



## 中学物理思维方法丛书

顾 问 **周培源** 于光远  
序 言 阎金铎  
主 编 王溢然 束炳如  
编 委 (按姓氏笔划为序)  
王明秋 王溢然 **刘宗贤**  
束炳如 岳燕宁 谢 凯  
本册作者 王溢然 王 亮  
插 图 陆正言

如果一个特定的问题可以转化为一个图形,那么思想就整体地把握了问题,并且能创造性地思索问题的解法。

——**斯蒂恩**  
(美国数学家)

有了这个方法(指图象法——作者),许多物理学的问题,从前不能或不易解决的,现在都可以解决了。

——**丹皮尔**  
(英国科学家)

# 序 言

在中学物理教学过程中,学生获取知识的同时,要重视从科学宝库中汲取思维营养,加强科学思维方法的训练。

思维方法是一个很大的范畴,有抽象思维、形象思维、直觉思维等。以抽象思维而言,又有众多的方法,在逻辑学中都有较严格的定义。对于以广大中学生为主的读者群,就思维科学意义上按照严格定义的方式去介绍这众多的思维方法,显然是没有必要的,也是不会收到成效的。由王溢然、束炳如同志主编的这套丛书,不追求思维科学意义上的完整,仅选取了在物理科学中最有影响、中学物理教学中最为常见的这些思维方法(包括研究方法)为对象,在较为宽泛的意义上去展开,立意新颖,构思巧妙。全套丛书共 13 册,各册彼此独立,都以某一二类思维方法为主线,在物理学史的恢宏长卷中,撷取若干生动典型的事例,先把读者引入到饶有兴趣的科学氛围中,向读者展示这种思维方法对人类在认识客观规律上的作用。然后,围绕这种思维方法,就其在中学物理教学中的

功能和表现、以及其在具体问题中的应用作了较为深入、全面的开掘,使读者能从物理学史和中学物理教学现实两方面较宽广的视野中,逐步领悟到众多思维方法的真谛。

这套丛书既不同于那些浩繁的物理学史典籍,也有别于那些艰深的科学研究方法论的专著,但却兼容了历史和方法、照顾了普及与提高、联系了中学教学实际、突出了对中学物理教学的指导作用和具体应用。文笔生动、图文并茂,称得上是一套融史料性、科学性、实用性、趣味性于一体的优秀课外读物。无论对广大中学生(包括中等文化程度的读者)还是中学物理教师、教学研究人员以及师范院校物理专业的大学生,都不无裨益。

科学研究是一项艰巨的创造性劳动。任何科学发现和科学理论都是在一定的背景下,经过科学家精心的实验观测、复杂的思维活动后的产物。在攀登道路上充满着坎坷和危机,并不是一帆风顺、一蹴而就的。科学家常常需及时地(有时甚至是痛苦地)调整自己的思维航向,才能顺利抵达成功的彼岸。因此,任何一项科学新发现、一种科学新理论的诞生中,决不会仅是某种单一思维活动的结果。这也就决定了丛书各册在史料的选用上必然存在的某些重复和交叉。这是一个不足之处,但反过来却可转化为使读者的思维层次“多元化”的一个优点。不过,作为整套丛书来说,如果在史料的选用上搭配得更精细一些、思维活动的开掘上更为深刻一些,将会使全书更

臻完美。

我把这套丛书介绍给读者,一方面希望引起广大中学生的兴趣,能从前辈科学家思维活动轨迹中汲取智慧,活化自己的灵感,开发潜在的智能;另一方面希望中学物理教师在此基础上继续开展对学生思维方法训练的研究,致力于提高学生的素质,以适应新时期的需要。

我也真诚地希望这套丛书能成为图书百花园中一朵惹人喜爱的花朵。

阎金铎

1992年10月

## 引 言

图示与图象是利用图形帮助人们分析和研究问题的一种思维方法.它是数与形、动与静、抽象与形象、数学与物理互相结合的产物.它具有形象、直观、简明、实用等优点.在物理学中常用它来显示实验结果,描述物理现象或过程,表达物理概念或规律,还常被用来比较、分析和计算、论证各种实际物理问题.图示与图象在物理学中有着极广泛的应用,它们与其他思维方法之间的配合、渗透、互补,往往能使思维力量得到最佳的发挥.

本书先通过典型史料,展示了图示与图象对科学发展的意义.接着,探讨了图示与图象的思维特点.然后,围绕中学物理教学,介绍了中学物理中常用的图示与图象,剖析了它们的教学功能.最后,通过列举丰富的典型实例,阐明了它们的具体应用.

我们希望本书能有助于加深读者对图示与图象的认识,激发起对物理图示和图象的浓厚兴趣,并能创造性地应用物理图示和图象去分析、研究中学物理中的各种实际问题.

作 者

1993年6月

# 目 录

序言

引言

一、思维的工具——图	(1)
1. 笛卡尔坐标	(1)
2. 法拉第力线	(9)
二、图示与图象的思维特点	(23)
1. 形与数的统一	(23)
2. 动与静的结合	(28)
3. 抽象与形象的联系	(35)
三、中学物理中常用的图示	(43)
1. 矢量图	(43)
2. 力线图	(47)
3. 流线图	(52)
4. 谱线图	(55)
5. 流程图	(65)
四、中学物理中常用的图象	(69)
1. 正比例函数图象	(69)
2. 反比例函数图象	(72)
3. 一次函数图象	(74)

4. 二次函数图象 .....	(78)
5. 三角函数图象 .....	(81)
<b>五、图示与图象对学习和运用物理知识的指导作用 .....</b>	<b>(86)</b>
1. 描述物理现象 .....	(86)
2. 反映动态特性 .....	(90)
3. 启发科学思维 .....	(97)
4. 充当实验助手 .....	(105)
<b>六、图示与图象在中学物理解题中的应用 .....</b>	<b>(108)</b>
1. 物理图示的应用 .....	(108)
2. 物理图象的应用 .....	(137)
<b>结束语 .....</b>	<b>(173)</b>
<b>主要参考资料 .....</b>	<b>(175)</b>



## 一、思维的工具——图

图,在人类思维发展史上不仅扮演过启蒙者的角色,还在新现象的发现和解释、新思想的诞生和发展中起过巨大的作用.数学史上笛卡尔引入坐标,创立解析几何;物理学研究中法拉第提出场的概念,用力线图形象化地描述场的特性,可以说是图对人类科学贡献的两座丰碑.

现在,让我们追踪着笛卡尔和法拉第的思维轨迹,回味一下这两段精彩的科学史及其历史功绩.

### 1. 笛卡尔坐标

笛卡尔(Rene' Descartes, 1596—1650)是法国著名数学家、力学家和哲学家.他的数学才能的显现最初是一次偶然的机.1617年5月间,笛卡尔从军的战事停息阶段.一天,他在荷兰南部的街市上散步,见到一张荷兰文的招贴.他不识荷兰文,请求站在旁边的人译成法文给他听.这人正好是哲学家毕克门(I. Beeckman, 荷兰).原来这张广告是当时数学界盛行的一种难题征解.笛卡尔听后很感兴趣,不多久就求出了解答.毕克门大为佩服.笛卡尔从此知道自己长于数学,萌发了致力数学的念头.

1619年,在多瑙河畔的军营中,笛卡尔终日沉迷于对哲学和数学的深思之中.笛卡尔认为,希腊人的几何只研究一些非常抽象

而看来无用的问题,束缚了人的想象力.他详细地考察了代数和几何的优缺点后说:“我决心放弃那个仅仅是抽象的几何.这就是说,不再去考虑那些仅仅是用来练习思想的问题.我这样做,是为了研究另一种几何,即目的在于解释自然的几何.”他希望建立一种普遍的数学,使算术、代数、几何统一起来.据说,在这一年的11月10日晚,笛卡尔充满激情地入睡后曾连续做了三个梦.第二天,他就找到了建立解析几何的线索.因此,有些学者就把1619年11月10日定为解析几何的生日.

现在,让我们越过笛卡尔的神秘梦境,看一看笛卡尔带着对希腊几何批判的怀疑方法,经过长期的思考和研究,希望建立的“真正的数学”、“普遍的数学”是怎样一回事.

**蜘蛛的位置** 在笛卡尔之前,人们通过对天文和地理的研究,已形成了经纬制度,已懂得如何确切地说明一个物体在空间的位置.

譬如,一艘船在茫茫大海中航行,表示它的位置需指出东经(或西经)多少度,北纬(或南纬)多少度.如果在墙角里有一张蜘蛛网,一个蜘蛛正悬吊在从网上放下的一根蜘蛛丝上(图1),为了确切地说明这个蜘蛛的位置,就需要指出这个蜘蛛离开两边墙面的距离和它离开地面(或天花板)的高度.

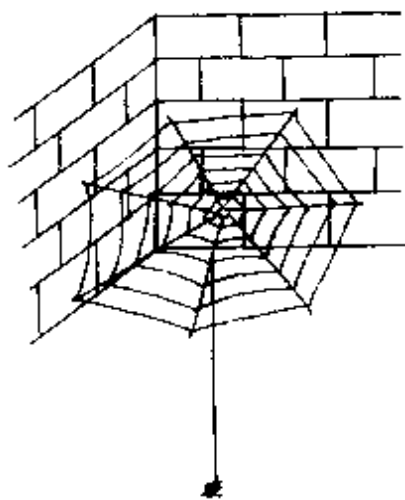


图1 墙角的蜘蛛

笛卡尔的贡献在于他从这种经纬制度上产生了质的飞跃.

**笛卡尔坐标** 笛卡尔指出,平面上的点和实数对 $(x, y)$ 对应.也就是说,每一对实数都可以用平面上的一个

点来表示.反之,平面上的每一个点都对应着一对  $x, y$  值.由此出发,笛卡尔进一步考虑了二元方程  $f(x, y) = 0$  的性质.满足这个方程的  $x, y$  值有无穷多.当  $x$  变化时,  $y$  也跟着变化.每一对  $x, y$  值对应着平面上一个点,无数对  $x, y$  值对应着平面上无数的点,结果便形成了一条线——直线或曲线(图 2).

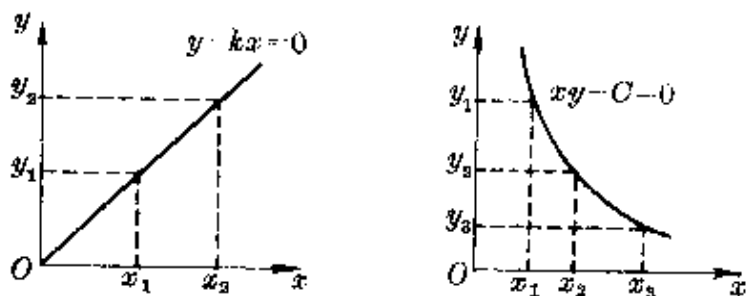


图 2 平面上的直线和曲线

这样一来,一个方程就可以用在直角坐标中画出几何图形的直观方法表示出来.反过来,也可以离开几何图形,用代数的方法研究直线或曲线的性质.

笛卡尔不仅引入了坐标\*,用坐标平面上的点表示数,而且把坐标平面上的点的变动形成线的观点具体应用到曲线方程中去,这就是解析几何的基本思想.

**一个实例**

现在我们回到蜘蛛位置的问题上来.

引入一个空间直角坐标系,蜘蛛的位置可以用一组坐标  $(x, y, z)$  来表示.蜘蛛停在空中某个位置时,对应着这个坐标系中的一个定点(如图 3 中  $P$  点).蜘蛛爬行时,相当于这个点的变动(动点).蜘蛛爬行所经过的路径,就是动点在这个直角坐

\* “坐标”一词,是莱布尼兹(G. W. Leibniz, 德国, 1646—1716)在 1692 年首先使用的.“横坐标”、“纵坐标”的名称笛卡尔也没有用过.  $y$  轴是笛卡尔后约一百多年的克拉美(G. Cramer, 瑞士, 1704—1752)正式引入的.但由于笛卡尔对引入坐标和变量创建解析几何的突出贡献,人们习惯上都把直角坐标称为笛卡尔坐标.

