v_0 + \frac{m}{M + m}\Delta v + \frac{m}{M + 2m}\Delta v.$$

依次类推, 得第 n 个人跳上车后的速度为

$$v_n = v_0 + \frac{m}{M + m}\Delta v + \frac{m}{M + 2m}\Delta v + \cdots + \frac{m}{M + nm}\Delta v.$$

例题 3 一个质量为 M 的木块从空中自由落下, 途中, 突然被一颗沿水平方向飞行、质量为 m 的子弹很快击中(子弹未穿出), 则木块落地时间有何变化? 如果木块自由下落一半高度时被子弹击中, 则木块下落的总时间与原来自由下落的总时间相比为多少? 设 $M \gg m$.

分析与解答 子弹击中木块的过程中, 重力的冲量可忽略不计, 由子弹—木块系统动量守恒可知, 子弹射入木块后, 木块的竖直分速度将减小, 因此落地时间将增加.

设木块从 h 高处自由下落, 原下落时间

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

木块落至 $\frac{h}{2}$ 高所需时间 $t_1 = \sqrt{\frac{h}{g}} = \frac{t_0}{\sqrt{2}}.$

此时木块的瞬时速度

$$v_1 = gt_1 = \frac{gt_0}{\sqrt{2}}.$$

子弹水平射入木块后,由竖直方向上的动量守恒

$$0 + Mv_1 = (m + M)u,$$

得
$$u = \frac{M}{m + M}v_1 = \frac{M}{m + M} \cdot \frac{gt_0}{\sqrt{2}}.$$

此后,木块(包括其中的子弹)在竖直方向做下抛运动,由

$$\frac{h}{2} = ut_2 + \frac{1}{2}gt_2^2,$$

得落至地面时间

$$t_2 = \frac{t_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{M^2 + (m + M)^2} - m}{m + M}.$$

所以木块下落的总时间为

$$t = t_1 + t_2 = \frac{t_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{M^2 + (m + M)^2} + M}{m + M}.$$

考虑到 $M \gg m$,上式可近似为

$$t \approx \frac{1 + \sqrt{2}}{2}t_0, \quad \text{或} \quad \frac{t}{t_0} = \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \approx 1.2.$$

相对速度

用动量守恒定律研究跳车、掷球、发射子弹等问题时,若给出的是相对于车或人、枪的速度,就必须先把它转化为对地的速度.因为不论是跳车、掷球等等,两者发生相互作用总得有个过程,所说的相对速度,应该是相对于相互作用过程结束时刻而言的.不明白这一点,求解这类问题时很容易产生错误.

例题 4 质量均为 M 的 A 、 B 两平板小车,以相同的速度 v_0 沿光滑平面紧跟着做匀速运动. B 车上有一个质量为 m 的人 C (图 81),当他以相对于自己那辆车的速度 u 跳上前面的 A 车后, A 、 B 两车的速度分别为多少?

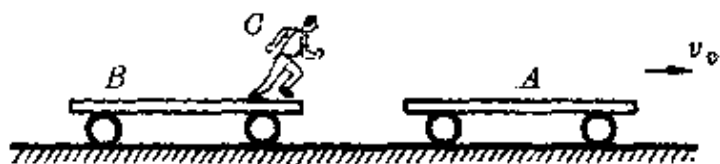


图 8:

分析与解答 以 $(B + C)$ 为一个系统, 水平方向无外力作用, 动量守恒. 设人跳离 B 车后的车速为 v_B , 则人相对于地面的速度为 $(u + v_B)$. 由人跳离 B 车前、后两时刻系统的动量守恒知

$$(M + m)v_0 = Mv_B + m(u + v_B),$$

得

$$v_B = v_0 - \frac{m}{M + m}u.$$

再以 $(A + C)$ 作为一个系统, 由人跳上 A 车前、后两时刻的动量守恒知

$$m(u + v_B) + Mv_0 = (M + m)v_A,$$

得 A 车后来的速度为

$$v_A = v_0 + \frac{mM}{(M + m)^2}u.$$

例题 5 质量为 M 的运动员手里拿着一个质量为 m 的球, 以与水平方向成 α 角的速度 v_0 向前跳去, 当他到达最高点时将小球以相对于自己为 u 的速度水平向后抛出. 试问: 由于小球的抛出, 跳过的水平距离增加多少?

分析与解答 人到达最高点的速度沿水平方向, 大小为 $v = v_0 \cos \alpha$. 设小球抛出后人的速度为 v_1 , 则被抛出小球对地的速度 $v_2 = -u + v_1 = v_1 - u$ (以原运动方向为正方向).

对人、球系统, 抛出过程中水平方向无其它外力, 动量守恒. 取抛出小球前、后两时刻, 由

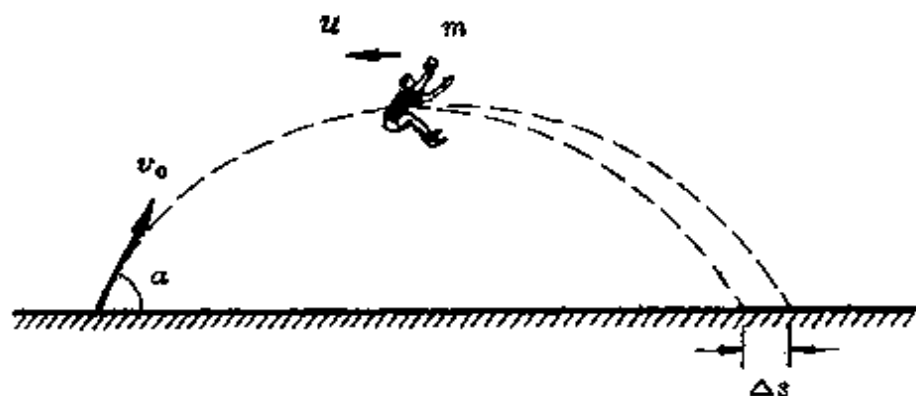


图 82

$$(M + m)v_0 \cos \alpha = Mv_1 + m(v_1 - u),$$

得

$$v_1 = v_0 \cos \alpha + \frac{m}{M + m}u.$$

人抛出小球后水平速度的增量为

$$\Delta v = v_1 - v = \frac{m}{M + m}u.$$

人从最高点落地所需时间 $t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$.

所以,由于抛出小球使他增加的水平距离为

$$\Delta s = \Delta vt = \frac{mu v_0 \sin \alpha}{(M + m)g}.$$

例题 6 火箭最初的总质量为 M , 相对于地面水平飞行的速度为 v_0 . 若发动机每次向水平方向喷出的气体质量恒为 m , 喷出的气体相对于火箭的速度恒为 u , 不计空气阻力, 试求第 n 批气体喷出后火箭的速度.

分析与解答 把火箭的壳体和被喷气体作为一个系统, 喷气过程中水平方向系统的动量守恒.

设喷出第一批气体、第二批气体、……第 n 批气体后火箭的速度依次为 v_1 、 v_2 、……、 v_n . 取每次喷气前后两瞬间考察系统的总动

量,并以火箭原飞行方向为正方向,则第一批气体喷出后有关系式

$$Mv_0 = (M - m)v_1 + m(v_1 - u),$$

得

$$v_1 = v_0 + \frac{m}{M}u.$$

第二批气体喷出后,同理有关系式

$$(M - m)v_1 = (M - 2m)v_2 + m(v_2 - u),$$

得

$$v_2 = v_0 + \frac{m}{M}u + \frac{m}{M - m}u.$$

第三批气体喷出后,有

$$(M - 2m)v_2 = (M - 3m)v_3 + m(v_3 - u),$$

得

$$v_3 = v_0 + \frac{m}{M}u + \frac{m}{M - m}u + \frac{m}{M - 2m}u.$$

依次类推,当第 n 批气体喷出后,火箭的速度为

$$\begin{aligned} v_n &= v_0 + \frac{m}{M}u + \frac{m}{M - m}u + \frac{m}{M - 2m}u + \cdots \\ &\quad + \frac{m}{M - (n - 1)m}u \\ &= v_0 + mu \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{M - im}. \end{aligned}$$

例题 7 在光滑的水平轨道上有一辆质量为 M 的炮车,在炮筒的仰角为 θ 时发射一颗质量为 m 的炮弹,设炮弹出口时对地的速度大小为 v_0 ,求炮车的反冲速度.

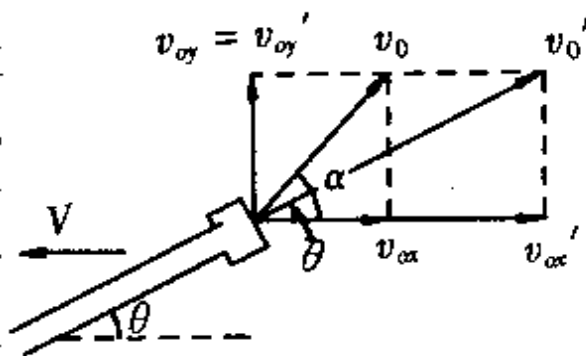


图 83

分析与解答 炮弹出口时,

由于炮身的反冲,发射角(出口速度与水平方向间夹角)并不等于炮筒的仰角,而应该略大一些,设为 α (图 83).

设炮弹出口时相对炮身的速度为 v_0' ,炮身反冲速度为 V ,由图 83 可建立关系:

$$v_{oy} = v_{oy}' = v_0' \sin\theta, \quad (1)$$

$$v_{ox} = v_{ox}' + V = v_0' \cos\theta + V. \quad (2)$$

炮弹发射时,对“炮身 + 炮弹”系统,水平方向无其它外力,动量守恒.取发射前、后两时刻,由

$$0 = mv_{ox} + MV,$$

得

$$V = -\frac{m}{M}v_{ox}. \quad (3)$$

将③式代入②式,得

$$v_{ox} = v_0' \cos\theta - \frac{m}{M}v_{ox},$$

即

$$\left(1 + \frac{m}{M}\right)v_{ox} = v_0' \cos\theta. \quad (4)$$

再将① ÷ ④,得

$$\frac{v_{oy}}{v_{ox}} = \operatorname{tg}\alpha = \left(1 + \frac{m}{M}\right) \operatorname{tg}\theta.$$

于是,由③式可得炮弹出口时,炮身的反冲速度

$$\begin{aligned} V &= -\frac{m}{M}v_{ox} = -\frac{m}{M}v_0' \cos\alpha \\ &= -\frac{mv_0'}{M\sqrt{1 + \left(1 + \frac{m}{M}\right)^2 \operatorname{tg}^2\theta}}. \end{aligned}$$

当 $m \ll M$ 时, 上式可近似为

$$V = - \frac{mw_0}{M \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}} = - \frac{m}{M} v_0 \cos \theta .$$

一条
重要推论

在动量守恒定律的应用中, 有许多类似于“人在船上走动”的问题, 我们可以先找出一个简便的普遍关系, 然后求解.

如图 84 所示, 在一条质量为 m_1 的静止小船上, 站着一个人

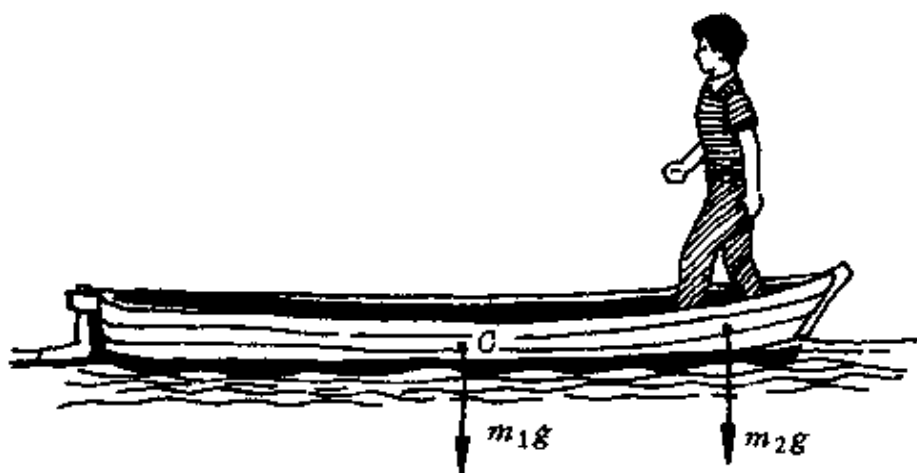


图 84

量为 m_2 的人. 在人从船头走向船尾的过程中, 不计水的阻力时, “人—船”系统在水平方向不受其它外力, 系统在水平方向上动量守恒, 且总动量为零. 设相互作用中某一瞬间人与船的速度(相对于地)分别为 v_1 、 v_2 , 则

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0,$$

或
$$v_1 = - \frac{m_2}{m_1} v_2. \quad \textcircled{1}$$

式中负号表示人与船运动方向相反.

把人从船头走到船尾的时间(即两者相互作用时间) t 分成 n 小段, 每一小段为 Δt . 当 n 足够大时, Δt 就足够小, 可以认为人和

船在 Δt 内的速度保持不变. 因此, 在时间 t 内船的位移为

$$s_1 = v_{11}\Delta t + v_{12}\Delta t + v_{13}\Delta t + \cdots + v_{1n}\Delta t. \quad (2)$$

式中 v_{11} 、 v_{12} 、 v_{13} 、 \cdots 、 v_{1n} 分别为第一小段时间、第二小段时间、 \cdots 、第 n 小段时间内的船速(相对于地).

在同一时间 t 内人的位移为

$$s_2 = v_{21}\Delta t + v_{22}\Delta t + v_{23}\Delta t + \cdots + v_{2n}\Delta t. \quad (3)$$

式中 v_{21} 、 v_{22} 、 v_{23} 、 \cdots 、 v_{2n} 分别为第一小段时间、第二小段时间、 \cdots 、第 n 小段时间内人对地的速度.