标系中的轨迹——直线或曲线。

为简单起见,设蜘蛛沿着水平的蜘蛛网爬行,这样就转化为二维平面上动点轨迹的问题.假定这个蜘蛛从某点开始保持跟两墙面对称的方向爬行,那么这个蜘蛛在以起点为原点的平面直角坐标系中画出的就是一条直线: $y = x$ (图4)。

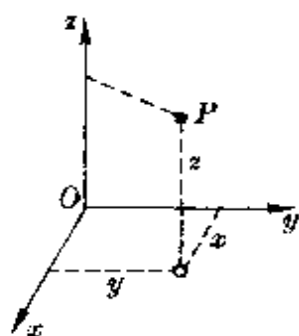


图3 空间的点

如果这个蜘蛛沿着一个圆柱以一定的速率一边绕行、一边上升,则它在空间的路径如图5所示.建立这个蜘蛛的运动方程后,就可确定它在空间的轨迹\*。

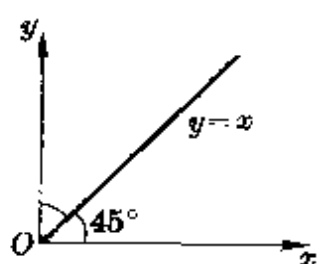


图4 点的轨迹  
(直线)

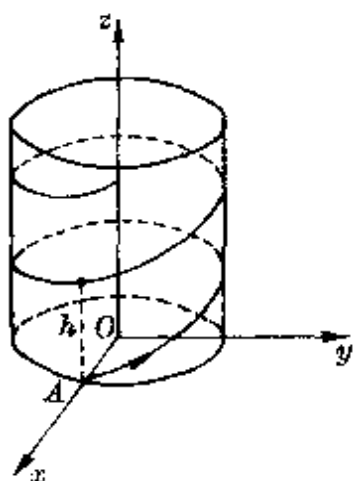


图5 点的轨迹(曲线)

现在,我们撇开蜘蛛这样一个具体的客体,那就可以看

到,平面或空间的一条线(直线或曲线),可以代替动点的一种运动,它对应着一个代数方程.因此,无论是直接通过对几何图形的研究或代数方程的研究,都可以同样确定这种运动的特征。

笛卡尔仿佛做了“月老”,使代数和几

\* 设柱子半径为  $R$ ,蜘蛛绕柱的角速度为  $\omega$ ,在  $t=0$  时它位于图中  $A$  点,则其运动方程为

$$x = R \cos \omega t, y = R \sin \omega t, z = \frac{h}{2\pi} \omega t$$

消去  $t$  即得  $x^2 + y^2 = R^2, y = R \sin \frac{2\pi z}{h}$ . 这两个柱面方程的交线就是蜘蛛的运动轨迹,它是一条螺旋线,螺距为  $h$ 。

何这对分离的“恋人”终于结合在一起了,并且,结晶出了完美的继承两者优势的后代——解析几何.

运动进  
入数学

虽然笛卡尔的《几何学》作为解析几何的书是不完整的,但笛卡尔引入坐标和变数的新的思想方法,在数学史上是一项划时代的变革.恩格斯对笛卡尔的革新思想曾给予极高的评价:“数学中的转折点是笛卡尔的变数,有了变数,运动进入了数学,有了变数,辩证法进入了数学……”事实也正是这样,我们根据笛卡尔的思想方法,可以很方便地研究物体在空间的运动规律.

譬如,在水平地面上某处以初速  $v_0$ 、射角  $\alpha$  发射一颗炮弹.不计空气阻力时,可认为炮弹在水平方向不受力,做匀速直线运动;竖直方向仅受重力作用,做匀变速运动(相当于竖直上抛运动).若以抛射点为坐标原点,取水平方向和竖直向上方向分别为  $x$  轴、 $y$  轴建立直角坐标,炮弹的运动方程可写成

$$x = v_0 \cos \alpha t, \quad (1)$$

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2. \quad (2)$$

从①式解出  $t$  代入②式,即得炮弹运动的轨道方程

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2. \quad (3)$$

这是一个抛物线方程,画出的轨迹如图 6 所示.

根据这个抛物线方程很容易确定这颗炮弹运动的一些特性.

令  $y = 0$ , 得

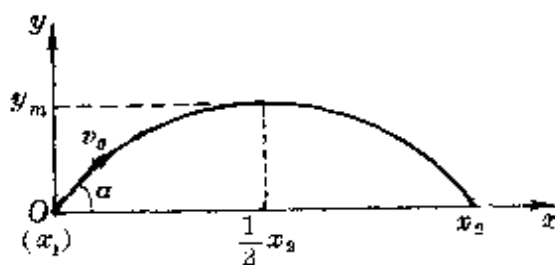


图 6 炮弹运动的抛物线轨迹

$$x_1 = 0,$$

$$x_2 = \frac{2v_0^2}{g} \cdot \sin\alpha \cos\alpha = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha.$$

其中一个值( $x_1$ )对应着发射点,另一个值( $x_2$ )就是炮弹的射程.由  $x_2$  的表达式可知,当射角  $\alpha = 45^\circ$  时,落在与发射点同一水平面上的炮弹有最大射程.

将  $x = \frac{1}{2} x_2 = \frac{v_0^2}{2g} \sin 2\alpha$  代入③式,得抛物线顶点的  $y$  坐标,即炮弹的射高

$$y_m = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

这样,我们就可以通过对物体运动方程(或轨道方程)的研究,用代数的研究方法了解几何图形的性质,这正是笛卡尔创建解析几何的独到之处.

**坐标变换** 对物体运动的研究中,坐标系就是参照物的数学抽象.通过坐标系之间的变换,就可以很方便地研究一个物体相对不同参照物的运动情况.

假设有一艘航空母舰在静止的海面上航行,舰上有一辆小车,研究舰和车的运动时我们可建立两个坐标系——固定在海面的坐标系为  $xOy$ , 固定在舰上的坐标系为  $x'O'y'$ . 为简单起见,设各轴互相平行,且  $Ox$  与  $O'x'$  重合,舰速  $v$  沿  $Ox$  方向,如图 7 所示.以  $P$  点表示车的位置,则

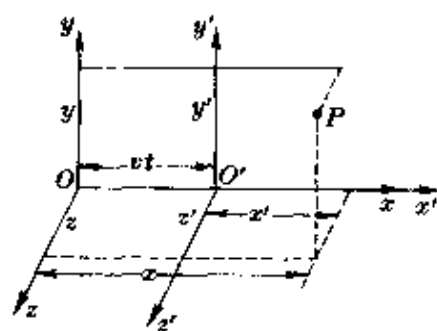


图 7 坐标变换

$$x = x' + vt,$$

$$y = y',$$

$$z = z'.$$

在经典力学中,人们认为同一事件在两个坐标系中发生的时间是相同的,即

$$t = t'.$$

上面这一组关系式就称为伽利略变换.若左右同除以  $t$ ,即得经典的速度关系式

$$v_x = v_x' + v, v_y = v_y', v_z = v_z'.$$

伽利略变换是在绝对时空观基础上建立的,认为对时间和空间的测量是不因参照物的运动而变化.当物理学进入 19 世纪末叶时,经典时空观受到了挑战,迈克尔逊—莫雷实验\*宣告光速不遵守伽利略变换.爱因斯坦(A. Einstein, 德国, 1879—1955)革命性地提出两个假设\*\*,并由此建立了新的狭义相对论的坐标变换公式,即洛仑兹公式.

根据图 7 可知,原点  $O$  在  $xOy$  坐标系中总有  $x = 0$ ,但在  $x'O'y'$  系中观察时,在时刻  $t'$  的坐标为

$$x' = -vt' \quad \text{或} \quad x' + vt' = 0.$$

因此在同一空间点上,数值  $x$  和  $(x' + vt')$  是同时变为零的.所以可以认为,在任何时刻  $x$  和  $(x' + vt')$  间存在一个比例关系,可表示为

$$x = k(x' + vt'). \quad (1)$$

同样,对原点  $O'$ ,在  $x'O'y'$  中总有  $x' = 0$ ,而在  $xOy$  中时刻  $t$  的

\* 参本丛书《猜想与假设》一册.

\*\* (1)一切彼此做匀速直线运动的惯性参照系,对于描述运动的一切规律是等价的;(2)在彼此相对做匀速直线运动的任一惯性参照系中,测得的真空中光速都相等.

坐标为

$$x = vt \quad \text{或} \quad x - vt = 0.$$

表示  $x'$  与  $(x - vt)$  间也有一个比例关系, 可表示为

$$x' = k'(x - vt).$$

根据狭义相对性原理, 在两个匀速运动坐标系中的任何物理规律是等效的,  $k = k'$ , 于是上式可表成

$$x' = k(x - vt). \quad (2)$$

我们再设想一个光信号在  $O$  与  $O'$  重合时 ( $t = t' = 0$  时) 发出, 沿  $Ox$  轴前进, 在任一时刻  $t$  (对  $x'Oy'$  坐标系为  $t'$ ) 到达的位置分别为

$$x = ct \quad \text{和} \quad x' = ct'.$$

把①、②两式相乘并考虑上式结果后, 得

$$k = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

把上述  $k$  值代入①、②两式, 得

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}, \quad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

或者, 还可写成

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}, \quad t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

上面四式就是著名的洛伦兹坐标变换公式. 由此可以得出长度的测量和时间的测量都是相对的, 即在不同坐标系中测量同一物体的长度和经历的时间会不同. 而当  $v \ll c$  时, 上面四式可合并



成

$$x = x' + vt', t = t'.$$

这就是伽利略变换.可见,经典时空观仅适用于对低速运动的描述.而在高速运动中,必须遵守洛仑兹变换.

用笛卡尔坐标,根据爱因斯坦假设,得出了作为狭义相对论基础的重要关系式,充分显示了笛卡尔坐标对运动研究的重要意义.

## 2. 法拉第力线

牛顿说:我  
尚不了解

牛顿(I. Newton, 英国, 1642—1727)在开普勒行星运动定律基础上,经过仔细的研究,于1685—1686年间发现并完善了万有引力定律.他的内容可以简单地叙述为:任何两个质点都是相互吸引的,引力的大小与两质点质量的乘积成正比,与它们之间的距离平方成反比.用公式表示为

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

牛顿的万有引力定律,揭示出宇宙间任何两个物体都有相互吸引力,并且这种力只与两者的质量和间距有关,与它们自身的物理状态、化学成分、有无生命以及中间是否有其他介质等均无关.

那么,产生这种引力的实质究竟是什么?两个质点(物体)间的引力又是靠什么传递的呢?由于牛顿的万有引力公式中并不包含时间的因素,这是否意味着引力的传递不需要时间呢?

从牛顿提出万有引力定律开始,人们就对引力的实质及其传递机制(包括由此派生出来的“超距问题”)产生了浓厚的兴趣,展开了激烈的争论.

除神学家对牛顿的万有引力抱着虚无主义的观点外,当时欧

洲大陆上的笛卡尔—惠更斯学派和莱布尼兹学派崇尚“以太说”。他们认为宇宙间充满着一种极为稀薄的看不见的物质——以太，由以太旋涡形成天体的相互作用，并由以太传递力的作用，实质上是不承认万有引力的存在。而以牛顿为代表，包括他的支持者和学生们的引力理论派，坚信引力的客观存在，引力只能通过虚空而传递。

牛顿本人在万有引力定律发现前后，也曾对这个问题先后作过多种可能的探讨。在形成引力思想的早期，牛顿曾以重力射线 (rays of gravity) 来说明重力的本质。他认为重力是由一种物质流引起的，它们可以通过空虚的空间发射到另一些物体上，从而产生作用。也就是说可以不通过介质的传递。以后，牛顿也曾转向过以太效应，认为重力是由以太密度差而产生的压力差引起的（不是笛卡尔等认为是以太旋涡造成的）。但由于无法用实验验证和难以用数学论证，牛顿觉得也不可能。牛顿还设想过引力来自某种冲击。后来，牛顿还采用玻璃和琥珀产生的电力比拟地球的重力。他认为自然是简单的和非常自治的，猜测在重力、电力和磁力背后可能存在普遍的某种或某些力，这种力及其传递的方式也就是重力、电力和磁力的存在和传递方式。而对于引力的“超距作用”，其实牛顿从未直接或间接地提出过，并曾明确地反对重力的“超距作用”。他在1693年2月25日给他的朋友本特雷 (R. Bentley, 1662—1742) 的信中曾写道：

“如果重力是物质内固有的和本质的，以致一个物体可以通过真空而没有其他东西的中介，超距作用到另一个物体上，并且通过它们的作用或力可以经过真空从一个物体传到另一物体上，对我来说是极其荒谬的，我相信没有一位在哲学上有思考能力的人，会陷入这种谬论之中。”

牛顿对于引力实质及其传递机制的最后结论是坦率地宣称：我尚不了解，在 1713 年为出版《自然哲学的数学原理》第二版的总释中，牛顿一再表示他对引力的原因是不了解的，但他坚信引力和重力是客观存在的，并且确是按照万有引力定律所指出的“作用在一切物体上”。牛顿认为，他虽然不能从现象了解这个定律的原因，然而它确是一个自然定律，而对于研究行星和彗星的运动是足够了，事实也正是这样，牛顿用万有引力定律经过理论计算作出了地球是一个扁球体的预言，哈雷（E. Halley，英国，1656—1742）根据牛顿的引力理论预报了哈雷彗星的回归，而当两个青年天文学家亚当斯（J. C. Adams，英国，1819—1892）和勒维烈（U. J. J. Leverier，法国，1811—1877）根据牛顿引力理论和运动定律经过复杂的计算预言了海王星，最后被伽勒（J. G. Galle，德国，1812—1910）证实的时候，牛顿的引力理论及运动定律岂止在科学界确立了崇高的地位，简直达到了神圣的地步。

自然的造化真奥妙无比，在牛顿发现万有引力定律 100 周年左右的 1785 年，法国物理学家库仑（C. A. Coulomb，法国，1736—1806）发现了两个静止点电荷之间的相互作用规律——两个点电荷之间的相互作用力的大小与它们电量的乘积成正比，与它们之间距离平方成反比，用公式表示为

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

这就是中学物理中介绍的库仑定律，它和牛顿的万有引力定律公式非常相像，并且电荷间的作用力也是一种“超距作用”，能瞬间到达，不需要传递力的时间，不同的是，质点间永远是引力，而在库仑定律中，电荷有正有负，电荷间的作用力可以是引力也可以是斥力。

质点间的引力跟电荷间的库仑力两者何以像一对孪生兄弟，遵循着同样的规律，真耐人寻味。

然而，更令人称奇的还有第三种力——电流之间的相互作用力。

1820年，丹麦物理学家奥斯特(H. C. Oersted, 丹麦, 1771—1851)发现电流磁效应后，法国物理学家毕奥(J. B. Biot, 法国, 1774—1862)和萨伐尔(F. Savart, 法国, 1791—1841)通过实验，发现了直线电流对磁针作用的规律：电流对磁针的作用正比于电流强度，反比于它们之间的距离，作用力的方向则垂直于磁针到导线的连线，可用右手螺旋法则确定，如图8所示

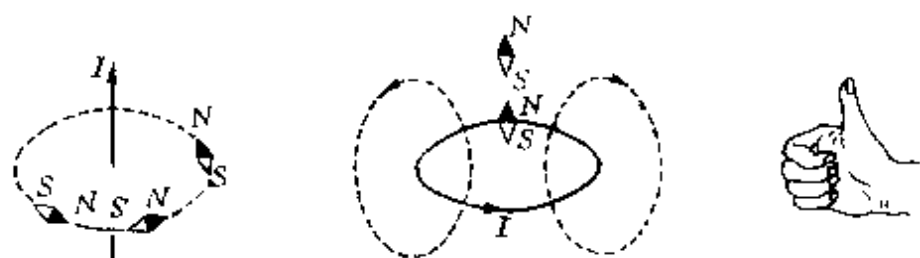


图8 电流对磁针的作用

小磁针的N极指向表示受力方向。如用大拇指表示电流方向，则四指围绕方向就是磁力方向；如用四指围绕方向表示电流方向，则大拇指所指就是磁力方向。

后来，法国物理学家安培(A. M. Ampere, 1775—1836)提出了分子电流假设，解释了磁现象的起因，把电流与磁铁之间的相互作用归结为电流之间的作用力，并通过精巧的实验总结出了两个电流元( $I\Delta l$ )之间相互作用规律：两个电流元之间的相互作用力与每一个电流元的电流强度( $I$ )与导线长度( $\Delta l$ )成正比，与它们之间的距离平方成反比。当两个电流元在同一平面内且互相平行时，它们之间的相互作用力(称安培力)可用公式表示为

$$F = k' \frac{I_1 \Delta l_1 \cdot I_2 \Delta l_2}{r^2}$$

这就是著名的安培定律。

如果把万有引力、库仑力和安培力排列在一起,这岂不是像三个孪生兄弟吗?

万有引力	库仑力	安培力
$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$	$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$	$F = k' \frac{I_1 \Delta l_1 \cdot I_2 \Delta l_2}{r^2}$

我们看到,这三个力都是牛顿式的成正比(和两个物体质量的乘积、两个电荷电量的乘积、两个电流元的  $I \Delta l$  的乘积),都是牛顿式的成反比(与距离平方),都是以粒子为力心的中心力,都是超距作用,相互间力的传递似乎不需要媒介,不需要时间.这三种力从属于每一种物质:万有引力从属于质量粒子,库仑力从属于电荷粒子,安培力(磁力)从属于电流元.彼此独立,互不影响,却又十分和谐、协调,还有比“一母三胎”更相像的吗?

在牛顿力学已经足够辉煌的花环上,如今似乎又增添了两朵鲜艳的奇葩.用牛顿的宇宙图景可以统一电和磁的作用,其胜利真太伟大了.无怪乎当时许多物理学家自满了.德国著名物理学家亥姆霍兹(H. Helmholtz, 1821—1894)说:“因此,物理科学的任务,在我们看来,归根结蒂在于把物理现象都归结为不变的引力或斥力,而这些力的大小正和距离有关。”

**法拉第力线** 牛顿式的宇宙图景,就是宇宙是一个无限大的、固定不动的空间,里面有无数物质粒子做着各种运动.而没有粒子的地方是一无所有的真空,各种力——万有引力、库仑力、安培力都可以不必借助介质传递。

从牛顿万有引力开始,认为引力是超距作用,在电学和磁学的

研究中又得到进一步的强化,当时像富兰克林(B. Franklin, 美国, 1706—1790)、库仑、安培等著名物理学家,都对此深信不疑。

“空间真的是一无所有吗?”法拉第对牛顿式的宇宙观感到怀疑.他根据自己对电与磁现象的多年实验研究的体会,凭借他丰富的想象力,认为空间不可能真的像牛顿式的除了发生超距作用的粒子以外一无所有。

如果我们在一块玻璃板下放一根条形磁铁,在玻璃板上撒一些铁屑,轻轻敲击玻璃板,使铁屑在磁力作用下自由转动,可以发现铁屑会在磁铁周围排列成一条条曲线(图 9).这是因为铁屑在磁铁周围被磁化,变成了一个个小磁针的缘故.这种呈圆形的图线深深地吸引了法拉第。



图 9 磁体周围的铁屑

他想起了奥斯特在 1820 年发现电流的磁效应(当时他称为围绕电流的“电冲突”)时曾经说的话:“……电的冲突不是局限在导体上的,它在邻近的空间散布得相当广……这种电冲突是圆形的……”法拉第决心用实验去精确确定电流磁力的形式。

1826 年 9 月,他把一个小磁针放在载流导线周围进行实验,发现小磁针有环绕导线做圆周运动的倾向.后来,他又设计了一个实验.如图 10 所示,左侧一根圆柱形磁棒插入一个水银杯中,下端用导线连在铂条上.右侧磁棒固定于水银杯中,导线的上端可绕悬点自由转动.当通过水银槽接通电流后,左侧磁棒的上端会围绕导

线的下端旋转,右侧导线的下端围绕磁棒的上端旋转.法拉第的这个电磁转动实验和奥斯特的磁针偏转实验一样,表现出来的磁力都是有转动倾向的圆周力,这使法拉第立即直觉地意识到,环绕着载流导线存在着一种圆形的作用“线”,就像铁屑在磁棒周围所呈现的曲线一样.他设想,载流导线周围的这种“线”,是由于电流通过导线时在导线周围的介质中引起的某种“紧张”状态造成的.并且这种状态能从张力的源头——载流导线向周围传播出去.法拉第把载流导线周围这种“线”,称为力线\*.他认为,无论是一块磁铁或一段载流导线,它们的周围空间都应该分布着这种“力线”,看似空空荡荡的空间也决不可能是一无所有.

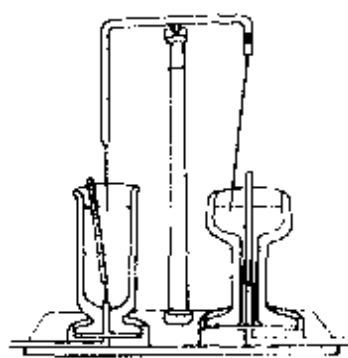


图 10 法拉第电磁转动效应的装置

1831年法拉第电磁感应实验的成功,使力线的概念成了法拉第思想的中心.如图11(a)所示,使闭合电路的一部分导线在磁场中向下运动,电路中会产生电流;如果使导线向右平移,如图11(b)所示,电路中就不会产生电流.

法拉第很自然地想到,倘若两个磁极之间的空间果真是“一无所有”的,那么导线中的电流从哪里来呢?为什么同样使导线运动——仅是方向不同,会表现出有无电流截然相反的差别呢?显然,空间并不真是“空的”,两个磁极之间的空间应该充满着力线,它们是实实在在的,可以被切割的.图11(a)的运动导线由于切割了一根根力线,才感应出电流;图11(b)的运动导线,因为未曾切割到力线,因此不会感应出电流.法拉第还从实验中发现,只有在单位

\* 电力线、磁力线,现称电场线、磁感线.为便于联系历史背景,本节仍用旧称.

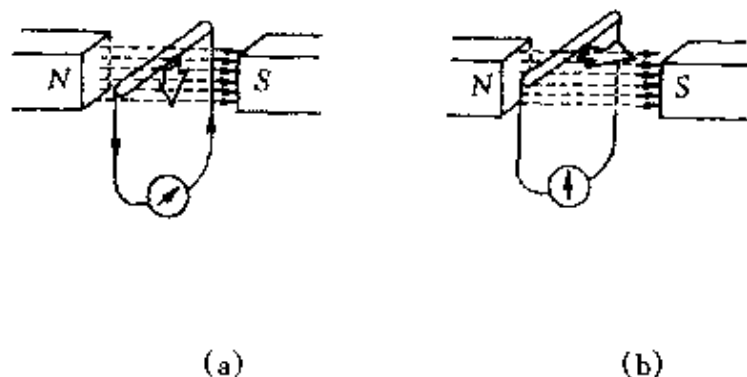


图 11 导线切割磁力线才会产生电流

时间内切割的力线越多(即切割得越快)时,产生的感应电动势越强,感应电流才越大.至此法拉第完全领悟了,过去奥斯特实验中所说的“圆形的电冲突”、沃拉斯顿(W. H. Wollasto, 英国, 1766—

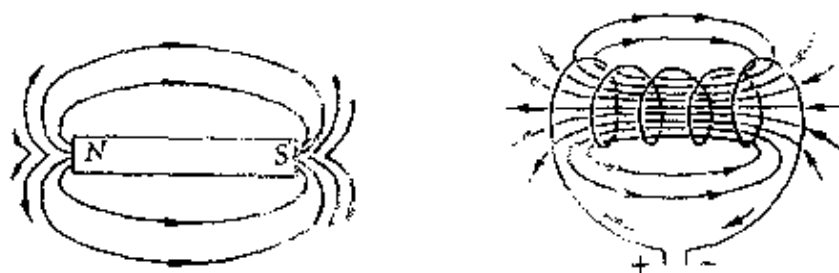


图 12 法拉第力线

1828)认为电流周围有一圈圈圆形的“磁流体”等,其实讲的都是一个东西——力线.在磁体和电流周围的空间都充满着力线(图12).法拉第超越了同时代人,冲破了牛顿式的宇宙图景,看到了“真空不空”的物理实质.

最伟大的思想——场

法拉第从可贵的直觉中结晶出的力线概念,在以后的实验研究中进一步得到升华,形成了空前伟大的场的思想,并用力线图象形象地描述了场.