由于①式对相互作用中任一瞬间都成立, 把它代入②式, 并考虑到③的结果, 可得:

$$\begin{aligned} s_1 &= \left(-\frac{m_2}{m_1} v_{21} \right) \Delta t + \left(-\frac{m_2}{m_1} v_{22} \right) \Delta t + \cdots + \left(-\frac{m_2}{m_1} v_{2n} \right) \Delta t \\ &= -\frac{m_2}{m_1} (v_{21}\Delta t + v_{22}\Delta t + \cdots + v_{2n}\Delta t) \\ &= -\frac{m_2}{m_1} s_2, \end{aligned}$$

即
$$m_1 s_1 + m_2 s_2 = 0. \quad (4)$$

这就是说, 不计阻力时, 人船相互作用中每一个物体的质量与其对地位移乘积的代数和恒为零.

把这个结论推广到多个物体组成的总动量为零的系统, 可表示为

$$m_1 s_1 + m_2 s_2 + \cdots + m_n s_n = 0. \quad (5)$$

即一个总动量为零(或某方向总动量为零)的物体系统, 在内力作用下, 系统中每个物体的质量与其位移(或某方向上的位移)乘积的代数和恒为零. 这就是由动量守恒定律得出的一个重要推

论* .用这条推论解题常显得特别方便.

例题 8 质量为 m_1 的气球吊着质量为 m_2 的重物,恰好停在离地面高 h 的空中.当吊绳突然断裂,重物落到地面时,气球离地的高度为多少?

分析与解答 当绳子断裂,重物下落时,气球和重物系统所受的合外力仍然为零,系统的动量守恒,且总动量恒为零.如果设在重物离开气球落到地面的这段时间内,气球对地的位移为 h' ,则由上述推论得

$$m_1 h' + m_2 h = 0,$$

所以
$$h' = -\frac{m_2}{m_1} h.$$

负号表示气球位移与重物位移相反,即上升了 $\frac{m_2}{m_1} h$.

所以,当重物落到地面时,气球离地面的高度为

$$H = h + |h'| = h + \frac{m_2}{m_1} h = \frac{m_1 + m_2}{m_1} h.$$

例题 9 质量为 M 、半径为 R 的 $1/4$ 光滑圆槽放在光滑水平面上,一个质量为 m 的滑块从槽顶静止滑下,当它滑到槽口时,槽的位移是多少(图 85)?

分析与解答 滑块和圆槽组成的系统在水平方向不受外力,系统水平方向动量守恒且总动量为零.由前面的推论得

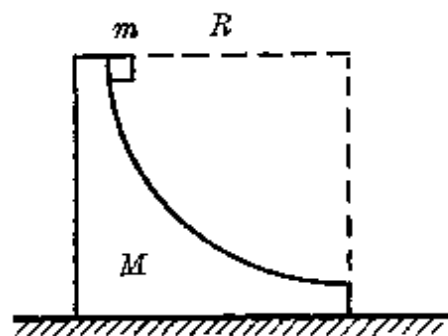


图 85

* 它与系统在内力作用下质心位置不变是一致的.

$$Ms_1 + ms_2 = 0. \quad (1)$$

式中 s_1 、 s_2 分别为圆槽和滑块在滑块从顶端滑到槽口的过程中对地的位移。

因为滑块相对圆槽的水平位移 $s' = R$, 因此

$$s_2 = s' + s_1 = R + s_1. \quad (2)$$

把②式代入①式, 得

$$Ms_1 + m(s' + s_1) = 0,$$

所以
$$s_1 = -\frac{m}{M+m}s' = -\frac{m}{M+m}R.$$

负号表示圆槽位移 s_1 的方向与 s' 的方向相反。

例题 10 一浮吊的质量 $M = 20$ 吨, 由岸上吊起质量 $m = 2$ 吨的物体后, 将吊杆与水平方向的夹角由 $\alpha = 30^\circ$ 转到 $\beta = 60^\circ$ (图 86). 设吊杆长 $l = 8$ 米, 水的阻力与杆重不计, 试求浮吊在水中移动的距离。

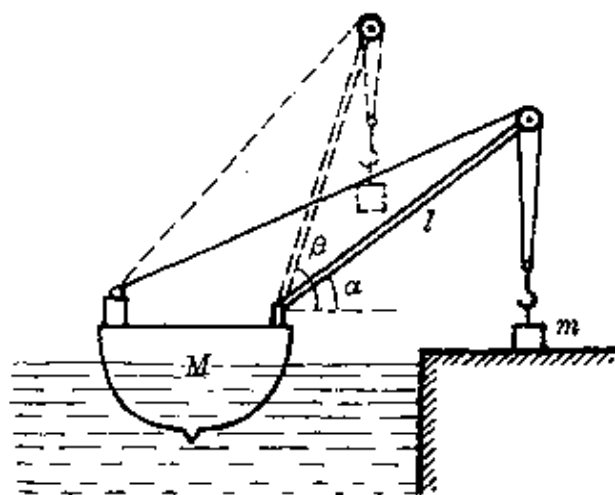


图 86

分析与解答 对浮吊与货物系统, 起吊过程中水平方向不受外力, 水平方向的动量守恒且总动量为零. 设吊杆转动过程中, 浮吊和货物相对于地的水平位移分别为 s_1 和 s_2 , 由推论得

$$Ms_1 + ms_2 = 0. \quad (1)$$

设在这个过程中货物相对于浮吊的水平位移为 s_2' , 则

$$s_2 = s_2' + s_1. \quad (2)$$

式中 $s_2' = l(\cos\alpha - \cos\beta). \quad (3)$

把②式代入①式, 并考虑到③式, 得

$$\begin{aligned} s_1 &= -\frac{m}{M+m}s_2' = -\frac{m}{M+m}l(\cos\alpha - \cos\beta) \\ &= -\frac{2}{20+2} \times 8 \times (0.866 - 0.5) \text{米} \\ &= -0.267 \text{米}. \end{aligned}$$

负号表示 s_1 的方向与 s_2' 的方向相反, 即浮吊应靠向河岸.

例题 11 如图 87 所示, 质量为 M 、倾角为 α 的斜面体, 放在光滑水平地面上, 细绳绕过顶端的定滑轮连着质量分别为 m_1 、 m_2 的两个物体. 当 m_1 从静止起在斜面上滑下一段距离 l 时, 斜面体在水平地面上移动多少距离?

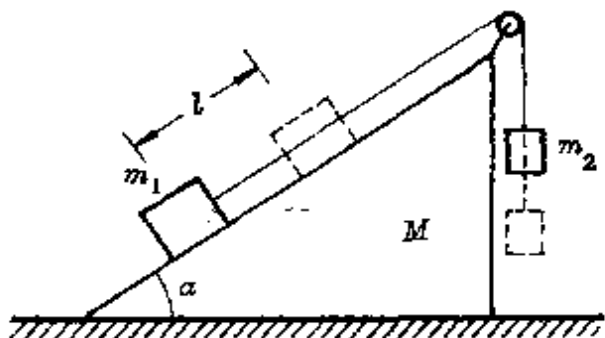


图 87

分析与解答 对斜面体和两物体的系统, 水平方向无外力作用, 系统水平方向动量守恒, 且总动量为零. 设 m_1 在斜面上滑下 l 时, m_1 、 m_2 、 M 对地的水平位移分别为 s_1 、 s_2 、 s , 则由推论知

$$m_1 s_1 + m_2 s_2 + Ms = 0. \quad (1)$$

设 m_1 下滑 l 时相对于 M 的水平位移为 s' , 则

$$s_1 = s' + s, \quad (2)$$

而 $s_2 = s. \quad (3)$

把②、③两式代入①式,可写成

$$m_1(s' + s) + m_2 s + Ms = 0,$$

得
$$s = -\frac{m_1}{m_1 + m_2 + M} s_1',$$

式中负号表示 s 与 s_1' 的方向相反.

$$\therefore s_1' = l \cos \alpha,$$

$$\therefore s = -\frac{m_1 l \cos \alpha}{m_1 + m_2 + M}.$$

(4) 动量守恒和能量守恒

动量守恒定律和能量守恒定律都是最基本的自然规律,虽然两者的物理条件不同,但在许多物理过程中,常会同时成立.

动量守恒与机械能守恒 弹性碰撞就是一个最典型的问题.如图 88 所示,设有质量分别为 m_1 、 m_2 ,速度分别为 v_{10} 和 v_{20} 的两个弹性小球做对心碰撞*,设碰后速度分别为 v_1 、 v_2 .由于在相碰的极短时间内,两者相互作用的冲量往往远大于外力的冲量,因此对发生碰撞的物体系统而言,可认为不受外力(或某方向不受外力)作用,系统的动量(或某方向上的动量)守恒.如果碰撞过程中的形变能完全释放出来,又无其它机械能损失,则同时满足机械能守恒.于是由动量守恒和机械能守恒可得

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2, \quad \text{①}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{10}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{20}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2. \quad \text{②}$$

* 碰撞前后两球的速度方向都在通过两球中心的连线上,又称为正碰撞(简称正碰).

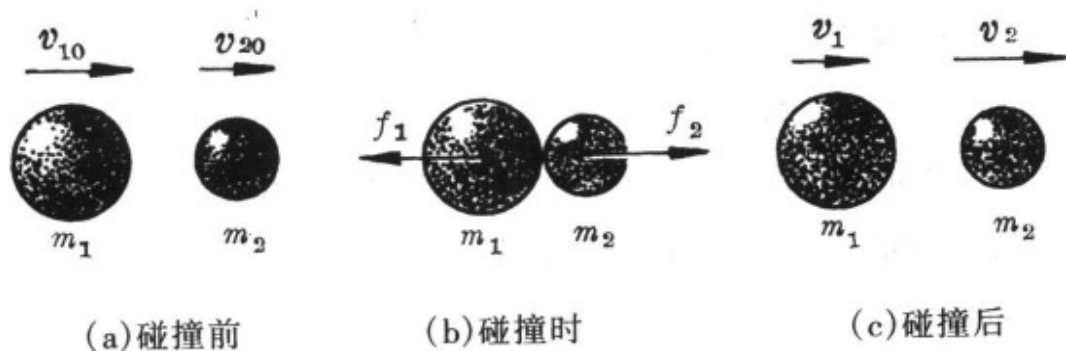


图 88 两球对心碰撞

将①、②两式分别改写为

$$m_1(v_{10} - v_1) = m_2(v_2 - v_{20}), \quad (3)$$

$$m_1(v_{10}^2 - v_1^2) = m_2(v_2^2 - v_{20}^2). \quad (4)$$

由③、④两式得到

$$v_1 + v_{10} = v_2 + v_{20},$$

或

$$v_{10} - v_{20} = v_2 - v_1. \quad (5)$$

从③、⑤两式可解出

$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_{10} + 2m_2v_{20}}{m_1 + m_2}, \quad (6)$$

$$v_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_{20} + 2m_1v_{10}}{m_1 + m_2}. \quad (7)$$

上述是对心弹性碰撞的一般表达式,有几种常见的特殊情况:

(i)若 $m_1 = m_2$,由上述两式可得

$$v_1 = v_{20}, v_2 = v_{10}.$$

即质量相等的两球做弹性正碰后互换速度,这就是前面说到的英国皇家学会上所表演的实验结果.

(ii)若 $m_2 \gg m_1$,且 $v_{20} = 0$,则得

$$v_1 \approx -v_{10}, v_2 \approx 0.$$

即一个质量很小的运动球与另一个质量很大的静止球发生弹性正碰撞时,小球以原速率反弹,大球仍保持静止.

(iii) 若 $m_2 \ll m_1$, 且 $v_{20} = 0$, 则得

$$v_1 \approx v_{10}, v_2 \approx 2v_{10}.$$

表示一个质量很大的运动球与另一个质量很小的静止球发生弹性正碰后, 大球的速度几乎不发生变化, 但小球却以近于两倍的大球速度运动.

在力学中, 类似于两球的弹性正碰中动量守恒和机械能守恒同时成立的问题很多.

例题 1 一个质量为 M 的尖劈放在光滑水平地面上, 一颗质量为 m , 以水平速度 v_0 飞行的小球和尖劈表面做完全弹性碰撞后, 小球竖直向上弹起, 问小球能上升多高 (图 89)?

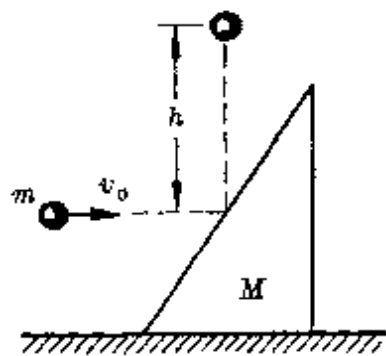


图 89

分析与解答 把小球和尖劈作为一个系统, 小球和尖劈碰撞的过程中, 在水平方向没有外力作用, 系统在水平方向动量守恒. 设碰撞后尖劈的速度为 v , 则根据动量守恒, 有

$$Mv = mv_0,$$

得

$$v = \frac{m}{M}v_0.$$

又因为小球和尖劈做弹性碰撞前后系统机械能守恒, 则有

$$\frac{1}{2}Mv^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_0^2.$$

联立两式, 即可求得小球上升高度

$$h = \frac{v_0^2}{2g} \left(1 - \frac{m}{M} \right).$$

例题 2 一辆轻车上装有一呈 $1/4$ 圆周的光滑轨道, 总质量

为 M , 放在光滑的水平面上. 有一质量为 m 的小钢球以水平速度 v_0 进入轨道的水平部分, 并沿圆弧形轨道上升. 设 $M = 2m$, 问:

(1) 若 v_0 足够大, 小球上升到 B 点时离开了小车, 它能到达的最高点距轨道的水平部分多高?

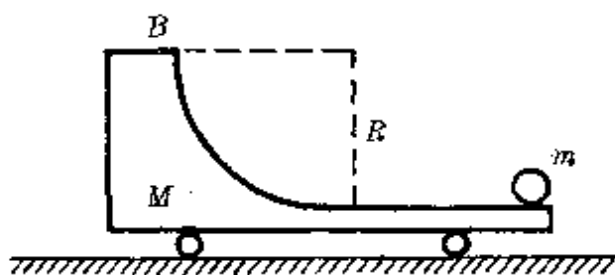


图 90

(2) 小球最后离开小车时的速度为多大?

分析与解答 (1) 小球和小车组成的系统在水平方向没有外力作用, 故系统水平方向动量守恒, 且小球到达 B 点时, 两者的水平速度 (v_x) 相等. 由动量守恒和机械能守恒分别得

$$mv_0 = (M + m)v_x,$$

$$\frac{1}{2}Mv_x^2 + \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) + mgR = \frac{1}{2}mv_0^2.$$

式中 v_y 为小球到达 B 点时的竖直向上的分速度. 联立两式, 得

$$v_y^2 = \frac{Mv_0^2}{M+m} - 2gR = \frac{2}{3}v_0^2 - 2gR.$$

小球离开小车时, 由于在水平方向具有与小车相同的速度 v_x , 所以小球相对于小车做竖直上抛运动, 相对于地做斜上抛运动. 因此它离开小车后相对于 B 点的最大高度为

$$h = \frac{v_y^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left(\frac{2}{3}v_0^2 - 2gR \right),$$

离轨道水平部分的高度为

$$H = h + R = \frac{v_0^2}{3g}.$$

(2) 因小球落回来时仍将落在小车上的 B 点, 然后将沿弧形轨道下滑, 最后与弧形轨道分离. 设小球与小车分离时小球的速度

为 v_1' , 小车的速度为 v_2' , 同理由动量守恒和机械能守恒知

$$mv_1' + Mv_2' = mv_0,$$

$$\frac{1}{2}mv_1'^2 + \frac{1}{2}Mv_2'^2 = \frac{1}{2}mv_0^2.$$

解此两式, 得

$$v_1' = \frac{(m-M)v_0}{M+m} = -\frac{1}{3}v_0,$$

$$v_2' = \frac{2mv_0}{M+m} = \frac{2}{3}v_0.$$

即小球以原速率的 $1/3$ 反向离开小车, 小车则沿着小球刚进入的方向运动.

例题 3 长为 $2b$ 的轻绳, 两端各系一质量为 m 的小球, 中央系一质量为 M 的小球, 三球均静止于光滑的水平桌面上, 绳处于拉直状态.

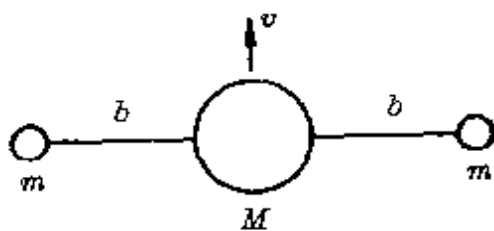


图 91

今给小球 M 以一个冲击, 使它获得水平速度 v , v 的方向与绳垂直(图 91), 求在两端的小球发生互碰前的瞬间绳中的弹力.

分析与解答 两边小球碰撞的瞬间, 每球相对于 M 做圆周运动, 把 m 球互碰前的速度正交分解为 $v_{//}$ (沿绳子方向) 和 v_{\perp} (与绳子方向垂直). 由于绳子长度不变, 故互碰前瞬间 M 球和 m 球在绳子方向速度是相同的, 均为 $v_{//}$, 但它们在绳子方向的加速度不同. 设 M 球的加速度为 a_M , m 球的加速度为 a_m , 且有

$$a_m = -\frac{V_{\perp}^2}{b} - a_M. \quad (1)$$

式中 $\frac{V_{\perp}^2}{b}$ 是 m 球相对于 M 球做圆周运动的向心加速度, a_M 、 a_m 的

方向如图 92 所示.

设 m 球受到绳子拉力为 T , 则 M 球受到绳子拉力为 $2T'$ ($T' = T$), 其方向如图所示.

根据牛顿第二定律有

$$T = ma_m, \quad (2)$$

$$2T' = Ma_M. \quad (3)$$

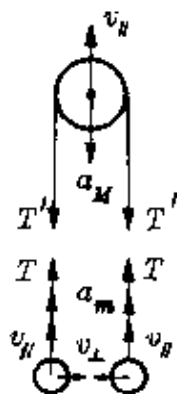


图 92

对于这三个小球组成的系统, 因为水平方向动量守恒和机械能守恒, 于是得

$$(M + 2m)v_{//} = Mv, \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}Mv_{//}^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}m(v_{\perp}^2 + v_{//}^2). \quad (5)$$

联立①至⑤式即可解得

$$T = \frac{mM^2 v^2}{(M + 2m)^2 b}.$$

**动量守恒
和总能量
守恒**

在非弹性碰撞中, 动量守恒定律通常同样成立, 而机械能并不守恒, 其中有一部分机械能已转化为内能, 但包括这部分内能在内的总能量仍然守恒. 满足动量守恒定律条件的系统中, 包含着转化的内能、获得的电能等总能量守恒的问题, 在中学物理中也非常普遍.

例题 4 质量为 M 、长为 L 的木板 AB , 静止在光滑的水平面上. 一个质量为 m 、长度可忽略的小木块以速度 v_0

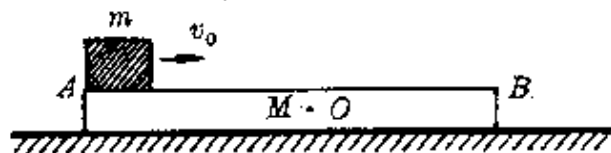


图 93

水平地沿木板的表面滑动(图 93), 已知小木块与木板间的摩擦因数为 μ , 问 v_0 在什么范围内, 才能使小木块在中点 O 和右端 B 之间停下来(即相对木板静止)?

分析与解答 小木块和木板组成的系统在水平方向不受外力,系统动量守恒.设小木块和木板相对静止时的共同速度为 v ,根据动量守恒则有

$$mw_0 = (M + m)v.$$

设小木块和木板相对静止时,小木块距 A 端为 x (图 94),则根据能量守恒有

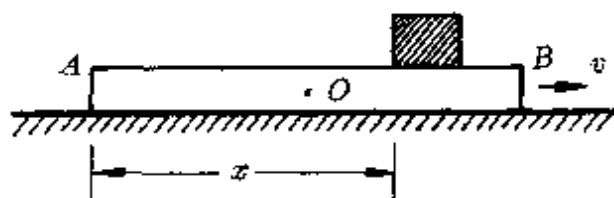


图 94

$$\mu mgx = \frac{1}{2}mw_0^2 - \frac{1}{2}(m + M)v^2.$$

式中 μmgx 为小木块在木板上滑动过程中产生的内能的量度式.

联立上面两式,得 $v_0 = \sqrt{\frac{2\mu g(M + m)x}{M}}$.

根据题设条件有 $L \geq x \geq \frac{L}{2}$,

可得 $\sqrt{\frac{2\mu g(M + m)L}{M}} \geq v_0 \geq \sqrt{\frac{\mu g(M + m)L}{M}}$.

例题 5 在质量相等的 A 、 B 两小球间,用一轻弹簧将它们相连,然后放于光滑的水平桌面上(图 95),如果 A 球被水

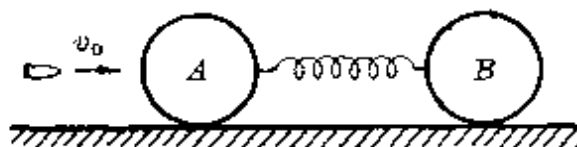


图 95

平方向飞来,速度为 v_0 的子弹射中(嵌入球内),已知子弹的质量为 A 球质量的 $1/4$,问在以后的运动过程中, B 球的最大速度和 A 球的最小速度各为多少?

分析与解答 当子弹射入 A 球时,由于子弹和 A 球组成的系统只有内力作用,系统动量守恒,则有

$$\frac{1}{4}mw_0 = \left(m + \frac{1}{4}m\right)v. \quad \textcircled{1}$$

式中 m 为小球的质量, v 为子弹嵌入 A 球后子弹和小球 A 的共同速度.

A 球(包含子弹)获得速度 v 后, 随即压缩弹簧, 小球 B 被加速, 直至弹簧恢复自由状态, 小球 B 不再加速, 其速度达到最大. 而小球 A 在压缩弹簧和后来弹簧在恢复阶段, 始终受向左的弹力作用, 做减速运动, 直至弹簧处于自由状态, 小球 A 不再减速, 其速度达到最小. 以后弹簧继续伸长而使 B 球速度变小, 使 A 球速度变大, 如此反复进行. 由此可知, 当弹簧无形变时, 两球速度有极值, B 球速度最大, A 球速度最小. 此时 A 、 B 两球和弹簧组成的系统的总能量仅为 A 、 B 两小球的动能之和, 它等于子弹射入 A 球后, 子弹和 A 球的动能. 根据能量守恒

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(m + \frac{1}{4} m \right) v_{A\min}^2 + \frac{1}{2} m v_{B\max}^2 \\ &= \frac{1}{2} \left(m + \frac{1}{4} m \right) v^2. \end{aligned} \quad (2)$$

又根据动量守恒, 则有

$$\left(m + \frac{1}{4} m \right) v_{A\min} + m v_{B\max} = \frac{1}{4} m v_0. \quad (3)$$

联立解①、②、③式, 取合理值, 即可得

$$v_{A\min} = \frac{1}{45} v_0, \quad v_{B\max} = \frac{2}{9} v_0.$$

例题 6 在光滑水平面上, 有一质量 $m_1 = 20$ 千克的小车, 通过一根几乎不可伸长的轻绳与另一个质量为 $m_2 = 25$ 千克的拖车相连接. 一个质量 $m_3 = 15$ 千克的物体放在拖车的平板上, 物体与平板间的动摩擦因数为 $\mu = 0.2$. 开始时, 拖车静止, 绳未拉紧, 小车以 $v_0 = 3$ 米/秒的速度向前运动(图 96). 求当 m_1 、 m_2 、 m_3 以同一速度前进时, 物体在拖车平板上移动的距离(g 取 10 米/秒²).

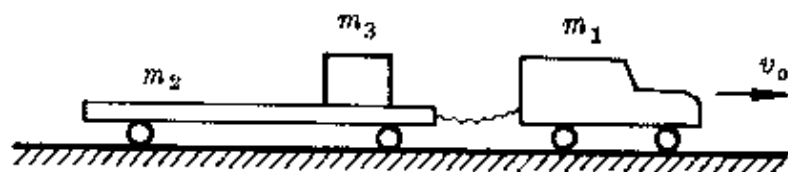


图 96

分析与解答 从绳开始拉紧到 m_1 、 m_2 和 m_3 以同一速度运动的这一过程中, m_1 、 m_2 和 m_3 这三个物体组成的系统不受外力作用, 它们的总动量保持不变. 由

$$m_1 v_0 = (m_1 + m_2 + m_3) v,$$

得三者一起运动的速度

$$v = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{20 \times 3}{20 + 25 + 15} \text{米/秒} = 1 \text{米/秒}.$$

在绳拉紧的极短时间内, m_1 和 m_2 的相互作用可看作一种碰撞过程, 在此过程中 m_3 作用于 m_2 的摩擦力可忽略不计. 故 m_1 、 m_2 组成的系统动量守恒, 可得

$$m_1 v_0 = (m_1 + m_2) v_{12},$$

式中 v_{12} 是绳拉紧的时刻 m_1 和 m_2 的共同速度, 得

$$v_{12} = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2} = \frac{20 \times 3}{20 + 25} \text{米/秒} = \frac{4}{3} \text{米/秒}.$$

此时系统的动能为

$$E_k = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{12}^2 = 40 \text{焦}.$$

当 m_1 、 m_2 、 m_3 三者以相同的速度一起运动时, 三者的总动能为

$$E_k' = \frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_3) v^2 = 30 \text{焦}.$$

m_1 、 m_2 两者一起以速度 v_{12} 运动到 m_1 、 m_2 、 m_3 三者一起以速

度 v 运动, 动能的损失为

$$\Delta E_k = E_k - E_k' = 10 \text{ 焦.}$$

显然, 这损失的动能转化为 m_3 和 m_2 的内能了. 由能量守恒, 得

$$\mu m_3 g \Delta s = \Delta E_k.$$

式中 $\mu m_3 g \Delta s$ 为 m_3 在 m_2 上滑动时, 产生的内能的量度式, 由此得 m_3 在 m_2 上滑行的距离

$$\Delta s = \frac{\Delta E_k}{\mu m_3 g} = \frac{10}{0.2 \times 15 \times 10} \text{ 米} \approx 0.33 \text{ 米.}$$

例题 7 如图 97 所示, 金属棒 a 从高 h 处自静止沿光滑的弧形平行金属轨道下滑, 进入轨道的水平光滑部分以后, 在竖直向下的匀强磁场 B 中运动. 在轨道的水平部分原来静止地放着另一根金属棒 b , 已知两棒质量 $m_a = 2m_b$. 试求:

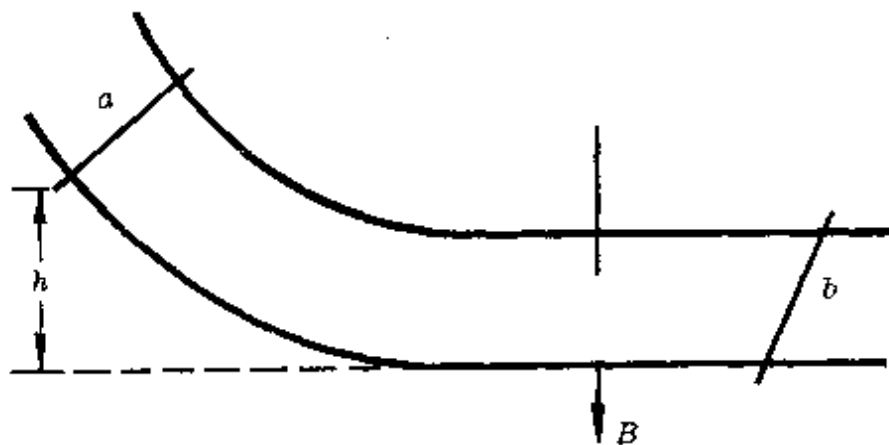


图 97

- (1) 如果两棒始终没有相碰, 则棒 a 和 b 的最终速度为多少?
- (2) 棒 a 自下落至 a 、 b 达最终速度的整个过程中, 回路中消耗的电能为多少?