1837年,法拉第在研究介质对电力的影响时发现:用一块绝缘材料(电介质)隔开的两个导体板(平行板电容器),比被真空(或





派认为的是超距作用,而应该是“近距作用”,中间介质在这种相互作用中起着传递力的作用。

1845年11月,法拉第又有了新的发现,为了试验磁场对物质的影响,他把铁和重玻璃等物质都做成条状,然后用细线分别把它们悬吊在巨型电磁铁的两个磁极之间,通电以后,他发现铁、镍一类物质,长条的两端指向电磁铁的南北极,即取与磁力线一致的方向,并有移向磁力最强地方的趋势,而像重玻璃、铜、铋等物质,好像很“厌恶”磁性,转向与磁力线垂直的方向,并有移向磁力较弱地方的趋势,物质的抗磁性就这样被法拉第发现了\*。他把前者称为“顺磁体”(paramagnetics),后者称为“抗磁体”(diamagnetics)。他还用手边能得到的许多东西做试验:各种金属、盐、铅黄、硫磺、蜡、木头、牛肉、苹果、卷成筒形的纸、装在试管里的液体等,他发现,只有少数物质具有顺磁性,多数物质都具有抗磁性\*\*。

法拉第用他所设想的磁力线概念对物质的顺磁性和抗磁性作了解释,他认为,无论是顺磁体和抗磁体,都不存在像电介质在电容器里那样存在着作为磁力线终点的“磁极”,而只是对磁力线的反应不同:顺磁体容易被磁力线通过,因此在顺磁体内磁力线变密;抗磁体是磁力线的不良导体,它会使磁力线趋于绕过抗磁体,因此在抗磁体中磁力线变得稀疏(图14)。

所有这些工作,都使法拉第更加坚定了自己的信念:自然界中各种现象都是相互关联的,电和磁的作用决不是像牛顿派所说的那种超距作用,可以没有中介地从一个物体传到另一个物体,而是

---

\* 其实,早在1778年就有人发现过金属铋被磁铁排斥的现象,库仑也观察到过木针横在磁场中的现象,只是他们都没能深入地研究下去。

\*\* 现代一般把磁介质分为顺磁质、抗磁质和铁磁质三类。

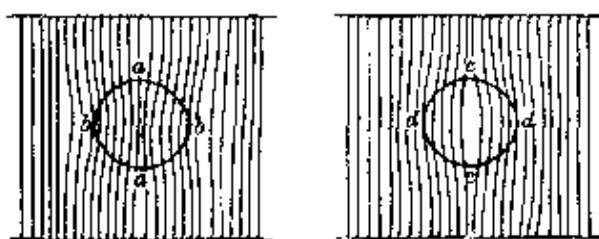


图 14 顺磁体和抗磁体

要通过电荷或磁体周围一种特殊的介质来传递的,法拉第运用他不同凡响的想象力,提出了一个全新的概念——场,他把电荷和磁体的这种特殊物质称为“电场”和“磁场”

1851年12月,法拉第发表了《论磁力线》一文,他类比于流体力学,用力线的图象对场的物理图景作了直观的描述.法拉第指出,场由力线组成,许多力线组成一个力管,它们将电性相反的电荷和极性相反的磁极联系起来(图15).力线上任何一点的切线方向就是该点的场强方向.力线密的地方,场强就强;力线疏的地方,场强就弱.场源不变时,力线图不变,场源运动时,力线也发生变化.他用力管有纵向收缩和横向扩张的趋势,解释了异性电荷(或磁极)相吸、同性电荷(或磁极)相斥等现象.

值得一提的是法拉第关于场的概念和用力线图描述场,跟牛顿派经典力学中关于场和力线的概念有着根本的区别.

首先,经典力学中把太阳周围的空间称为引力场,地球周围的空间称为重力场,仅是一种形象的语言,不用场的概念,同样可以揭示行星绕太阳、月球绕地球的运行规律.两个天体间的力与场无关,依然是超距作用,把场取消,也就恢复了空间一无所有的真空的本来面目.而法拉第引进的场和力线概念,决不单纯是一种形象化的语言和图象,而是实实在在的,不是可有可无的.宇宙不是一个一无所有的真空,而是充满着力线.这些力线不仅可以表示力的

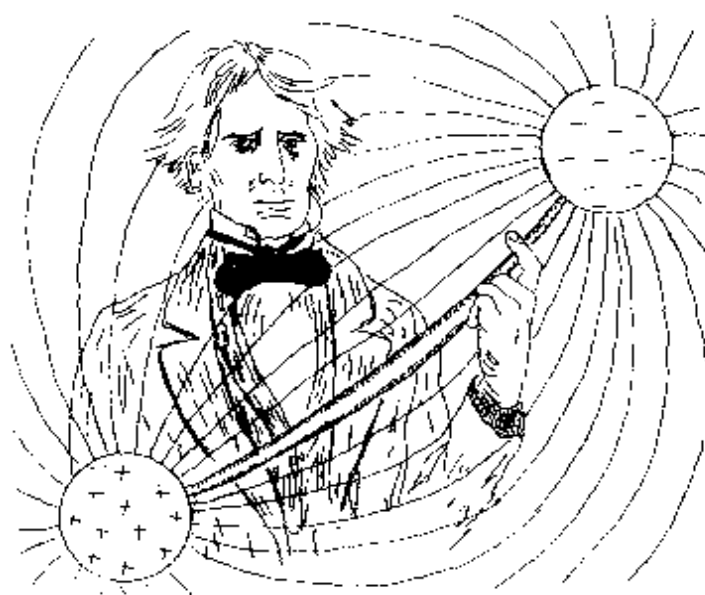


图 15 法拉第和他的力线

方向、大小,而且像真实的橡皮条一样,可以变形、运动,可以被切割,切割时还会表现出阻力.图 16 画出了放在均匀外磁场(磁感强度为  $B_0$ )中的一根载流长导线附近的磁力线(电流  $I$  由图面流出).导线周围的磁力线就像拉紧的橡皮条一样被推向下方,因而载流导线下方的磁感强度变强,上方的磁感强度变弱.



图 16 均匀外磁场中通电导线周围的磁力线

图 17 表示一个闭合导线框在磁场中运动,这时不仅导线框中会感应出电流,而且我们手上还会感到有阻力存在,就像在水里运动时感到阻力一样.

1851 年法拉第曾写道:“我不禁再一次表示我的信念,我深信我那个力线概念在磁作用方面所给出的表象是正确的.因为我所提出的要点,都是磁作用方面的实验所确定的.也就是说,所有这些都是不是假设的,而都可以用力线概念完善而正确地表示出来.”

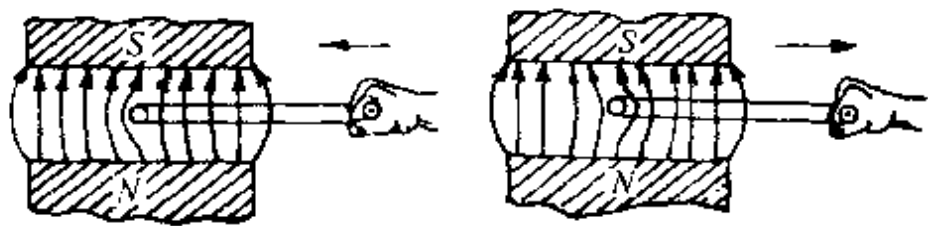


图 17 在磁场中拉出、推进线框时出现阻力

可见,法拉第的力线有着十分丰富、实在的物理内涵。

其次,经典力学中的力线相对于场源是静止不动的,固定在场源上,就像自行车轮子上的辐条(钢丝)固定在钢圈上一样,力线随着场源运动,诚如钢圈转动时钢丝立即跟着转动,这就表明引力的传递是不需要时间的。而在法拉第的场中,力线相对于场源(磁体或电荷)是可以运动的。如果把场源比作一只湖上的小船,力线就像湖中的水波。我们坐在小船上用力划桨,使小船在湖中前进,水面的波纹也由近及远逐渐向远方传播。法拉第想象着,电力、磁力等力的传播就像水波那样,具有一定速度,因而电荷间、磁体间、电流间的作用都是需要时间的,决不会是“超距”的。

法拉第从带电体和磁体周围介质的作用提出场的概念,这是物理学中重大的突破。法拉第首次把近距作用的观点引进了物理学,对于电磁学以及整个物理学的发展都产生了深远的影响。英国著名物理学家威廉·汤姆生(W. Thomson, 1824—1907)对法拉第的力线评价极高。他说:“在法拉第的许多贡献之中,最伟大的一个就是力线概念了。我想,借助于它,就可以把电场和磁场的许多性质,以最简单而极富启发性地表示出来。”德国物理学家劳厄(M. V. Laue, 德国, 1879—1960)盛赞法拉第,把他誉为“正确理解电磁现象的带路人”。

法拉第还以他非凡的想象力和深邃的洞察力,于1832年3月

12日给英国皇家学会写了一封信,预言了电磁波存在的可能性,预言了光可能是电磁振荡的传播等.这封信在档案馆里躺了一百多年,直到1938年才为后人所发现.而法拉第的伟大思想,早在19世纪中叶,就被英国杰出的物理学家麦克斯韦(J. C. Maxwell, 1831—1879)从对法拉第力线的研究着手在理论上得到确认,并被德国物理学家赫兹(H. R. Hertz, 1857—1894)于1888年用实验作了验证.从而使法拉第的预言得到了证实.

法拉第关于力线的特征及用力线图象描述场的方法,一直沿用至今.运用电力线和磁力线的图象,给我们理解、分析和研究电磁现象问题带来了极大的方便.爱因斯坦说过这样寓意深刻的话:“我相信,从法拉第的电磁场概念中,后世仍然可以学到许多东西,一点也不比前人学到的少.”

## 二、图示与图象的思维特点

图示和图象能够成为人们思考问题、分析问题和解决问题的好帮手,能够作为一种重要的思维方法,这是与它自身所具有的思维特点分不开的.

图示与图象的思维特点,可以概括为以下几个方面.

### 1. 形与数的统一

数的产生与发展跟图形的研究是分不开的.人们为了耕作和丈量土地的需要,很早就积累了关于图形的许多知识,尔后便发展成为几何学.到了公元前7世纪,希腊几何已经集中了异常丰富的资料,后经欧几里得(Euclid,古希腊,约前330—前275)系统地整理成《几何原本》,一直流传下来成为广大学生的读本.

不过,当时把对形(图形)的研究与对数的研究作为对立着的两个研究对象,“井水不犯河水”.直到笛卡尔引入坐标和变量,创立了解析几何的新思想,才把过去对立的两个研究对象——“形”和“数”统一起来,才能通过图反映两个变量之间的某种函数关系.更深入地说,形与数的统一,不仅指初等数学中的函数与图形的对应关系,在现代数学中还可以泛指数学向各门有形的、具体的自然科学和工程技术等方面的不断渗透.这是一种更高层次上的形数统一.

我国已故著名数学家华罗庚教授曾写过一首寓意深刻的小诗,揭示形数之间的关系:

“数与形,本是相倚依,焉能分作两边飞.数缺形时少直觉,形少数时难入微.数形结合百般好,割裂分家万事非.”

在物理学习中,常常特别钟情于图示与图象,也正是由这种形数统一可以作为物理学研究的重要方法所决定的.下面,我们从物理学中选择几个问题加以说明.

**力的分解**

如图 18(1) 所示,在墙上有一个斜三角支架  $ABC$ , 当在  $C$  点悬挂一个重为  $G$  的物体后, 要求计算  $AC$  杆和  $BC$  受到的力, 就是一个常见的力的分解问题\*.

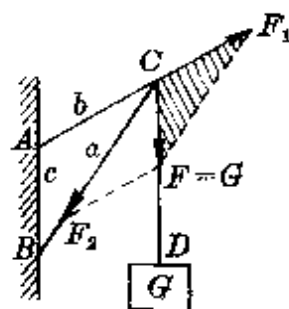
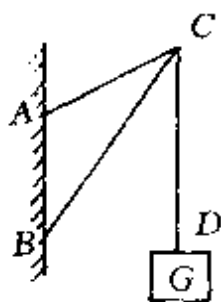


图 18(1) 三角支架    图 18(2) 力的分解

由于  $C$  点悬挂重物后, 对  $AC$  杆有拉伸趋势, 对  $BC$  杆有挤压趋势, 因此  $AC$  杆受到拉力,  $BC$  杆受到压力. 把悬线  $CD$  对  $C$  的拉力  $F = G$ , 沿  $AC$ 、 $BC$  两方向分解, 设两分力分别为  $F_1$ 、 $F_2$ , 作出力的平行四边形, 如图 18(2) 所示.

如果已知斜三角支架的边长  $BC = a$ ,  $AC = b$ ,  $AB = c$ , 由画出的平行四边形中的力三角形(用斜线表示部分)相似于几何三角形  $ABC$ , 得到比例式

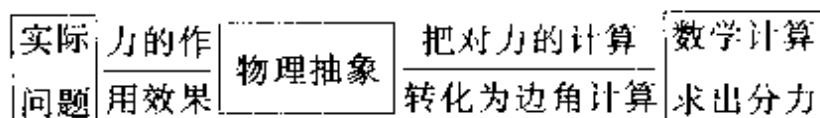
\* 当把  $C$  点作为研究对象时, 就是一个共点力平衡问题.



$$\frac{F_1}{G} = \frac{b}{c}, \frac{F_2}{G} = \frac{a}{c}.$$

所以  $F_1 = \frac{b}{c}G, F_2 = \frac{a}{c}G.$

上述力分解的研究方法,概括起来就是:先根据实际问题中力的作用效果,进行物理抽象,作出表示力分解的平行四边形,然后把对力的计算转化为对平行四边形(或力三角形)中有关边、角的计算.整个问题的思维方式可表示如下:



显然,在画出的力的平行四边形(或力三角形)中,形与数完美地统一在一个整体中.因此,尽管不同的学生画出的力的平行四边形(或力三角形)的大小可以不同(图 19),但代表各个力的边长之间有着确定的关系.