分析与解答 (1) 当棒 a 进入轨道的水平部分后, 切割磁感线运动产生感应电动势, 在棒 a 、 b 和水平轨道组成的闭合回路中

形成感应电流, a 与 b 受到大小相等方向相反的磁场力, 使 a 做着速度逐渐减小的变减速运动, b 做着速度逐渐增加的变加速运动, 最终两棒以相同速度匀速运动.

由 a 、 b 两棒系统动量守恒, 有

$$m_a v_{a0} = m_a v_a + m_b v_b = (m_a + m_b) v,$$

得

$$v = \frac{m_a v_{a0}}{m_a + m_b} = \frac{m_a \sqrt{2gh}}{m_a + m_b} = \frac{2m_b \sqrt{2gh}}{2m_b + m_b} = \frac{2}{3} \sqrt{2gh}.$$

(2) 棒 a 自静止下滑至最后两棒以相同的速度做匀速运动的整个过程中, 棒 a 的重力势能一部分转化为 a 、 b 以共同速度 v 运动时的动能, 另一部分转化为电能, 设转化的电能为 E_e , 由总能量守恒

$$m_a gh = \frac{1}{2} (m_a + m_b) v^2 + E_e,$$

得

$$E_e = \frac{1}{3} m_a gh.$$

(5) 质量守恒

质量守恒在中学物理解题中的应用, 除了原子核反应外〔参见第(8)部分〕, 主要在气体状态变化的问题中.

状态方程
分态式

设有一定质量(设为 m)的理想气体, 其初始状态为 (p, T, V) , 若把它分成 n 个部分, 每一部分的状态依次为 $p_1, T_1, V_1, p_2, T_2, V_2, \dots, p_n, T_n, V_n$, 气体的质量依次为 m_1, m_2, \dots, m_n (图 98).

由克拉珀龙方程可知

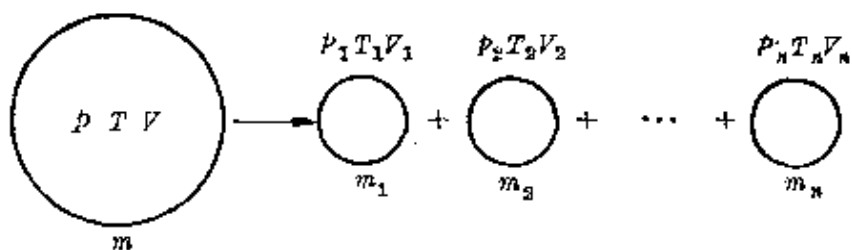


图 98

$$m = \frac{pVM}{TR},$$

$$m_1 = \frac{p_1 V_1 M}{T_1 R}, m_2 = \frac{p_2 V_2 M}{T_2 R}, \dots, m_n = \frac{p_n V_n M}{T_n R}.$$

因状态变化前后气体的质量不变(守恒),

即
$$m = m_1 + m_2 + \dots + m_n,$$

$$\therefore \frac{pV}{T} = \frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} + \dots + \frac{p_n V_n}{T_n}. \quad (1)$$

如果原来有 n 部分同种理想气体, 经状态变化后组成 n' 部分气体(图 99), 则同样可由克拉珀龙方程和质量守恒得

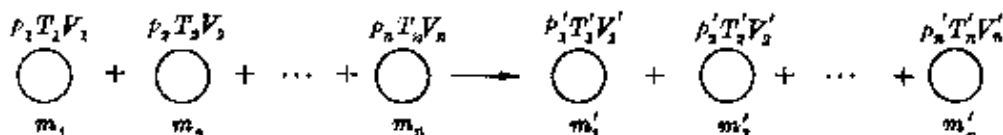


图 99

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} + \dots = \frac{p_1' V_1'}{T_1'} + \frac{p_2' V_2'}{T_2'} + \dots \quad (2)$$

方程①、②都称为理想气体状态方程的分态式, 对于研究气体的迁移、分装、混合等状态变化问题显得十分方便。

例题 1 氧气瓶容积 $V = 32$ 升, 压强 $p_1 = 1300$ 牛/厘米², 一般规定使用到压强为 $p_2 = 100$ 牛/厘米² 时就要重新充气. 某厂吹玻璃每天要用一个大气压下的氧气 $V_0 = 400$ 升, 问一瓶氧气能用多少天? 设 $p_0 = 1$ 大气压 = 10 牛/厘米², 使用时温度不变.

分析与解答 以瓶内气体为研究对象,耗氧的过程相当于把瓶内氧气进行分装,如图 100 所示.

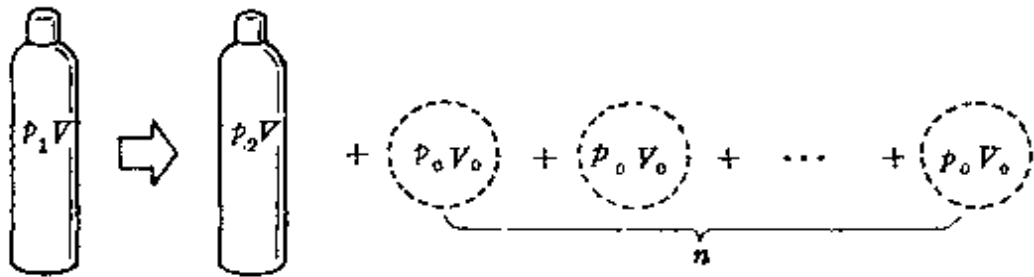


图 100

由理想气体分态式方程得

$$p_1 V = p_2 V + n p_0 V_0.$$

式中 n 为可用天数,由此式可求得

$$n = \frac{p_1 V - p_2 V}{p_0 V_0} = \frac{(1300 - 100)}{10 \times 400} = 9.6(\text{天}).$$

例题 2 有内径相等、粗细均匀的两根细玻璃管 A、B, A 的上端封闭, B 的上端开口,它们的下端用软管连通,灌入水银后, A 中

封入的空气柱被一小段水银隔成两段

m 和 n . 将这套装置竖直放置,调节 B

管,使 B 中水银面与 A 管中小段水银

柱下表面相平,这时气柱的长 $l_m = 20$

厘米, $l_n = 10$ 厘米, $h_1 = 4$ 厘米[图 101

(a)]. 现设法使气柱 n 上升与 m 合

并,然后调节 B 管位置,当 B 管中水银

面比 A 管中水银面高 $h_2 = 24$ 厘米

时,被封闭的空气柱长 $l = 25$ 厘米[图

101(b)]. 设整个过程中温度保持不

变,则大气压等于多少?

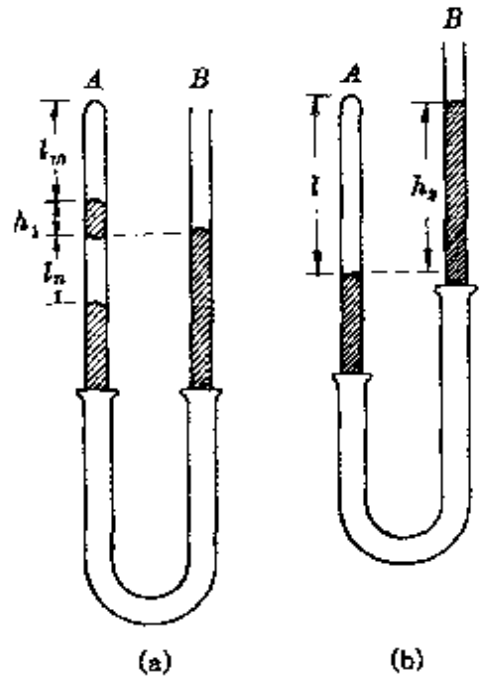


图 101

分析与解答 把 l_m 、 l_n 内的气体作为研究对象. 这样, 气体的初态就由两个分态组成. l_n 内气体设为第一分态, 并设大气压为 p_0 (cmHg), 则

$$p_1 = p_0 + h_n = (p_0 + 10) \text{ cmHg},$$

$$V_1 = l_n S = 10S \text{ cm}^3.$$

式中 S 为玻璃管的横截面积.

l_m 内气体设为第二分态, 则

$$p_2 = p_1 - h_1 = (p_0 + 6) \text{ cmHg},$$

$$V_2 = l_m S = 20S \text{ cm}^3.$$

l 内的气体为终态, 则

$$p = p_0 + h_2 = (p_0 + 24) \text{ cmHg},$$

$$V = lS = 25S \text{ cm}^3.$$

由理想气体的分态式方程, 得

$$p_1 V_1 + p_2 V_2 = pV,$$

$$\text{即 } (p_0 + 10) \times 10S + (p_0 + 6) \times 20S = (p_0 + 24) \times 25S.$$

解上式, 得

$$p_0 = 76 \text{ cmHg}.$$

例题 3 一潜水艇位于水面下 200 米, 艇上有一个容积 $V_1 = 2$ 米³ 的贮气钢筒. 筒内贮有压缩空气, 将筒内一部分空气压入水箱, 水箱有排水孔与海水相连, 排出海水 10 米³, 此时筒内剩余空气的压强是 95 个大气压 (图 102). 设在排水过程中温度保持不变, 求贮气筒内原来的压缩空气的压强. (计算时 1 大气压 = 10 牛/厘米², 海水密度 $\rho_{\text{水}} = 1.0 \times 10^3$ 千克/米³.)

分析与解答 把原贮气筒内的空气作为研究对象, 压入水箱前的状态为

$$p_1 = ?, V_1 = 2 \text{ 米}^3.$$

贮气筒内一部分空气压入水箱后的状态, 可以看成由贮气筒和水箱内的空气两个分态所组成. 设这两个分态的压强分别为 p_1' 和 p_2' 表示, 体积用 V_1' 和 V_2' 表示, 则

$$p_1' = 95 \text{ 大气压}, V_1' = 2 \text{ 米}^3,$$

$$p_2' = p_0 + h\rho_{\text{水}}g = 21 \text{ 大气压}, V_2' = 10 \text{ 米}^3.$$

根据理想气体的分态式方程, 在温度不变时, 有

$$p_1 V_1 = p_1' V_1' + p_2' V_2',$$

$$\text{即 } p_1 \times 2 = 95 \times 2 + 21 \times 10.$$

$$\text{解得 } p_1 = 200 \text{ 大气压}.$$

例题 4 如图 103 所示, 汽缸 A 和容器 B 由一细管经阀门 K 相连. A 和 B 的壁都是透热的, A 放在 27°C 、1 大气压的空气中, B 浸在 127°C 的恒温槽内. 开始时, K 是关闭的. B 内为真空, 容积 $V_B = 2.4$ 升; A 内装有理想气体, 体积为 $V_A = 4.8$ 升. 假设气缸壁与活塞 D 之间无摩擦, 细管的容积可忽略不计. 打开 K, 使气体由 A 流入 B, 等到活塞 D 停止移动时, A 内气体

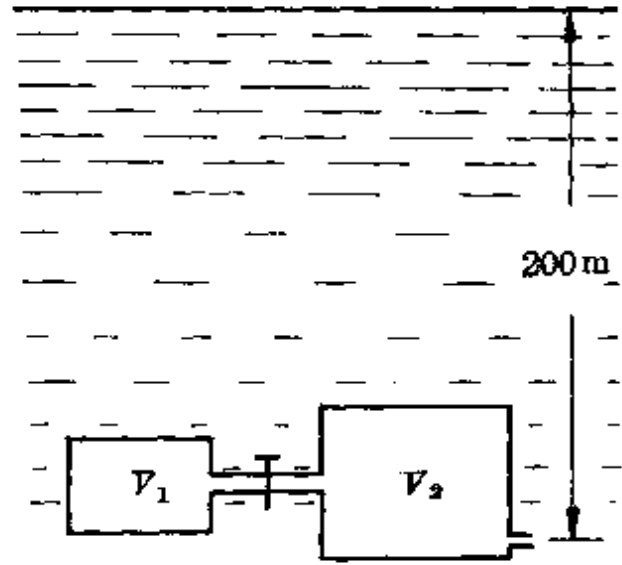


图 102

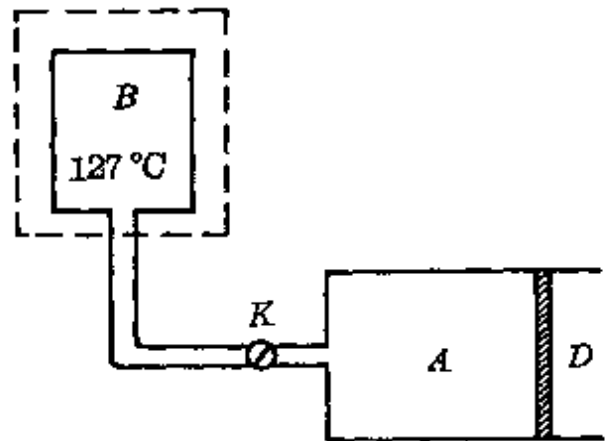


图 103

的体积将是多少?