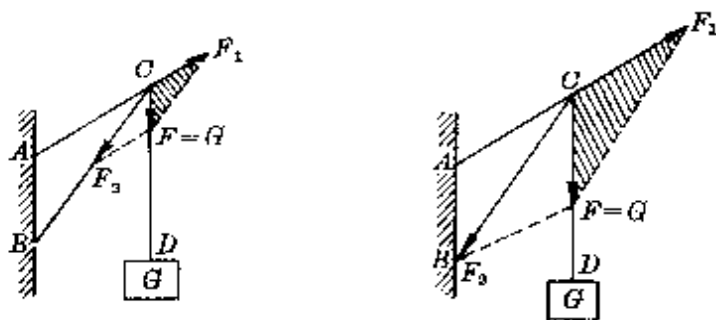


图 19 大小不同关系确定

一些学生初次接触力的分解(或合成)的问题时,往往由于对这里的“形数统一”的寓意缺乏认识,常会发生错误.

譬如,在一根长  $2l = 10$  米的水平绳子  $AB$  的中点  $O$  悬挂一个

重  $G = 600$  牛的物体,使绳子的中点下垂距离  $h = 10$  厘米,要求两段绳子  $AO$ 、 $BO$  中受到的力(设  $h \ll l$ )。

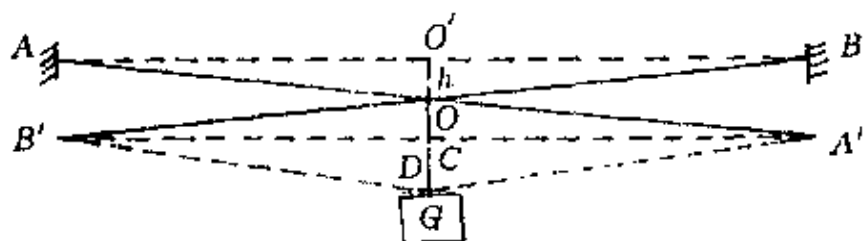


图 20 力的分解

许多初学者总喜欢画出如图 20 所示这么大的力的分解图.他们用  $OA'$ 、 $OB'$  两矢量表示  $AO$ 、 $BO$  两段绳子所受到的拉力.然后根据  $\triangle AOO' \sim \triangle A'OC$ ,得

$$\frac{AO}{OO'} = \frac{OA'}{OC}$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } F_1 = F_2 = OA' &= \frac{AO}{OO'} \times OC = \frac{\sqrt{AO'^2 + OO'^2}}{OO'} \times OC \\ &\approx \frac{l}{h} \times OC \end{aligned}$$

至此,解法完全正确,可是在最后代入数据时,常会把  $OC$  用  $G = 600$  牛代入,错算成

$$F_1 = F_2 = \frac{5}{0.1} \times 600 \text{ 牛} = 3 \times 10^4 \text{ 牛.}$$

这就是由于这些学生对力的平行四边形中“形数统一”缺乏深刻认识造成的.应该知道,在力的平行四边形(或力三角形)中,各条边长都按同一比例表示了力的大小,图 20 中用  $OD$  表示力  $G = 600$  牛,那么,  $OC = \frac{1}{2} \times OD$ ,只表示 300 牛的力.因此正确结果是

$$F_1 = F_2 = \frac{5}{0.1} \times 300 \text{ 牛} = 1.5 \times 10^4 \text{ 牛.}$$

**抛体运动**

如图 21 所示, 在一个倾角为  $\theta$  的斜面上某处, 以速度  $v_0$  水平抛出一个小球, 那么它在斜面上的落点离开抛出点多远? (设斜面足够长, 不计空气阻力)

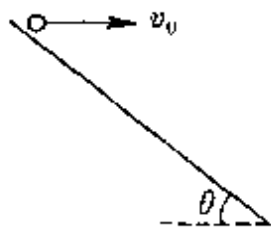


图 21 斜面上平抛

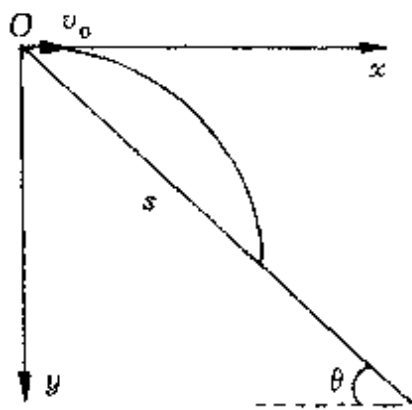


图 22 落点位置——抛物线与斜直线交点

我们知道, 不计空气阻力时, 平抛物体在水平方向做匀速直线运动, 竖直方向仅受重力作用做自由落体运动. 若以抛出点  $O$  为坐标原点, 取水平向右和竖直向下分别作为  $x$  轴、 $y$  轴, 则经时间  $t$  后的位置坐标

$$x = v_0 t, \quad y = \frac{1}{2} g t^2.$$

两式消去  $t$  得平抛物体的轨道方程

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2.$$

如果我们把这里的斜面看成一条斜直线, 那么在上述直角坐标系中, 它的方程为

$$y' = x' \operatorname{tg} \theta.$$

小球在斜面上的落点位置, 相当于是平抛运动的抛物线与斜面直线的交点(图 22), 它应该同时满足两个方程, 即

$$y' = y, \quad x' = x.$$

因此

$$\frac{g}{2v_0} x^2 = x' \operatorname{tg} \theta.$$

得

$$x = \frac{2v_0^2}{g} \operatorname{tg} \theta.$$

所以落点离开抛出点的距离为

$$s = \frac{x}{\cos \theta} = \frac{2v_0^2}{g} \cdot \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta}.$$

同理,若某高射炮手,用初速度  $v_0$  沿与水平方向成  $\theta$  角射出一颗炮弹,假使在离地面高  $h$  处、与炮弹同一竖直面内有一枚沿水平方向飞行的导弹,那么这枚导弹可能击中炮弹的位置,就是炮弹运动的抛物线轨道与导弹水平直线轨道的交点(图 23).

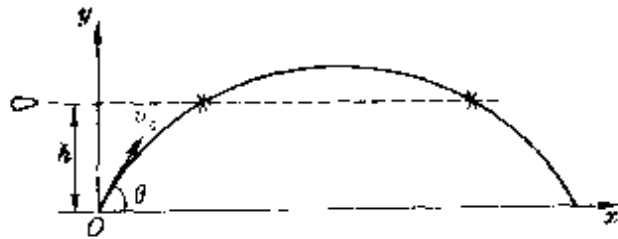


图 23 击中炮弹的位置

引入坐标系使几何图形代数化,把形与数完美地统一起来,这正是笛卡尔创立解析几何的宗旨.

## 2. 动与静的结合

动与静,是对立统一的两个方面,在一定条件下可以互相转化.这种例子在生活中是屡见不鲜的.

拍电影时,对实际进行的一个连续动作拍摄的都是--幅幅静止的画面,依次仅有微小的差异.放映时,用一定速度连续播放这些静止的画面,利用人眼的视觉残留,看到的就是一个连续的动作.反过来,如果我们用高速摄影机拍摄体育比赛中的一些精彩的场面,如 100 米决赛最后冲刺时扣人心弦的瞬间、跳高运动员越过横杆的姿态,或者用高速摄影机拍摄花朵的开放过程等,再按正常速度播放时,就可以清楚地看到运动过程和花朵绽开的细节,这就是所谓的“慢镜头”,它好像是把时间“放大”,从而把一个动作过程详细地展现出来(图 24).

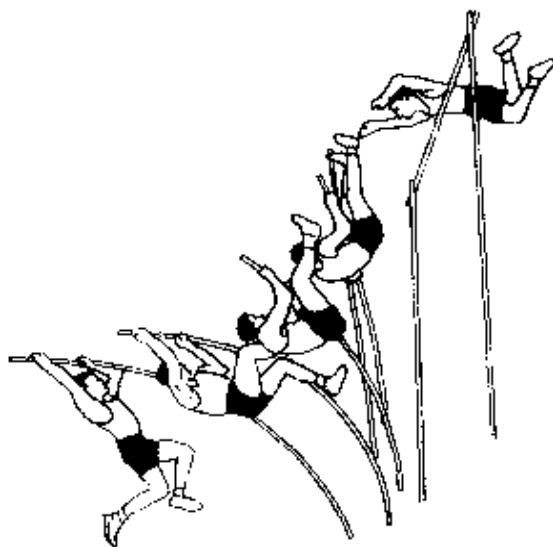


图 24 撑杆跳运动员越过横杆的姿态

在物理实验中的闪光照相,通常每隔  $1/30$  秒拍摄一次,就是把一个连续变化的运动“定格”在一个个位置上(“定镜头”),即在极短时间内(镜头曝光时间)把运动物体静止化.不仅如此,在连续不停的运动过程中,满足一定条件时,也可以被“定格”.物理实验中用来测定时间的周期测定盘,就是具体的一例.

中学物理中常用的一种周期测定盘如图 25 所示.盘面上共有

6组同心圆环,每个环带上均匀分布着宽度相等、形状相同的若干黑条.在频闪光源照射下\*,设在某一时刻,某环带上黑条  $a$  的中心线恰好转到空间的  $ON$  位置时被第一次闪光照亮.经过时间  $T_0$  (频闪周期)后,若恰好邻近黑条  $b$  的中心线转到  $ON$  位置,并被第二次闪光照亮,以后每隔时间  $T_0$ ,黑条

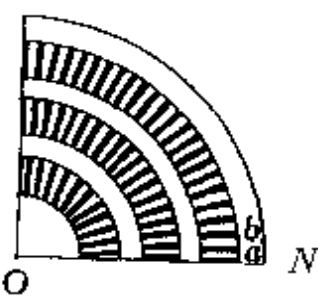


图 25 周期测定盘

$c$ 、 $d$ 、 $\dots$ 依次转到  $ON$  的位置并被第三次、第四次……闪光照亮.因为对人眼来说,它的视觉残留时间为 0.1 秒,所以如当黑条  $a$  在  $ON$  位置时受闪光照亮引起的视觉形象尚未消失时,黑条  $b$  已转到  $ON$  位置被第二次闪光照亮的形象又映入眼中,接着又依次映入黑条  $c$ 、 $d$ 、 $e$  等被闪光照亮的形象.由于各黑条形状、大小相同,于是对人眼来说,仿佛在  $ON$  位置上有一固定的黑条留在那里.由于黑条是均匀分布在整个环带上的,这样就使人觉得整个环带上的黑条都像在固定的位置上不动一样.在运动中实现动静转换,这正是周期测定盘的巧妙构思之处.

如果已知看到稳定不动的环带共有  $N$  个黑条,由上述的道理可知,相应的转动周期为

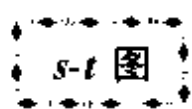
$$T = NT_0.$$

物理中的图示和图象(尤其是图象),也十分鲜明地具有这种动静结合的效果.我们用坐标平面上的点表示物体(研究对象)运动变化过程中某一瞬间的状态(静态),从坐标平面上的一个点过渡到另一个点,意味着发生了一个过程.因此,坐标平面上由一系列点构成的线,就反映着物体(研究对象)在某段时间内连续进行

\* 普通日光灯就是一个频闪光源,每秒内亮暗交替 100 次,闪光周期  $T_0 = 0.01$  秒.

的运动变化过程.这里的点与线的关系,就是静与动的关系.所以,图线就是动静结合的产物.

下面,我们选择中学物理中一些常用的图象,作进一步的说明.



根据匀速直线运动的规律,其位移

$$s = vt.$$

在  $s-t$  直角坐标系中,匀速直线运动的  $s-t$  图是一条通过坐标原点的倾斜直线(图 26).在不同时刻(如  $t_1$ 、 $t_2$ )它处在离原点不同位移(如  $s_1$ 、 $s_2$ )的地方,对应于图中静止的点  $A$ 、 $B$ .随着时间的流逝,物体的位移在变化,在图中用沿斜直线变动的一系列点表示.所以,这样一条图线就反映了一个物体从坐标原点(计算位移和时间的起点)出发,沿规定正方向做匀速直线运动时位置的变化规律.

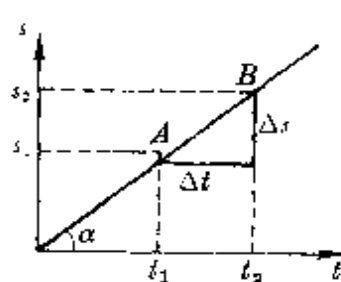


图 26  $s-t$  图

在实际应用中,为了能从静态的图象上看出其动态的寓意,我们可以用一个具体物体还原其动态的本来面目.

如图 27 所示是一幅表示五个质点  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$  做匀速直线运动的  $s-t$  图.其斜率都为正值,说明这几个质点都沿规定的正方向运动,所不同的是运动起点或起始时刻和运动速度.

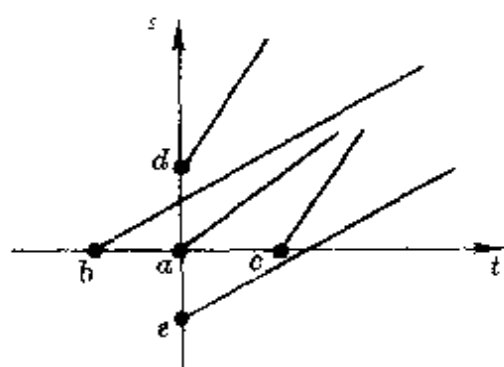


图 27 五个质点的  $s-t$  图

质点  $a$  从坐标原点开始运动并立即计时.

质点  $b$  在计时前已开始运动,当从  $t=0$  开始计时时,已向  
前有了一段位移,这种情况相当于 100 米比赛中“抢跑”(俗称“偷  
跑”)的运动员.

质点  $c$  与质点  $b$  正相反,开始计时后隔一段时间才运动.相  
当于 100 米比赛中反应迟缓的运动员.

质点  $d$  和  $e$  分别在位移起点前和后一段距离上从  $t=0$  开  
始运动.

这样的一幅  $s-t$  图,仿佛在我们眼前展现了一幅在不同状况  
下起跑时进行比赛的扣人心弦的情景(图 28).

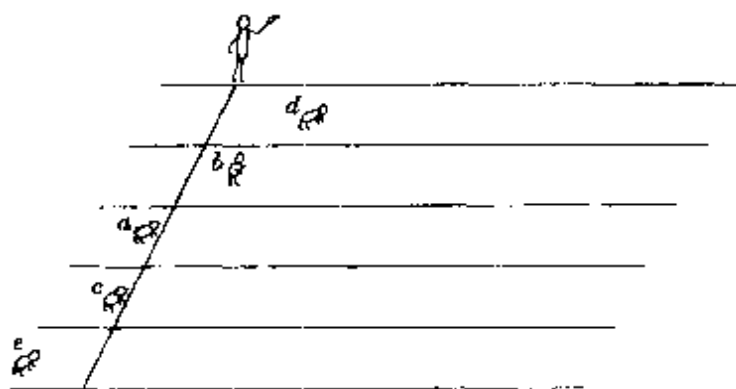


图 28 五个运动员的起跑

**振动图象** 单摆做简谐运动时,它的位移随时间的变化是  
不均匀的.不做数学运算时,如何把这个动态过程反  
映出来呢? 中学物理中常用沙摆进行演示.

如图 29 所示,用细线悬挂一个沙摆,让  
它在同一竖直平面内振动.支架下方有一块  
木板,通过摆的平衡位置在板上的投影点  $O$   
画一条垂直摆振动面的直线,表示时间轴  $t$ .  
在振动过程中细沙不断从小漏斗的孔中流  
出,洒落到下方的平板上.在不同时刻落在

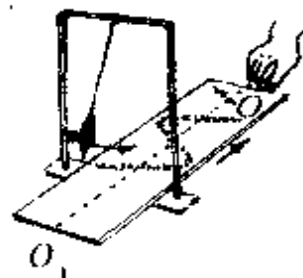


图 29 沙摆实验



板上的沙粒相对  $t$  轴的位移,就反映了该时刻摆相对平衡位置的位移.

如果下方的平板不动,摆振动时洒落的沙粒都分布在垂直于  $t$  轴的  $y$  轴上,呈现一条直线,其长度等于  $2A$  ( $A$  为振幅).

如果摆振动时我们同时匀速抽动木板,摆振动时在不同时刻洒落的沙粒,就落在木板上不同的地方.这些沙粒的位置就反映了摆在均匀流逝的时间过程中的不同时刻对平衡位置的位移情况(忽略沙

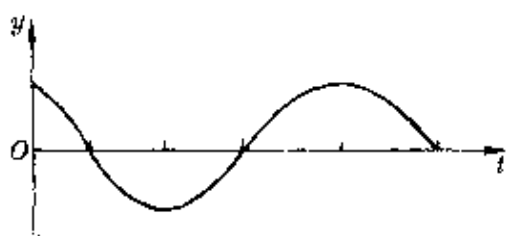


图 30 振动图象

粒在空中运动时间).结果便得到一条正弦(或余弦)函数式的沙粒分布线.这就表示,单摆振动时的位移随时间是按正弦(或余弦)规律变化的(图 30).

这样一条振动图线,就把单摆振动(或简谐运动)中位移的动态特性显示出来了.

### 波动图象

如果把振动图象比喻为用摄像机连续摄下一个独舞演员的一连串舞姿的话,那么波动图象就像是用照相机一次拍摄到的某一个跳集体舞的场面.

如图 31 所示,把绳的一端固定,用手拿着另一端上下摆动,就会沿着绳子从波源(手拿的一端)传出一列横波.

从波源开始振动起的不同时刻,绳上各质点偏离平衡位置的位移不同.在不同时刻拍摄下来的像,就是该时刻的波形图.因此,用波形图反映的是波传播过程中不同质点在同一时刻相对平衡位置的位移情况.

根据波形图,当已知波的传播方向时,很容易判知该时刻各个质点的振动方向,并画出该时刻前后  $\Delta t$  ( $\Delta t < T$ ) 时刻的波形图.

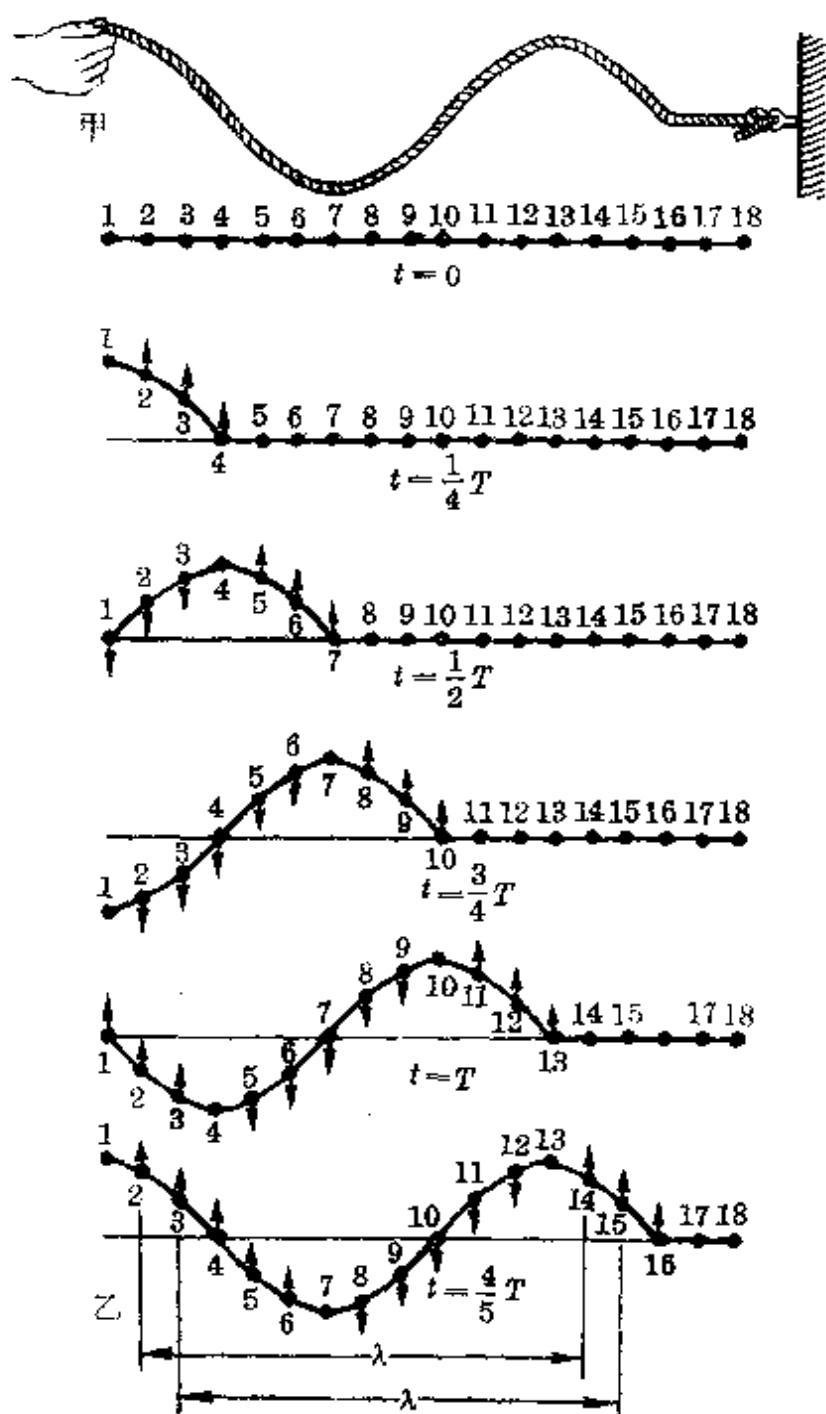


图 31 沿绳传播的横波在不同时刻的波形

图 32 表示一列横波在某时刻的波形图, 根据波的传播特点——离波源远的质点的振动落后于离波源近的质点的振动, 并要“追赶”离波源近的质点, 因此各质点在该时刻的振动趋势如下页

表所示：

质 点	<i>o</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>
振动方向	↓	↓	↑	↑	↓	↓	↑	↑	↓

为了画出在该时刻前后  $\Delta t$  ( $\Delta t < T$ ) 时的波形, 可设想让波逆着传播方向或沿传播方向平移一段距离  $\Delta x = v\Delta t$  (图 33). 根据波的传播特点——波在传播过程中每一质点只在自己的平衡位置附近振动, 传播的只是运动形式, 从发生平移后的波形图上可以看出每一质点的运动形式(具体地说就是每一质点所处的状态)是如何从前面质点(离波源近的质点)传来而向后面质点(离波源远的质点)传下去的。

由此可见, 画出的 一幅波形图(如图 32), 像是各质点被“定

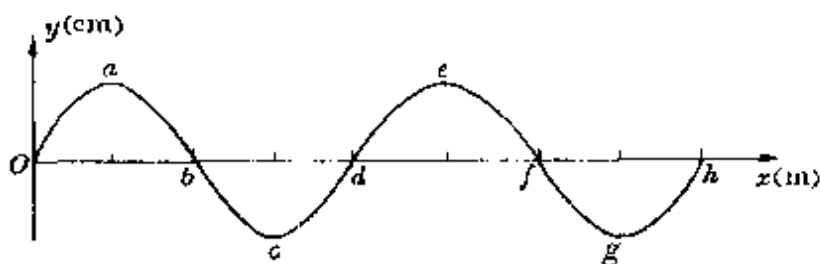


图 32 横波的波形图

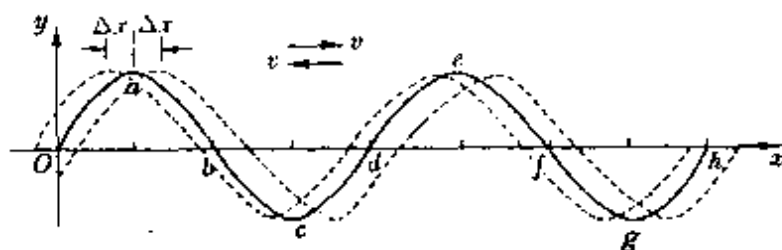


图 33 波的平移

格”在某个瞬间, 其实它蕴含着很生动的动态特性。

### 3. 抽象与形象的联系

图的一大特点是具有鲜明的形象, 并常常能够把抽象的意识

具体化,它作为联系抽象思维与形象思维的纽带,对人类思维的发展有着重要的作用。

远古时代,由于生产力低下,人类进行抽象思维的能力很低,他们只能具有与当时生产水平相适应的、幼稚的、简单的、具体的思维,当时没有文字,只能借助各种物体来传递信息和帮助记忆。于是,图就成为一个重要的帮手,因此在古



图 34 汉字的演化

代中国、日本、埃及等地区都有过“图画文字”,以后又出现了象形文字,我国的很多汉字都是从象形文字演化来的(图 34),可以这么说,图帮助人们敲开了抽象思维的大门。

即使在高度文明的今天,图作为联系抽象思维与形象思维的纽带仍在发挥着巨大的作用。许多图案、商标、会徽等,也常借鉴于图形的形象思维,作为一种艺术手法,会显得特别明快、简洁、醒目,能表现出强烈的感染力。图 35 就是中国北京 2000 年奥运会申办委员会会徽的图案,它把我国悠久的历史、祥和的氛围、奥林匹克精神完美地组合在一起,表达了中国

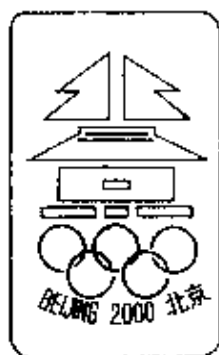


图 35

人民祈求奥林匹克的和平和友谊精神,并且在这幅图案中除了用汉字和汉语拼音文字标明申办地北京外,还巧妙地用祈年殿图案组成“北京”二字。如果说,古代的象形文字单纯是用图画把抽象概念形象化显示出来,那么现代的图案则是更高层次上的一种形象思维。

物理学中的图示和图象,虽然有时也有一定的象形的寓意,但并不是主要的,它主要是借助图的形象作用,沟通与抽象思维的联系,帮助展开抽象思维.请看下面的问题.