分析与解答 打开 K , A 内气体流入 B 内, 当活塞 D 停止移动时, A 、 B 内气体的压强均等于大气压强.

以打开 K 前 A 内原来的气体为研究对象, 且设此时气体所处状态为初态, 则

$$p_A = 1 \text{ 大气压}, V_A = 4.8 \text{ 升}, T_A = 300\text{K}.$$

打开 K 后, A 内气体流入 B 内, 当活塞停止移动时, 气体的终态由 A 、 B 两部分气体的两个分态所组成. 其状态参量分别为

$$p_A' = 1 \text{ 大气压}, V_A' = ? \quad T_A' = 300\text{K},$$

$$p_B' = 1 \text{ 大气压}, V_B' = 2.4 \text{ 升}, T_B' = 400\text{K}.$$

根据理想气体的分态式方程, 有

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_A' V_A'}{T_A'} + \frac{p_B' V_B'}{T_B'},$$

即
$$\frac{1 \times 4.8}{300} = \frac{1 \times V_A'}{300} + \frac{1 \times 2.4}{400}.$$

解上式, 即得 $V_A' = 3$ 升.

(5) 电荷守恒

电荷守恒在解题中的应用, 除了核反应外, 主要在静电场部分. 如对静电感应现象的解释和电容器的带电、电荷的转移等.

例题: 两个大小不等的导体球壳 A 、 B ($R_A > R_B$), 分别带同种电荷 q 与 $2q$. 让二者接触一下后将 B 放进 A 球壳内 (不与 A 接触), 则 A 、 B 的带电情况如何? 如把 B 与 A 接触, 则又如何?

分析与解答 两导体球壳相接触后, 电荷重新分布, 达静电平衡时两球壳电势相等, 每球带电的多少由其电容量决定. 但不论两球电荷如何分配, 其电量的总和保持不变 (电荷守恒).

设接触后两球电量分别为 q_A' 与 q_B' , 则

$$q_A' + q_B' = q + 2q = 3q.$$

当把 B 放进 A 球壳内后(图 104), 由于静电感应, 在 A 球壳内表面感应出电量等于 q_B' 的负电荷. 同时, 在 A 球壳外表面增加电量等于 q_B' 的正电荷, 结果 A 球壳外表面带上 $q_A' + q_B' = 3q$ 的正电荷, A 球壳的净电荷仍为 q_A' .

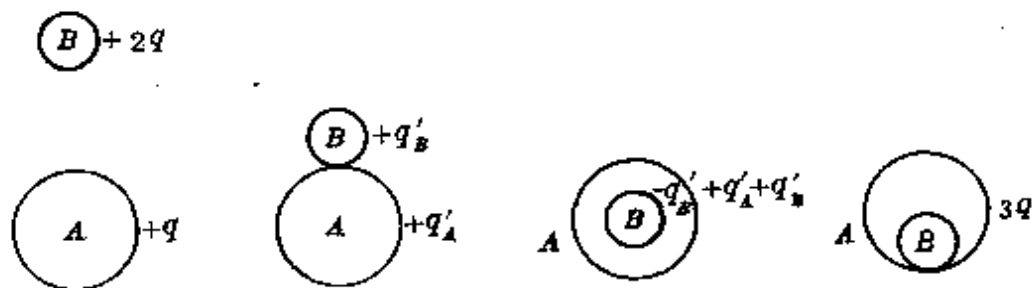


图 104

当把 B 与 A 接触后, B 球壳的正电荷 (q_B') 与 A 球壳内表面的负电荷 ($-q_B'$) 中和, 结果 B 球壳不带电, A 球壳带电 $3q$.

例题 2 三块平行放置的板 A 、 B 、 C 的有效面积均相同, A 、 B 间相距 $d_2 = 4$ 毫米, A 、 C 间相距 $d_1 = 2$ 毫米. B 、 C 两板接地(图 105). 若使 A 板带正电, 电量 $Q = 3 \times 10^{-8}$ 库, 求 B 、 C 板上感应电荷的电量各为多少?

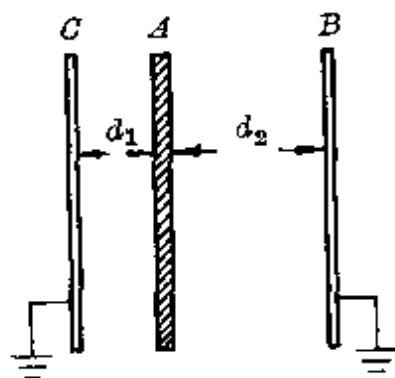


图 105

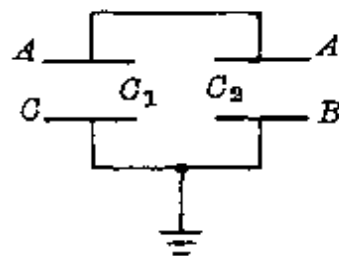


图 106

分析与解答 A 板的左面和 C 板构成电容器 C_1 , A 板的右面

和 B 板构成电容器 C_2 , 而 C_1 、 C_2 组成并联电容器组, 如图 106 所示.

因为平板电容器的电容量和两板间的距离成反比, 得

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{4}{2} = 2.$$

又由 $Q = CU$ 可得 C_1 、 C_2 带电量分别为

$$Q_1 = C_1 U, Q_2 = C_2 U.$$

式中 U 为 C_1 、 C_2 两电容器两板之间的电压. 因此

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2} = 2. \quad \textcircled{1}$$

根据电荷守恒, 有

$$Q_1 + Q_2 = 3 \times 10^{-8} \text{ 库}. \quad \textcircled{2}$$

解①、②式, 得

$$Q_1 = 2 \times 10^{-8} \text{ 库}, Q_2 = 1 \times 10^{-8} \text{ 库}.$$

例题 3 如图 107 所示, $C_1 = 20$ 微法, $C_2 = 5$ 微法, $U = 1000$ 伏. 先将 S 拨向 1, 足够长时间后, 再将 S 拨向 2, 试问:

- (1) C_1 、 C_2 各带的电量?
- (2) 再将 S 拨向 1 对 C_1 充电后, 又拨回到 2. 此时 C_2 上电量将增加多少? 电压将增加多少?

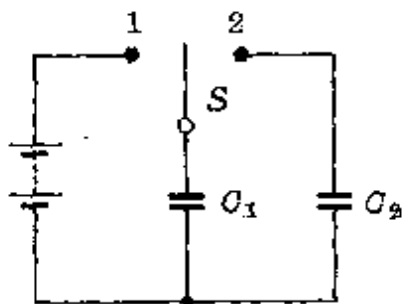


图 107

(3) 如果反复不断地变换电键 S 的位置, C_2 的电量将趋向何值?

分析与解答 (1) S 接 1 时, C_1 充电至 $U_1 = 1000$ 伏, 则 C_1 所带的电量为

$$Q_1 = C_1 U_1 = 20 \times 10^{-6} \times 1000 \text{ 库} = 2 \times 10^{-2} \text{ 库}.$$

S 转向 2 时, C_1 、 C_2 并联. 设此时 C_1 电量为 Q_1' , C_2 电量为 Q_2' , 根据电荷守恒, 有

$$Q_1' + Q_2' = 2 \times 10^{-2} \text{ 库}. \quad (1)$$

又因 C_1 、 C_2 并联, 电容器两端电压相等, 则有

$$\frac{Q_1'}{Q_2'} = \frac{C_1}{C_2} = 4. \quad (2)$$

联立①、②两式, 得

$$Q_1' = 1.6 \times 10^{-2} \text{ 库}, Q_2' = 4 \times 10^{-3} \text{ 库}.$$

(2) 电容 C_1 对 C_2 放电后, 电压将降低. 再将 S 拨向 1 时, C_1 又充电, 它的电压又升到 1000 伏, 电量又增加到 2×10^{-2} 库. 当把 S 拨向 2 时, C_1 、 C_2 电量重新分配, 设此时 C_1 电量为 Q_1'' , C_2 电量为 Q_2'' , 根据电荷守恒有

$$Q_1'' + Q_2'' = 2.4 \times 10^{-2} \text{ 库}. \quad (3)$$

$$\text{又} \quad \frac{Q_1''}{Q_2''} = 4. \quad (4)$$

联立③、④两式, 得 $Q_2'' = 4.8 \times 10^{-3}$ 库.

C_2 上增加的电量为

$$\Delta Q_2 = Q_2'' - Q_2' = 8 \times 10^{-4} \text{ 库}.$$

C_2 上增加的电压为

$$\Delta U = \frac{\Delta Q_2}{C_2} = \frac{8 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-6}} \text{ 伏} = 160 \text{ 伏}.$$

(3) 由上述分析可以看出, 电键 S 每变换一次, C_2 的电量和电压就增加一些, 反复多次, 电压最终趋近于 1000 伏, 电量趋近于 Q_2 , 且

$$Q_2 = C_2 U = 5 \times 10^{-6} \times 1000 \text{ 库} = 5 \times 10^{-3} \text{ 库}.$$

例题 4 如图 108 所示, 电源电动势为 3 伏, 内阻不计, $R_1 = 5$ 欧, $R_2 = 10$ 欧, $C_1 = 5$ 微法, $C_2 = 10$ 微法, C_1 、 C_2 原来都不带电. 现先将 S_1 合上, 再合上 S_2 , 试判断 S_2 合上的瞬间, 流过电键 S_2 的电流方向和流过 S_2 的电量.

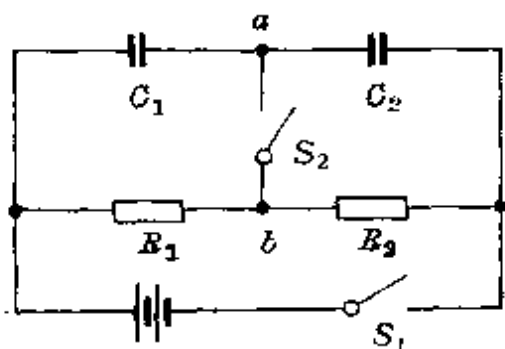


图 108

分析与解答 当 S_1 先合上时, C_1 、 C_2 被充电, C_1 右板带负电, C_2 左板带正电, 根据电荷守恒, C_1 、 C_2 直接相连的这两板带电量之和为零.

当 S_2 合上达稳定后, C_1 、 C_2 分别与 R_1 、 R_2 两端电压相等, 其值分别为

$$U_1 = \frac{R_1 \mathcal{E}}{R_1 + R_2} = \frac{5 \times 3}{5 + 10} \text{ 伏} = 1 \text{ 伏},$$

$$U_2 = \frac{R_2 \mathcal{E}}{R_1 + R_2} = \frac{10 \times 3}{5 + 10} \text{ 伏} = 2 \text{ 伏}.$$

这时 C_1 右板仍带负电, 电量为

$$Q_1 = C_1 U_1 = 5 \times 10^{-6} \times 1 \text{ 库} = 5 \times 10^{-6} \text{ 库},$$

C_2 左板仍带正电, 电量为

$$Q_2 = C_2 U_2 = 10 \times 10^{-6} \times 2 \text{ 库} = 2 \times 10^{-5} \text{ 库}.$$

C_1 、 C_2 直接相连的这两板带的总电量为

$$Q = Q_2 - Q_1 = 2 \times 10^{-5} \text{ 库} - 5 \times 10^{-6} \text{ 库} = 1.5 \times 10^{-5} \text{ 库},$$

且 Q 为正值.

由上述分析可知, 在 S_2 合上后, 电容器 C_1 、 C_2 与 a 点相连的

极板上的总电量由零变为 $+1.5 \times 10^{-5}$ 库. 根据电荷守恒, 这显然是在合上 S_2 的瞬时, 有总电量为 1.5×10^{-5} 库的一些电子由 a 经电键 S_2 流向 b . 故合上 S_2 的瞬间, 通过 S_2 的电流方向由 b 流向 a .