**瞬时速度** 一颗子弹以 800 米/秒的速度从枪口飞出,这里的 800 米/秒表示什么意思呢?实际上就是指子弹刚飞出枪口瞬间的快慢程度.如果不受任何外力作用的话,那么它以后将以 800 米/秒的速度匀速运动下去.我们就称运动物体在某一瞬间(如子弹飞出枪口瞬间)或某一位置(如子弹飞经枪口位置)的速度叫瞬时速度.

瞬时速度是中学物理中很抽象的一个概念.它的严格定义需借助极限知识.运动物体在某一时刻或某一位置的瞬时速度,就是包括这一时刻(或这一位置)在内的极短时间或极短位移内平均速度的极限.用公式表示为

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

对于初学者来说,单纯这样一个数学式定义是难以理解的,他们很难想象  $\Delta t \rightarrow 0$  包含着怎样的物理实质,为此,常用的一个形象化的比喻是把一个速度变化的运动看成一群按高矮排列的人(图 36).其中第  $k$  号人的身高与全体人员身高的平均值相比可能

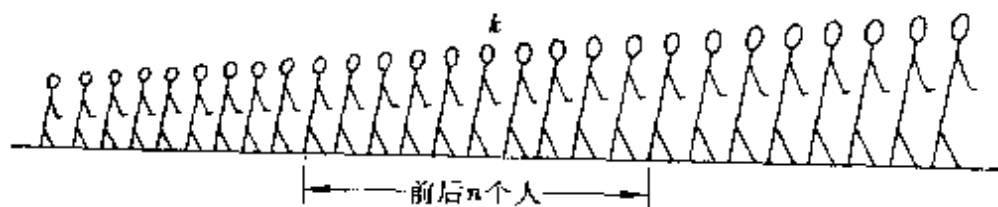


图 36 某人身高和平均身高

相差很多,跟他前后各 50 人的平均身高相比相差就小些,跟他前后各 30 人的平均身高相比相差还要小些,跟他前后 20 人、15 人、

10人、5人、3人的平均身高相比,相差就越来越小,以他为中心包括前后各1人的平均身高,可以认为与他的身高已相差无几。

当然,这样的比喻是较浅近和粗糙的,不失一般的较好方法还是借助  $s-t$  图象。

一个变速直线运动的  $s-t$  图象是一条曲线(图 37)。根据平均速度的定义,在某段时间  $t(t = t_2 - t_1)$  内的平均速度

$$\bar{v} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

数值上等于图线上与这两个时刻对应的割线的斜率,即

$$\bar{v} = \operatorname{tg} \alpha.$$

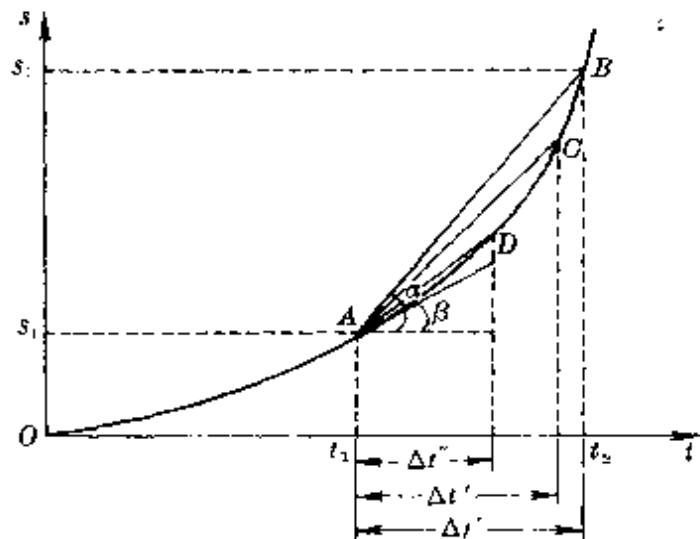


图 37 变速运动的  $s-t$  图

如果我们使所取的时间间隔越来越短,由图 37 可知,所对应的割线会发生变化,越来越向通过某时刻(如时刻  $t_1$ )的切线靠近。当所取时间无限短( $\Delta t \rightarrow 0$ )时,那么原来的割线就与该点的切线重合。由此可见,在变速运动中不同时间内的平均速度一般不同,在某时刻(或某位置)的瞬时速度,数值上等于  $s-t$  图线上与该

时刻对应的切线的斜率,即

$$v_1 = \operatorname{tg}\beta.$$

利用这样的图象,就把原来平均速度计算时  $\Delta t \rightarrow 0$  的物理意义具体化了,使原来很抽象的一个定义有了形象的对照,会有助于理解瞬时速度的概念\*。

像瞬时速度这样使抽象概念形象化的方法,还可迁移到非匀变速运动中的即时加速度、非线性元件的动态电阻等概念上。

一个非匀变速运动的瞬时加速度,被定义为在  $\Delta t \rightarrow 0$  时平均加速度的极限,即

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

在  $v-t$  图上,也对应着一个割线向切线斜率转化的过程,因此某时刻的瞬时加速度就等于  $v-t$  图上通过该时刻切线的斜率(图 38)。

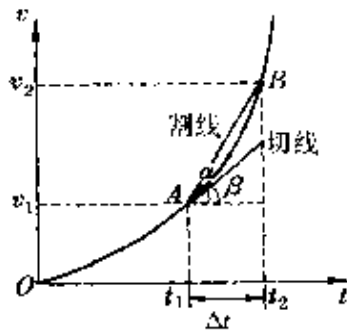


图 38 即时加速度

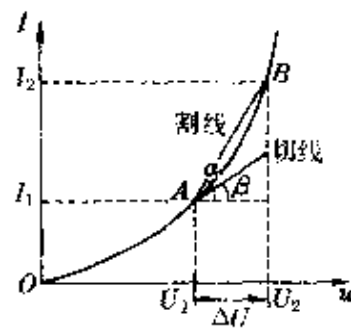


图 39 伏安特性线

一个非线性元件(如晶体二极管)的伏安特性线( $U-I$ 线)通常是一条曲线,如图 39 所示,连接图线上任意两点(如  $A$ 、 $B$ )的割线的斜率,反映着在这个电压区域内平均电阻的大小,即

\* 关于对瞬时速度的理解,还可参阅本丛书《分割与逼近》一册。

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta I}{\Delta U} = \frac{I_2 - I_1}{U_2 - U_1} = \frac{1}{R}$$

当所取电压变化间隔越来越小时,对应的割线越来越向通过某点(如  $A$  点)的切线靠近,因此对应于某个工作状态(如  $I_1, U_1$ )所表现出来的电阻,数值上就等于  $U-I$  图象上通过某点的切线斜率的倒数,即

$$R_A = \frac{1}{\operatorname{tg}\beta}$$

显然,在不同的工作状态(即不同的  $U, I$  值)有不同的电阻,技术上称为动态电阻。

### 气态方程的推导

一定质量理想气体从初始状态  $A(T_1, p_1, V_1)$  经过状态变化到终末状态  $B(T_2, p_2, V_2)$  时遵守理想气体状态方程,即

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

通常,都是借助于等值过程,运用气体实验定律(玻意耳定律、查理定律、盖·吕萨克定律)进行推导的。如我们设想气体先经过一个等温过程,变到中间状态  $T_1, p_c, V_2$ ,再经一个等容过程,变到终态。

在第一个变化过程中,根据玻意耳定律,

$$p_1 V_1 = p_c V_2, \quad \text{或} \quad p_c = \frac{V_1}{V_2} p_1$$

在第二个变化过程中,根据查理定律

$$\frac{p_c}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

联立两式整理得



$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

不少学生对这个推导过程“中间态”的确定,往往弄不明白.为了看清选用不同的状态变化过程时“中间态”的参量,我们可以结合图象( $pV$ 图、 $pT$ 图或 $VT$ 图)一起考虑.

因为一定质量理想气体的某个状态,在 $pV$ (或 $pT$ 、 $VT$ )图上对应着一个点,从一个状态变化到另一个状态,在图上相当于从一个点过渡到另一个点,其间的途径对应着一个过程.显然,从某个初态 $A(T_1 p_1 V_1)$ 变化到终态 $B(T_2 p_2 V_2)$ 可以有許多不同的途径.其

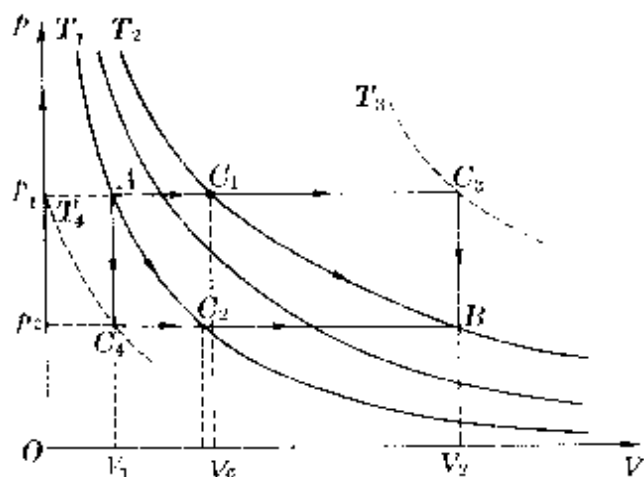


图 40 从初态到终态的不同途径

中几种途径及对应的状态参量如下(图 40).

$$A(T_1 p_1 V_1) \xrightarrow{\text{等压}} C_1(T_2 p_1 V_c) \xrightarrow{\text{等温}} B(T_2 p_2 V_2)$$

$$A(T_1 p_1 V_1) \xrightarrow{\text{等温}} C_2(T_1 p_2 V_r) \xrightarrow{\text{等压}} B(T_2 p_2 V_2)$$

$$A(T_1 p_1 V_1) \xrightarrow{\text{等压}} C_3(T_3 p_1 V_2) \xrightarrow{\text{等容}} B(T_2 p_2 V_2)$$

$$A(T_1 p_1 V_1) \xrightarrow{\text{等容}} C_4(T_4 p_2 V_1) \xrightarrow{\text{等压}} B(T_2 p_2 V_2)$$

这样一来,我们就把原来较抽象的从一个状态变化到另一个

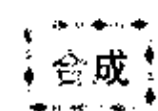
状态的过程,在图上形象化地显示出来了,不仅可以正确把握中间态的选择,而且可以拓宽思路,较深刻地认识到“从一个状态到另一个状态可以经过多种不同过程”的含义.

### 三、中学物理中常用的图示

图在中学物理中有很重要的地位,除了用图表示各种装置的结构示意、物理状态和运动变化过程外,还有许多有特定意义的图,较常见的有矢量图、力线图、流线图、谱线图、流程图等,现就每一种图示的概念、特征、作用等分别简要介绍如下.