例题 5 如图 109 所示, 已知 $C_1 = 25$ 微法, $C_2 = 10$ 微法, $C_3 = 5$ 微法, $R_1 = 10$ 欧, $R_2 = 5$ 欧, 电源电动势 $\mathcal{E} = 3$ 伏, 内阻忽略不计, 试求各电容器所带的电量. (假设各电容器原来均不带电)

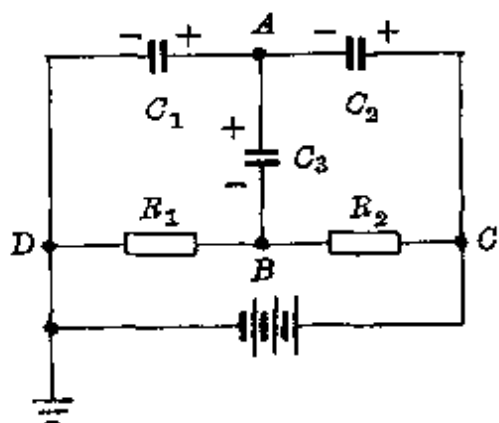


图 109

分析与解答 设 C_1 、 C_2 、 C_3 所带电量分别为 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 , 并假设各电容器极板所带电荷的正负如图上所标. 则有

$$Q_1 = C_1(U_A - U_D), \quad Q_2 = C_2(U_C - U_A),$$

$$Q_3 = C_3(U_A - U_B).$$

又
$$U_{BD} = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} \cdot R_1 = \frac{3}{10 + 5} \times 10 \text{ 伏} = 2 \text{ 伏},$$

$$U_{CD} = 3 \text{ 伏}.$$

因 $U_D = 0$, 故可得

$$U_B = 2 \text{ 伏}, \quad U_C = 3 \text{ 伏}.$$

根据电荷守恒, 和 A 点相连的各电容器极板所带的总电量为零, 故有

$$Q_1 - Q_2 + Q_3 = 0,$$

即
$$C_1(U_A - U_D) - C_2(U_C - U_A) + C_3(U_A - U_B) = 0.$$

解上式得

$$U_A = \frac{C_1 U_D + C_2 U_C + C_3 U_B}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

把 $U_D = 0$, $U_B = 2$ 伏, $U_C = 3$ 伏和 C_1 、 C_2 、 C_3 的已知值代入上式, 即可得

$$U_A = 1 \text{ 伏}.$$

在电容器 C_1 上, 因 $U_A > U_D$, 故原假设极板所带电的正负是正确的, 且

$$Q_1 = C_1 (U_A - U_D) = 25 \times 10^{-6} \times 1 \text{ 库} = 2.5 \times 10^{-5} \text{ 库}.$$

在电容器 C_3 上, 因 $U_C > U_A$, 故原假设极板所带电的正负也是正确的, 且

$$Q_2 = C_2 (U_C - U_A) = 10 \times 10^{-6} \times 2 \text{ 库} = 2 \times 10^{-5} \text{ 库}.$$

在电容器 C_2 上, 因 $U_B > U_A$, 故原假设极板所带电的正负跟实际情况恰恰相反, 则

$$Q_3 = C_3 (U_B - U_A) = 5 \times 10^{-6} \times 1 \text{ 库} = 5 \times 10^{-6} \text{ 库}.$$

例题 6 四块相同的金属板, 每板面积均为 S , 各板带电量分别为 Q_1 、 $-Q_1$ 、 Q_2 、 $-Q_2$. 各板彼此相距为 d 且平行放置 (d 比板的线尺寸小得多). 当板 1 与板 4 的外面用导线连接后 (图 110), 则

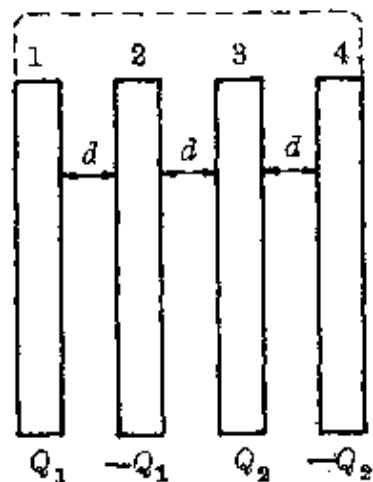


图 110

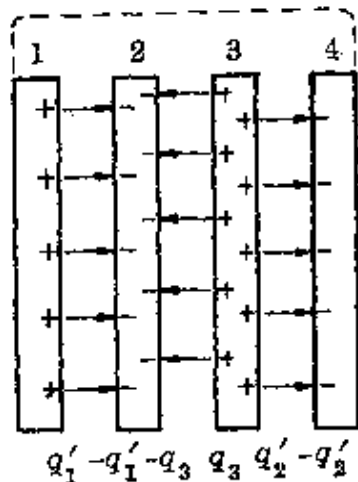


图 111

板 2 与板 3 间的电势差为多少?

分析与解答 当板 1 与板 4 用导线相连后,它们之间的电势差 $U_{14} = 0$. 在板 2 与板 3 上电荷的影响下,板 1 与板 4 内侧依然分别带有正、负电荷,其电量设为 q_1' 、 $-q_2'$. 同时,板 2 与板 3 上电荷的分布也相应发生影响,各板两侧电荷分布和场强方向如图 111 所示. 由电荷守恒定律,板 2 与板 3 上电荷应满足条件

$$-q_1' - q_3 = -Q_1, q_3 + q_2' = Q_2. \quad (1)$$

根据匀强电场中场强与电势差的关系知

$$U_{14} = E_1 d - E_3 d + E_2 d.$$

式中

$$E_1 = \frac{U_{12}}{d} = \frac{q_1'}{dC}, E_3 = \frac{U_{23}}{d} = \frac{q_3}{dC}, E_2 = \frac{U_{34}}{d} = \frac{q_2}{dC},$$

代入上式后得

$$U_{14} = \frac{1}{C}(q_1' - q_3 + q_2') = 0.$$

$$\text{即 } q_1' - q_3 + q_2' = 0, \text{ 或 } q_3 = q_1' + q_2'. \quad (2)$$

$$\text{联立 (1)、(2) 两式得 } q_3 = \frac{Q_1 + Q_2}{3}.$$

所以 2、3 两板间电势差为

$$U_{23} = \frac{q_3}{C} = \frac{4\pi kd}{3S}(Q_1 + Q_2).$$

例题 7 如图 112 所示,电路中, $\mathcal{E}_1 = 10$ 伏, $\mathcal{E}_2 = 2$ 伏,电源内阻均忽略不计, $R_3 = 4$ 欧, R_1 、 R_2 均调节到 4 欧, $C_1 = C_2 = 1$ 微法, $C_3 = 2$ 微法,当 S_1 、 S_2 都断开时,各

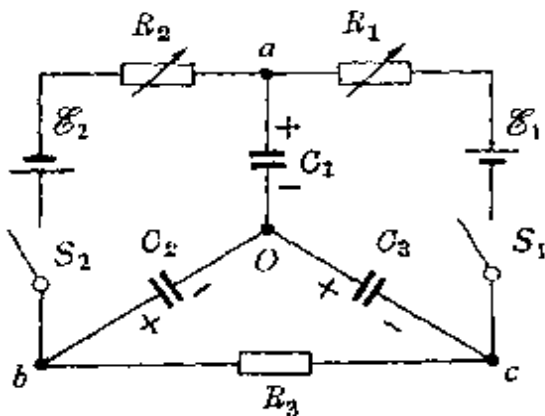


图 112

电容器的电量都是零.问:

(1)闭合电键 S_1 和 S_2 , 电路达到稳定状态时, 电容器 C_1 带的电量为多大?

(2)保持可变电阻 R_1 和 R_2 中一个的阻值为 4 欧, 调节另一个, 是否可能使 C_2 和 C_3 与 O 点连接的两极板带等量异号电荷? 如果可能, 应调到多大? 分别就调节 R_1 和 R_2 两种情况加以讨论.

分析与解答 (1)当 S_1 、 S_2 闭合时, 流过电阻的电流为

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10 + 2}{4 + 4 + 4} \text{安} = 1 \text{安}.$$

a 、 c 与 b 、 c 间电势差分别为

$$U_{ac} = \mathcal{E}_1 - IR_1 = 10 \text{伏} - 1 \times 4 \text{伏} = 6 \text{伏}.$$

$$U_{bc} = IR_3 = 1 \times 4 \text{伏} = 4 \text{伏}.$$

电容器充电情况如图上所标, 并设 C_1 、 C_2 、 C_3 两端的电压分别为 U_1 、 U_2 、 U_3 , 则

$$U_1 + U_3 = U_{ac} = 6 \text{伏}, \quad \text{①}$$

$$U_2 + U_3 = U_{bc} = 4 \text{伏}. \quad \text{②}$$

又设 C_1 、 C_2 、 C_3 所带电量分别为 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 , 则根据电荷守恒有

$$Q_1 + Q_2 = Q_3,$$

即 $C_1 U_1 + C_2 U_2 = C_3 U_3.$

将 C_1 、 C_2 、 C_3 已知值代入上式, 即得

$$U_1 + U_2 = 2U_3. \quad \text{③}$$

由①、②、③式可求得

$$U_1 = 3.5 \text{伏}, U_2 = 1.5 \text{伏}, U_3 = 2.5 \text{伏}.$$

所以 $Q_1 = C_1 U_1 = 1 \times 10^{-6} \times 3.5 \text{ 库} = 3.5 \times 10^{-6} \text{ 库}$.

(2) 保持 $R_2 = 4$ 欧, 调节 R_1 的值, 若能使 C_2 和 C_3 与 O 点连接的两极板带等量异号电荷, 则根据电荷守恒, C_1 两极板必定不带电, 这就是说 a 、 O 两点等电势. 此时电路中电流为

$$I' = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12}{8 + R_1}.$$

则
$$U_{ao} = \mathcal{E}_1 - I'R_1 = 10 - \frac{12R_1}{8 + R_1},$$

$$U_{bo} = \mathcal{E}_2 - I'R_2 = 2 - \frac{12 \times 4}{8 + R_1}.$$

又因
$$U_{ao} = U_3 = \frac{Q_3}{C_3}, U_{bo} = U_2 = \frac{Q_2}{C_2},$$

故有
$$10 - \frac{12R_1}{8 + R_1} = \frac{Q_3}{C_3}, 2 - \frac{12 \times 4}{8 + R_1} = \frac{Q_2}{C_2}.$$

考虑到 $Q_3 = Q_2$, 由上两式可得

$$C_3 \left(10 - \frac{12R_1}{8 + R_1} \right) = C_2 \left(2 - \frac{12 \times 4}{8 + R_1} \right).$$

解上式, 得 $R_1 = 32$ 欧.

若保持 $R_1 = 4$ 欧, 调节 R_2 , 使 C_1 两极板不带电时, 与上述同样的步骤可得方程

$$C_3 \left(10 - \frac{12 \times 4}{8 + R_2} \right) = C_2 \left(2 - \frac{12R_2}{8 + R_2} \right),$$

解方程得 $R_2 = -1.6$ 欧.

这表明调节 R_2 不可能使 C_1 两极板不带电.

例题 8 半径为 R 的金属圆环上沿直径方向跨接一根金属丝 AB , 左、右两半圆上分别接入电容量为 C_1 、 C_2 的两个不带电的电容器(图 113). 垂直环面有一磁场, 其磁感应强度随时间均匀增

大, $B(t) = \frac{B_0}{T}t$. 在某一时刻撤去跨接线 AB , 接着磁场停止变化. 试求两个电容器上的带电量.

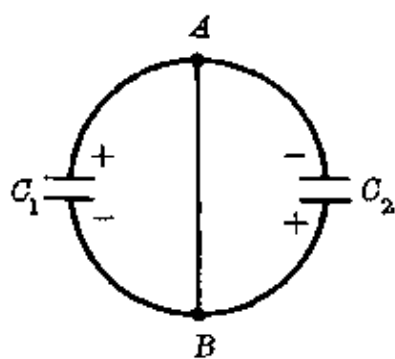


图 113

分析与解答 磁场变化时, 每个半圆回路内产生的感应电动势为

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = S \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{\pi R^2}{2} \cdot \frac{B_0}{T} = \text{定值}. \quad (1)$$

这也就是每个电容器两极板间的电势差. 可见磁场均匀变化时, 每个电容器两极板间的电势差保持不变, 只是两者极性相反(图 113). 因此, 当磁场变化时, 两电容器所带电量是恒定的, 分别为

$$Q_1 = \mathcal{E}C_1, Q_2 = -\mathcal{E}C_2. \quad (2)$$

当撤去跨接线并使磁场停止变化后, 电荷 Q_1 和 Q_2 在两电容器 C_1 和 C_2 间重新分布, 直到相连两极电势相等为止, 即两电容器的电压相等. 设此时极板上电量为 Q_1' 和 Q_2' , 则由 $U_1 = U_2$, 得

$$\frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_2'}{C_2}. \quad (3)$$

根据电荷守恒定律, 又有关系式

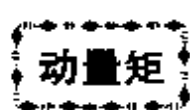
$$Q_1' + Q_2' = Q_1 + Q_2. \quad (4)$$

联立①~④式, 即得

$$Q_1' = \mathcal{E}C_1 \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\pi R^2 B_0 C_1}{2T} \cdot \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2},$$

$$Q_2' = \mathcal{E}C_2 \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\pi R^2 B_0 C_2}{2T} \cdot \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2}.$$

(7) 动量矩守恒



一个质点做圆周运动时,质点的动量 mv 与运动半径 r 的乘积称为这个质点对转轴(转动中心)的动量矩,或称为角动量,表示为

$$L = mar = mr^2 \omega.$$

对于由许多质点组成的物体(刚体),它对某一固定转动轴的动量矩等于各质点对同一转轴动量矩的总和,即

$$L = \sum m_i v_i r_i = (\sum m_i r_i^2) \omega = J\omega.$$

式中 $J = \sum m_i r_i^2$ 称为这个物体对该轴的转动惯量.它反映了转动物体惯性的大小,相当于物体平动时用质量 m 反映惯性的大小一样.所不同的是,转动惯量 J 不仅与这个物体的总质量有关,还与各部分质量的分布情况有关.一个物体各部分质量分布得离转轴越远,转动惯量越大,一旦转动起来后越不容易停下.



力学中指出,一个物体动量矩的变化是由于外力矩作用的缘故,相互间的关系为

$$M = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{\Delta J\omega}{\Delta t}.$$

上式表示,物体所受合外力对某一固定轴的力矩等于物体对同一转轴动量矩的变化率.这就是动量矩定理.

如果外力 $F = 0$,或者作用力 F 始终通过转轴(转动中心),则 $M = 0$,因而

$$\Delta L = \Delta J\omega = \Delta(\sum m_i r_i^2) \omega = 0,$$

即 $L = J\omega = \sum m_i r_i^2 \omega = \text{恒量}.$

也就是说,当外力矩等于零时,物体的动量矩保持不变.这一结论称为动量矩守恒定律.它与动量守恒定律、能量守恒定律一样,是

自然界的一个普遍规律.当年玻尔在提出它的轨道量子化假设时,就是根据氢原子核外电子受到中心力作用($M=0$)动量矩守恒的道理,再加上他创造性地运用了量子化条件而得出来的.

↑
一个重要特性

转动体不受外力矩时,由动量矩守恒可得到一个重要的特性——转轴方向保持不变.它可用图 114 中常平架上的回转仪进行演示.

常平架由支在框架 L 上的内外两个圆环组成.外环能绕光滑支点 A 、 A' 所确定的轴自由转动,内环能绕与外环相连的光滑支点 B 、 B' 所确定的轴自由转动.回转仪 D 是一个能以高速旋转的厚重、对称的转子,其轴 CC' 装在常平架的内环上. AA' 、 BB' 、 CC' 三轴相互垂直,可使回转仪的轴在空间作任何取向.我们从实验中可看到,当使转子高速旋转以后不再加任何外力矩时,即使把支架做任何转动,也不会改变转子的转轴方向.

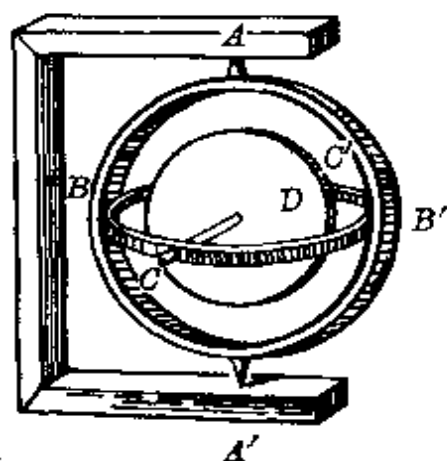


图 114 常平架上的回转仪

实例

无论是质点或刚体的动量矩守恒定律,在中学物理或生活实践中都常有接触.下面,我们根据这个定律分析几个问题.

例题 1 如图 115 所示,在光滑的水平桌面上有一小孔 O ,把系在绳子一端的一个小球 m 置于桌面上,另一端穿过小孔挂一重物 M .当给小球 m 某一垂直于绳子的初速度 v_0 后,小球就可绕中心

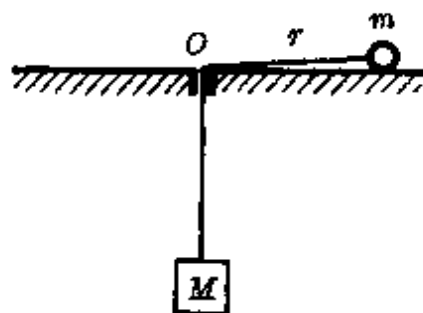


图 115

O 转动. 试分析小球的转动速度与半径的关系.

分析与解答 小球转动时, 依靠绳中的拉力作为向心力. 由于拉力方向始终通过圆心, 因此绳子拉力的力矩等于零, 小球转动中的角动量守恒, 即

$$mvr = \text{恒量}.$$

所以, 如小球转动时所需的向心力 $F_n = m \frac{v_0^2}{r_0}$ 小于重物的重力 Mg , 则重物下降使小球的转动半径 r 变小, 小球运动的速度 v 增大; 反之, 如小球开始转动时所需的向心力 $F_n = m \frac{v_0^2}{r_0} > Mg$, 则小球将向外甩出, 转动半径 r 变大, 重物上升, 小球运动的速度 v 减小.

例题 2 质量为 M 的小球系在一根绳子上, 并被限制在一个水平面(虚线所示的平面)上运动(图 116), 当绳长为 r_0 时, 小球的速度为 v_0 , 则把绳子(转动半径)缩短到 r , 需做多少功?

分析与解答 绳子对球的拉力始终通过转动中心, 拉力的力矩恒为零. 因此, 当绳子缩短时, 小球的动量矩保持不变, 即

$$Mv_0 r_0 = Mvr.$$

绳子缩短后, 小球的动能变为

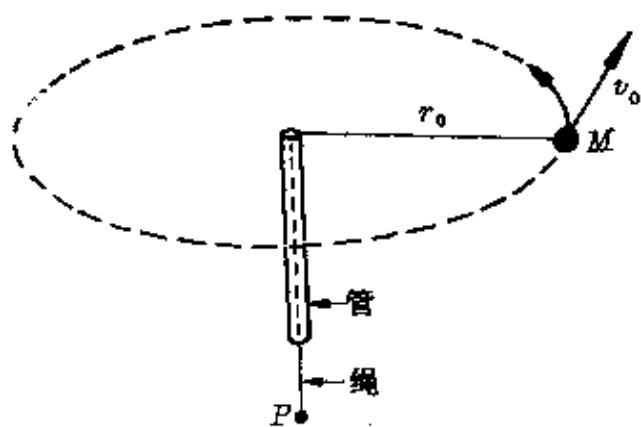


图 116

$$E_k = \frac{1}{2} Mv^2 = \frac{1}{2} Mv_0^2 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 = \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 E_{k0}.$$

由动能定理得绳子从 r_0 缩短为 r 时,外界所做的功为

$$W = \Delta E_k = E_k - E_{k0} = \left[\left(\frac{r_0}{r} \right)^2 - 1 \right] \frac{1}{2} Mv_0^2.$$

例题 3 人造地球卫星绕地球沿椭圆轨道运动,地球位于轨道的一个焦点处(开普勒轨道定律).设近地点的距离为 a ,远地点的距离为 b ,则卫星在近地点与远地点时的速度之比 $\frac{v_a}{v_b}$ 多大(图

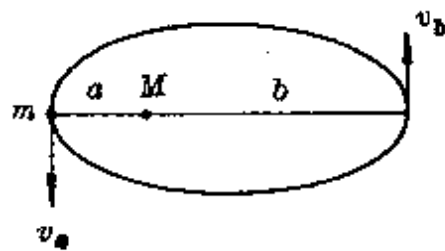


图 117

117)?

分析与解答 常见到一些学生由

$$G \frac{M_m}{r^2} = m \frac{v^2}{r},$$

得出

$$\frac{v_a}{v_b} = \sqrt{\frac{r_b}{r_a}}.$$

这是不正确的.因为卫星在近地点与远地点时的运动半径并不等于 a 与 b .

正确的方法除用开普勒第二定律等方法外,也可根据动量矩守恒定理求解.

由于卫星在近地点与远地点时所受地球的吸引力沿地球与卫星的连线,引力的力矩等于零,因此卫星运动中的动量矩守恒.即

$$mv_a a = mv_b b,$$

立即可得

$$\frac{v_a}{v_b} = \frac{b}{a}.$$

例题 4 芭蕾舞演员或花样溜冰运动员翩翩起舞做旋转动作时,常常先舒展两臂,然后猛地把两臂收在胸前,可以使身体急速旋转,这是什么道理?

分析与解答 由刚体的动量矩守恒表达式 $L = \sum m_i r_i^2 \omega = \text{恒量}$ 可知,刚体绕轴转动的角速度 ω 与各部分质量离转轴的分布距离 r 有关.演员或运动员舒展两臂时,手臂这部分质量分布得离转轴较远,转动惯量较大,把两臂收在胸前后,手臂这部分质量分布得离转轴较近,转动惯量较小.根据动量矩守恒表达式,转动的角速度 ω 就会增加.

芭蕾舞演员和花样溜冰运动员加速旋转的奥秘,可以在实验室中用“茹可夫斯基凳”作演示.

如图 118 所示,让一个小孩站在圆盘上,手握两个哑铃,两臂伸开时令她旋转起来,然后叫她把两臂收拢,立即可以看到小孩的转速加快了.

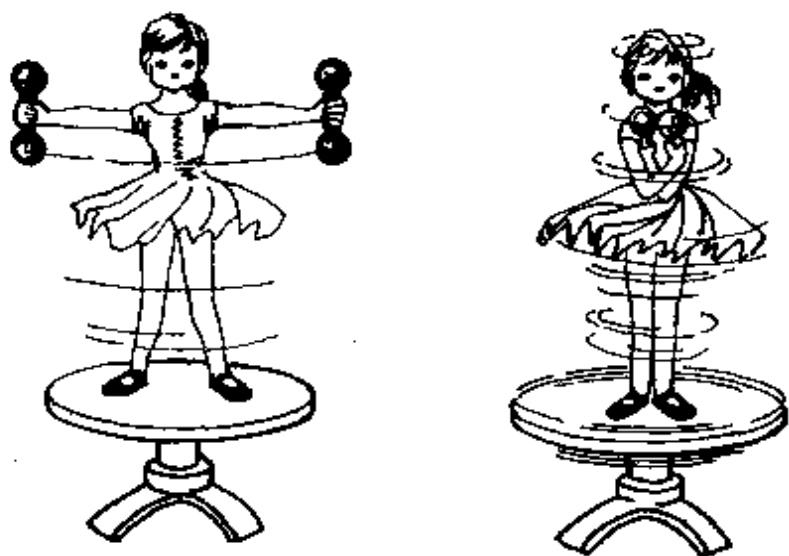


图 118 茹可夫斯基凳

反之,如果为了降低转速,就应该尽量把两臂和双腿伸开去.一些京剧武生演员和体操运动员或跳水运动员在空中翻筋斗时,常把身子卷缩起来,接近地面或水面时才伸直两臂和腿,增大转动惯量,从而可减小转速,保证平稳地落地或沿垂直方向进入水中,如图 119 所示.

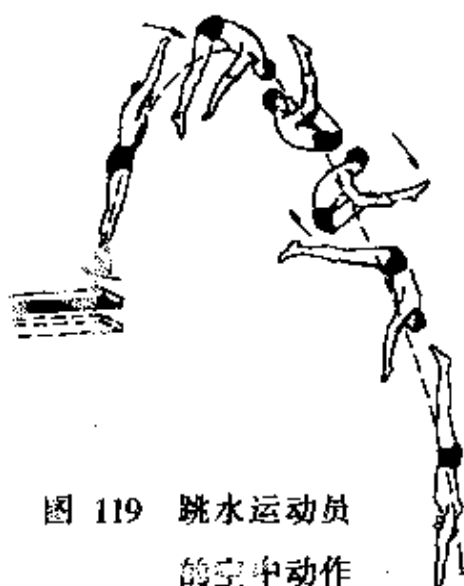


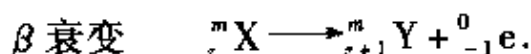
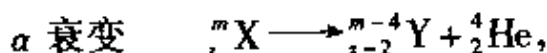
图 119 跳水运动员的空中动作

(8)核反应中的守恒定律

在中学物理中常见的核反应有四种:衰变、人工转变、裂变、聚变.前面提到的几条重要的守恒定律(质量守恒、电荷守恒、能量守恒、动量守恒等)在这四种核反应中都有不同的体现.

**质量、电
量守恒**

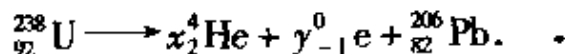
在原子核的衰变中,倘若只需确定新核的性质,一般只要考虑质量数守恒和核电荷数守恒.如



因此,发生一次 α 衰变得到的新核,在原来元素的前两位,发生一次 β 衰变得到的新核,在原来元素的后一位.

例题 1 ${}_{92}^{238}\text{U}$ 衰变为稳定的 ${}_{82}^{206}\text{Pb}$, 要经过几次 α 衰变和几次 β 衰变?

分析与解释 设需经过 x 次 α 衰变, y 次 β 衰变, 其核反应方程为

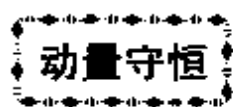


由质量数守恒和核电荷数守恒知 $4x + 206 = 238,$

$$2x - y + 82 = 92.$$

解此联立方程,得

$$x = 8, y = 6.$$



当考虑到放射性元素放出 α 粒子或 β 粒子后的反冲作用,或两个(或几个粒子)间的碰撞作用等情况时,由于其作用时间极短或相互作用力甚大,因此可认为不受其它外力作用,整个粒子系统动量守恒.

例题 2 一个静止的质量为 M 的不稳定原子核,放射出一个质量为 m 的粒子,粒子离开原子核时相对于核的速度为 v_0 ,则原子核剩余部分的速度多大?

分析与解答 以整个原子核作为一个系统,放射过程中可不计其它外力的冲量,系统的动量守恒.设放射出粒子这一瞬间,剩余部分对地的反冲速度为 v' ,若以粒子运动方向为正方向,则放出粒子对地的速度

$$v = v_0 - v'.$$

由动量守恒定律得

$$0 = m(v_0 - v') - (M - m)v' = mv_0 - Mv',$$

所以
$$v' = \frac{m}{M}v_0.$$

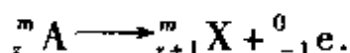
例题 3 在匀强磁场中,一个原来静止的放射性原子核 A 经过一次衰变后,放射出速度与磁场方向垂直的粒子,测得粒子和反冲核在磁场中运动的圆半径之比为 n .

(1)如果两轨道为内切圆,A 的原子序数是多少?

(2)如果两轨道为外切圆,A 的原子序数是多少?

分析与解答 (1)由于反冲核与放出粒子速度反向,呈内切圆时表示两者在磁场中旋转方向相同,必放出 β 粒子(图 120).其核

反应式为



因为在匀强磁场中做匀速圆周运动的半径

$$r = \frac{mv}{qB}.$$

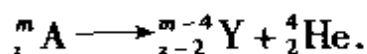
由反冲运动中动量守恒, 放出 β 粒子的动量 $(mv)_e$ 与反冲核的动量 $(mv)_x$ 等值

反向. 因此, 它们的运动半径之比与其电量成反比, 即

$$\frac{r_e}{r_x} = \frac{q_x}{q_e} = \frac{z+1}{1} = n,$$

$$\therefore z = n - 1.$$

(2) 若两轨道圆周外切, 放出的必为 α 粒子 (图 121). 其核反应式为



同理得

$$\frac{r_\alpha}{r_y} = \frac{q_y}{q_\alpha} = \frac{z-2}{2} = n,$$

$$\therefore z = 2n + 2.$$

例题 4 在原子反应堆中, 常用石墨 (碳) 作减速剂使快中子减速. 已知碳核质量是中子质量的 12 倍, 假设把中子和碳核的每次碰撞看作弹性碰撞, 且认为碰撞前碳核是静止的, 碰撞前中子的动能是 E_0 , 问经过多少次碰撞中子的动能才会小于 $10^{-6} E_0$?

分析与解答 设中子和碳核的质量分别为 m 和 M , 碰前中子的速度为 v_0 , 根据弹性碰撞中动量守恒和动能守恒得

$$mv_0 = mv_1 + MV,$$

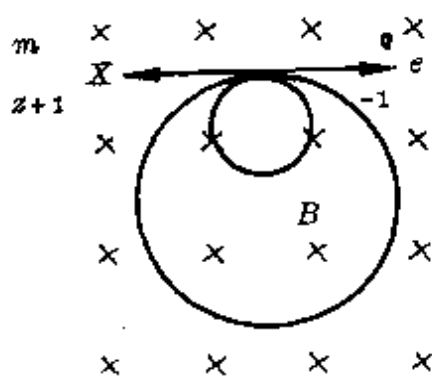


图 120

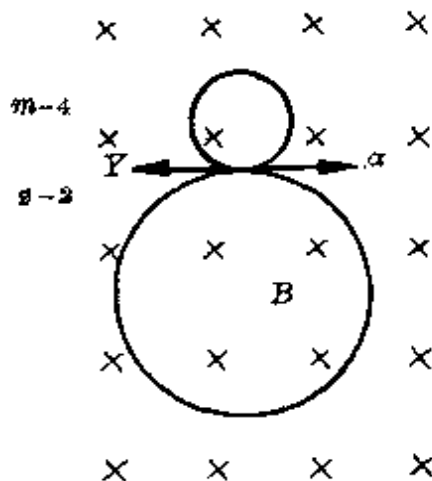


图 121

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} M V^2.$$

联立解得经一次碰撞后中子的速度

$$v_1 = \frac{m - M}{m + M} v_0 = \frac{m - 12m}{m + 12m} v_0 = -\frac{11}{13} v_0.$$

因此中子经第一次碰撞后的动能

$$E_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m \left(-\frac{11}{13} v_0 \right)^2 = \left(\frac{11}{13} \right)^2 E_0.$$

接着,中子以 $\left(\frac{11}{13} v_0 \right)$ 的速率与静止的碳核作第二次碰撞,同

理由动量守恒、动能守恒得碰后中子的速度

$$v_2 = \frac{m - M}{m + M} v_1 = \frac{m - 12m}{m + 12m} \left(\frac{11}{13} v_0 \right) = -\left(\frac{11}{13} \right)^2 v_0.$$

经第二次碰后中子的动能

$$E_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m \left[\left(\frac{11}{13} \right)^2 v_0 \right]^2 = \left(\frac{11}{13} \right)^4 E_0.$$

由此可推知,经第 n 次碰后中子的动能为

$$E_n = \left(\frac{11}{13} \right)^{2n} E_0.$$

据已知条件 $E_n = 10^{-6} E_0$, 即

$$\left(\frac{11}{13} \right)^{2n} E_0 = 10^{-6} E_0,$$

解得
$$n = \frac{6}{2(\lg 13 - \lg 11)} = 41.1.$$

表示至少需经 42 次碰撞后中子的动能才会小于 $10^{-6} E_0$.

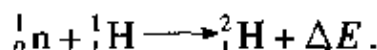
质—能
守 恒

核反应中有能量放出时,常伴随着质量的变化.所谓“质量亏损”,并不是质量的消失,只是在核反应中以辐射能量的形式体现了所“分离”出来的那一小部分“动质量”而已,反应前后的质量仍然是守恒的.根据爱因斯坦方

程,与这一部分“动质量” Δm 相联系的能量 $\Delta E = \Delta mc^2$,这就是核反应中释放出来的结合能.

例题 5 计算一个中子和一个质子结合成氘核时释放的结合能.已知中子质量 $m_n = 1.008665u$,质子质量 $m_p = 1.007277u$,氘核质量 $m_D = 2.013553u$.

分析与解答 核反应式为



核反应中的质量亏损

$$\Delta m = (m_n + m_p) - m_D = 2.389 \times 10^{-3}u.$$

释放的结合能为

$$\begin{aligned} \Delta E = \Delta mc^2 &= 2.389 \times 10^{-3}uc^2 = 2.389 \times 10^{-3} \times 931.5\text{MeV} \\ &= 2.225\text{MeV}. \end{aligned}$$

**质量、电量、动
量、能量守恒**

这是守恒律在核反应中的综合表现,也是较复杂的核反应所普遍遵守的规律.

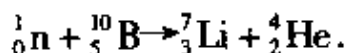
例题 6 用速度几乎为零的慢中子轰击静止的硼核(${}_{5}^{10}\text{B}$),产生锂核(${}_{3}^{7}\text{Li}$)和 α 粒子.已知中子质量 $m_n = 1.008665u$,硼核质量 $m_B = 10.01677u$,锂核质量 $m_{\text{Li}} = 7.01822u$, α 粒子质量 $m_\alpha = 4.00388u$.

(1)写出核反应方程;

(2)计算核反应中放出的能量;

(3)若核反应中放出的能量全部变成生成物的动能,则锂核与 α 粒子的动能各为多少?

分析与解答 (1)由电荷守恒和质量数守恒写出核反应方程如下:



(2)核反应过程中质量亏损为

$$\begin{aligned}\Delta m &= 1.008665\text{u} + 10.01677\text{u} - 7.01822\text{u} - 4.00388\text{u} \\ &\approx 3.33 \times 10^{-3}\text{u}.\end{aligned}$$

亏损的这部分质量 Δm , 实际上就是和核反应中释放的能量 ΔE 相关联的那部分质量. 根据爱因斯坦质能方程式即可求出核反应中释放的能量为

$$\Delta E = \Delta mc^2 = 3.1\text{MeV}.$$

(3)用速度几乎为零的慢中子轰击静止的硼核(${}_{5}^{10}\text{B}$)产生锂核(${}_{3}^{7}\text{Li}$)和 α 粒子的过程中, 因粒子组成的系统, 只有内力作用, 故系统动量守恒, 且总动量为零. 由

$$m_{\alpha}v_{\alpha} - m_{\text{Li}}v_{\text{Li}} = 0,$$

可求得
$$\frac{v_{\alpha}}{v_{\text{Li}}} = \frac{m_{\text{Li}}}{m_{\alpha}} = \frac{7}{4}.$$

从而可得锂核和 α 粒子的动能之比为

$$E_{\text{KLi}} : E_{\text{K}\alpha} = \frac{1}{2}m_{\text{Li}}v_{\text{Li}}^2 : \frac{1}{2}m_{\alpha}v_{\alpha}^2 = m_{\alpha} : m_{\text{Li}} = 4 : 7.$$

又因 $E_{\text{KLi}} + E_{\text{K}\alpha} = 3.1\text{MeV}$,

解上两式, 即得

$$E_{\text{KLi}} = 1.13\text{MeV}, E_{\text{K}\alpha} = 1.97\text{MeV}.$$

例题 7 两个氘核以相等的动能 $E_0 = 0.372\text{MeV}$, 沿同一直线做对心碰撞并聚合成氦 3. 设反应能全部转化为机械能, 求氦核的动能 (氘核质量为 2.0136u , 氦 3 质量为 3.0150u , 中子质量为 1.0087u).

分析与解答 根据质量守恒和电荷守恒, 由核反应方程 $2{}_1^2\text{H} \rightarrow {}_2^3\text{He} + {}_0^1\text{n}$ 得核反应中的质量亏损为

$$\Delta m = 2m_{\text{D}} - m_{\text{He}} - m_{\text{n}} = 0.0035\text{u}.$$

根据爱因斯坦质能方程式得核反应中释放的能量为

$$\Delta E = \Delta mc^2 = 3.255\text{MeV}.$$

根据能量守恒,反应物的总机械能应等于系统原有的机械能和在核反应过程中释放出的能量之和,即

$$E = (3.255 + 2 \times 0.372)\text{MeV} = 4\text{MeV}.$$

又因为系统在核反应过程中无外力作用,系统动量守恒,且总动量为零,得

$$m_{\text{He}} v_{\text{He}} = m_n v_n.$$

如设氦3动能为 E_{KHe} , 中子动能为 E_{Kn} , 则由上式可得

$$\frac{E_{\text{Kn}}}{E_{\text{KHe}}} = \frac{M_{\text{He}}}{m_n} = 3.$$

又因 $E_{\text{Kn}} + E_{\text{KHe}} = 4\text{MeV},$

解上两式, 即得

$$E_{\text{KHe}} = 1\text{MeV}.$$

例题8 静止的 ${}_{92}^{232}\text{U}$ (原子量为 232.0372u)衰变为 ${}_{90}^{228}\text{Th}$ (原子量为 228.0287u)时, 释放出 α 粒子(${}_{2}^4\text{He}$ 的原子量为 4.0026u).

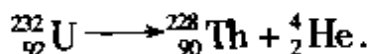
(1) 写出核反应方程;

(2) 求出衰变过程放出的能量;

(3) 若放出的 α 粒子的动能为 1.32×10^{-13} 焦, 求出钍核反冲运动所具有的动能;

(4) 求出在衰变过程中 γ 光子的能量.

分析与解答 (1) 根据电荷守恒和质量守恒, 写出核反应方程如下:



(2) 在核反应中质量亏损为

$$\Delta m = m_{\text{u}} - m_{\text{Th}} - m_{\alpha}$$

$$\begin{aligned}
 &= 232.0372 - 228.0287 - 4.0026 \\
 &= 5.9 \times 10^{-3} \text{ u}.
 \end{aligned}$$

由爱因斯坦质能方程得衰变过程放出的能量为

$$\Delta E = \Delta mc^2 = 8.8 \times 10^{-13} \text{ 焦}.$$

(3) 原子核 U 在衰变过程中动量守恒, 即

$$m_{\text{Th}} v_{\text{Th}} = m_{\alpha} v_{\alpha},$$

如设 Th 的动能为 $E_{K\text{Th}}$, α 的动能为 $E_{K\alpha}$, 则由上式可得

$$\frac{E_{K\text{Th}}}{E_{K\alpha}} = \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Th}}} = \frac{4}{228},$$

$$\begin{aligned}
 \therefore E_{K\text{Th}} &= \frac{4}{228} E_{K\alpha} = \frac{4}{228} \times 1.32 \times 10^{-15} \text{ 焦} \\
 &= 2.3 \times 10^{-15} \text{ 焦}.
 \end{aligned}$$

(4) 根据能的转化和守恒, 有

$$h\nu = \Delta E - E_{K\text{Th}} - E_{K\alpha} = 7.457 \times 10^{-13} \text{ 焦}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{所以 } \nu &= \frac{\Delta E - E_{K\text{Th}} - E_{K\alpha}}{h} = \frac{7.457 \times 10^{-13}}{6.63 \times 10^{-34}} \text{ 赫} \\
 &= 1.13 \times 10^{21} \text{ 赫}.
 \end{aligned}$$

结 束 语

历来的哲学家、科学家(包括物理学家),都在按照自身的思维方式,“总想找出那个在根底上控驭这个变幻无常的世界的不变的本质”。诚如爱因斯坦所说的,“希望用少到不能再少的假设或原理作的逻辑的演绎,能够控驭多到不能再多的经验事实”。本书所介绍的守恒思想及其具体体现——守恒定律,在某个方面已经具有相当的概括性。

守恒思想及守恒定律,以往在指导科学研究和今天现实的物理教学中的作用是十分明显的。我们深信,今后在探索未知世界真相的漫漫征途上,守恒思想依然可以像一盏明灯一样,照亮科学勇士们的足迹。

希望我们今天的青年学生,更多地加入到科学勇士的行列中去,沐浴在这盏明灯的光华之下,让这光华与您的智慧之光互相辉映,为寻求“这个变幻无常的世界的不变的本质”做出创造性的贡献。

本书初稿蒙吴保让先生、倪汉彬教授以及贾广善、刘国钧两位先生的审读,并提出许多宝贵意见,在此表示感谢。

作 者

1993年冬二稿

于苏州九百居

主要参考资料

[1][德]M.V.劳厄《物理学史》，商务印书馆，1978年3月第1版。

[2]申先甲主编《物理学史教程》，湖南教育出版社，1987年1月第1版。

[3]北京物理学会《物理学史专题讲座汇编》。

[4]林德宏著《科学思想史》，江苏科学技术出版社，1985年7月第1版。

[5]束炳如等编《物理学家传》，湖南教育出版社，1985年1月第1版。

[6]郭奕玲等编著《近代物理发展中的著名实验》，湖南教育出版社，1990年12月第1版。

[7]谭树杰、王华编著《物理学上的重大实验》，科技文献出版社，1987年2月第1版。

[8][美]巴涅特著，仲子译《相对论入门》，三联书店，1989年4月第1版。

[9][英]G.司蒂文逊，C.W.凯尔密司特著，沈立铭译《狭义相对论》，上海科学技术出版社，1963年8月第1版。

[10]史斌星编著《量子物理》，清华大学出版社，1982年8月第1版。

[11]倪光炯、李洪芳《近代物理》，上海科学技术出版社，1979

年8月第1版.

[12][美]J.M.考克著,赵炳林译《放射学与原子核物理学》,上海科学技术出版社,1962年9月第1版.

[13]佟盛勋等编著《普通物理专题研究》,北京师范学院出版社,1990年6月第1版.

[14]漆安慎、杜婵英编《力学基础》,人民教育出版社,1982年12月第1版.

[15]程守洙、江之永主编《普通物理学》,人民教育出版社,1961年8月第1版.

[16]《化学发展简史》编写组编著《化学发展简史》,科学出版社,1980年4月第1版.

[17]刘海生编译《苏联高考与竞赛物理试题精选》,上海科学普及出版社,1992年9月第1版.