#### 1. 矢量图

既有大小又有方向的物理量称为矢量,如位移( $s$ )、速度( $v$ )、加速度( $a$ )、动量( $p$ )、冲量( $I$ )、电场强度( $E$ )、磁感应强度( $B$ )等.各种矢量都可以用一根有向线段表示,在直接用图来比较(或测定)它们时,这根有向线段的长度按比例表示某物理量的大小,箭头指向表示其在空间的方向,一般情况下,只需按某物理量在空间的既定方向画出有向线段,其大小可通过相互间的关系计算得到.



任何矢量的合成(即加法运算)都遵守共同的法则——平行四边形法则,如图 41 所示,矢量  $A_1$  和  $A_2$  的合矢量

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2.$$

其大小变化范围是

$$|\vec{A}_1 - \vec{A}_2| \leq \vec{A} \leq \vec{A}_1 + \vec{A}_2.$$

因此,两个1牛的力可以合成从0-2牛之间任何大小的一个力.

在实际问题中,由两个矢量合成的平行四边形法则,可简化成三角形法或

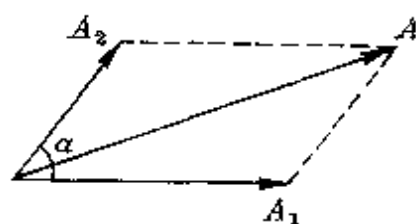


图 41 矢量合成

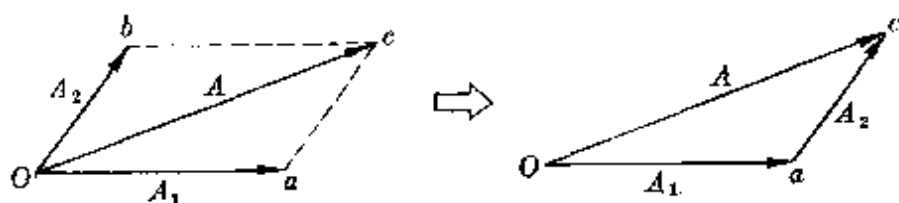


图 42 三角形法

发展成多边形法.如图 42 和图 43 所示.

作用在  $O$  点分别有  $\vec{A}_1$ 、 $\vec{A}_2$  两个矢量和  $\vec{A}_1$ 、 $\vec{A}_2$ 、 $\vec{A}_3$ 、 $\vec{A}_4$  四个矢量,求它们的合矢量时,只需把每个矢量平移并首尾相接,则连接起点  $O$  与终点  $C$  和  $d'$  的矢量,就是合矢量.即

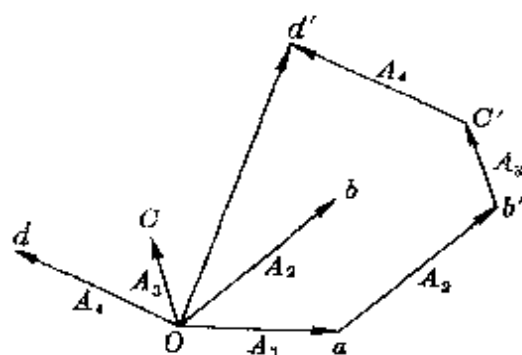


图 43 多边形法

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 \quad \text{或}$$

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3 + \vec{A}_4.$$

**分解**

矢量的分解是合成的逆运算(减法运算),可借用合成方法,即

$$\vec{A} = \vec{A}_1 - \vec{A}_2 = \vec{A}_1 + (-\vec{A}_2).$$

在图上,可以用从减量指向被减量的一个有向线段表示,如图 44 所示.

生活中比喻“用巧力”时,常说“四两拨千斤”.从力的平行四边形分解法则中很容易实现.如图 45 所示,如果在一辆陷入泥坑中的汽车和附近坚固的物体(如大树等)之间绷紧一根很结实的绳子,然后在绳的中点横向施力,这时就可以形成对汽车极大的拉力.

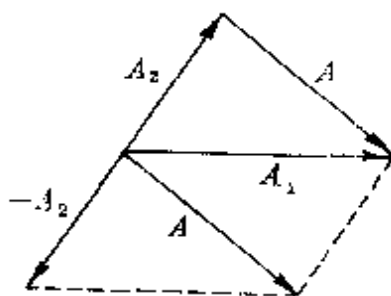


图 44 矢量差



图 45 “四两拨千斤”

同样道理,在吊起两个沉重的箱子时,千万别用一根短绳把两者紧缚在一起,否则当起吊时,短绳中会因产生很大的力而断裂(图 46).

一个物体做匀速圆周运动时,线速度大小不变,由于线速度方向的变化,使得任何一段时间(小于周期  $T$ )内的速度变化不等于零,因而产生加速度.如图 47 所示,设物体从  $A$  经历一极短时间  $\Delta t$  运动到  $B$ ,相应半径转过角度  $\Delta\theta$ ,则

$$\Delta v = v_2 - v_1 = v\Delta\theta \quad (v_1 = v_2 = v),$$

所以 
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = v \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = v\omega = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}.$$

这就是向心加速度.

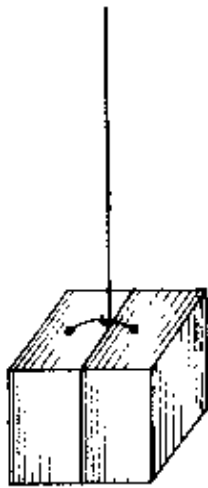


图 46 不宜用短绳绷紧

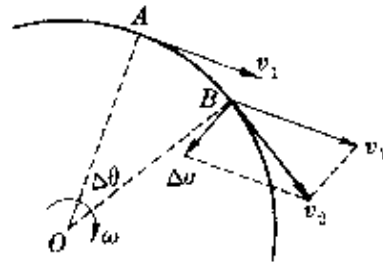


图 47 向心加速度

矢量分解中最为常用的是正交分解——把一个矢量分解到互相垂直的两个轴上,如图 48 的三个矢量分解为

$$\vec{A}_1 (A_{1x} = A_1 \cos \alpha, A_{1y} = A_1 \sin \alpha),$$

$$\vec{A}_2 (A_{2x} = A_2 \cos \beta, A_{2y} = A_2 \sin \beta),$$

$$\vec{A}_3 (A_{3x} = A_3 \cos \gamma, A_{3y} = A_3 \sin \gamma).$$

所以合矢量在两轴上的分量为

$$A_x = A_{1x} + A_{2x} + A_{3x},$$

$$A_y = A_{1y} + A_{2y} + A_{3y},$$

$$\text{所以 } A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}.$$

必须注意,这里的两坐标轴的选取是任意的.有时选用斜交的两轴进行分解,也许更能迅速地求出有关结果.



以一定角速度绕轴旋转的矢量称为旋转矢量.它在研究振动合成、交流电路中用得很普遍.

如介质中一个质点在一直线上同时参与两个同频率的简谐运

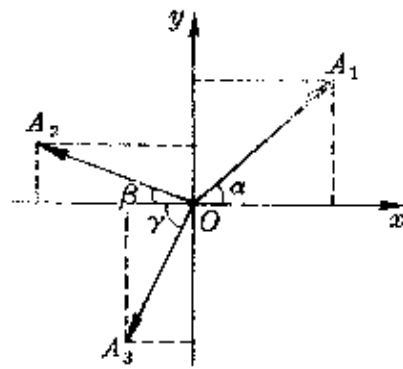


图 48 正交分解

动.两个分振动的位移为

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1),$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

则合振动的位移

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

采用旋转矢量法时,可取两个长度等于振幅  $A_1$ 、 $A_2$  的矢量,设在  $t=0$  时它们与  $x$  轴间夹角分

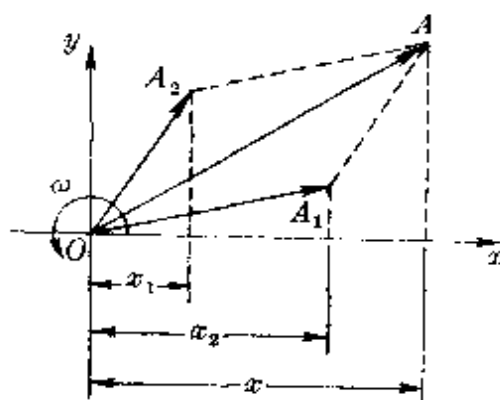


图 49 旋转矢量

别为  $\varphi_1$ 、 $\varphi_2$  (初相角), 当它们绕轴以相同角速度  $\omega$  逆时针方向旋转时, 合矢量也以同样角速度旋转 (图 49). 因此很容易得到合振动方程

$$x = A \cos(\omega t + \varphi).$$

式中

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

## 2. 力线图

描述场而引进的一种形象化的曲线, 法拉第把它们称为力线. 对应于电场、磁场的力线现在分别称为电场线、磁感线\*.



磁感线的显示比较方便. 在磁体或通电导线周围撒上铁屑, 立即就可看到铁屑所排成的一条条清晰的曲线.

\* 对应于重力场也可引入重力线 (或引力线), 但仅起指示力的方向的作用, 它与法拉第引入的电场线、磁感线不同, 重力场中把力线取消并不影响物体间的作用. 因此经典力学中一般不用场和力线的概念.

图 50(a)是直线电流磁场的磁感线,它是在垂直于导线平面内,以导线为中心的同心圆.图 50(b)是通电螺线管磁场的磁感线,在螺线管外磁感线的分布与一块条形磁铁相似.电流磁场磁感线的方向都用右手螺旋法则确定.

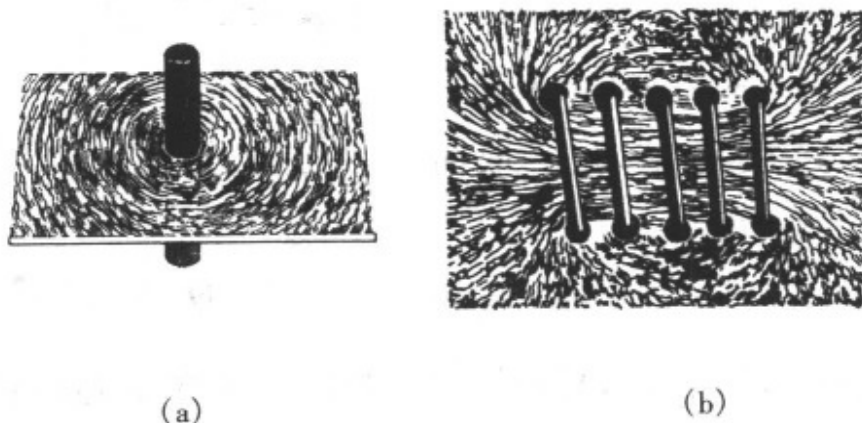


图 50 电流磁场的磁感线分布

必须注意,实际上通电螺线管的每一匝线圈,也有围绕着它的磁感线,只是由于两导线之间的磁场有互相抵消的趋势,而在管内离导线相当远的各点处的磁场方向与管轴平行,如图 51 所示.在相邻两匝导

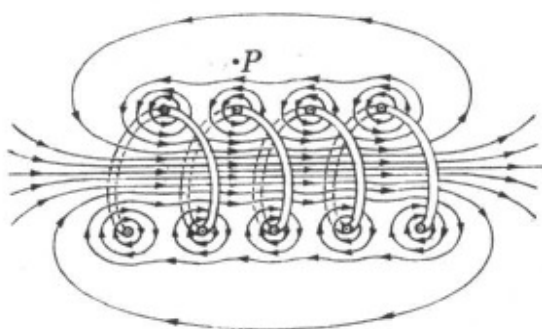
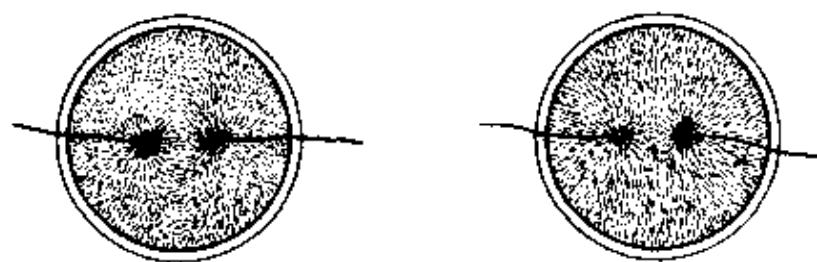


图 51 绕得很稀疏的螺线管

线密绕的极限情况下,螺线管上的电流实质上变成了圆柱形电流片,于是管外就形成与条形磁块磁场同样分布的磁感线,管内磁场则平行于轴线.

电场线的显示较麻烦.实验中常用奎宁的针状结晶或头发屑悬浮在蓖麻油里,再用感应起电机形成一个较强的电场,这种针状结晶或头发屑就会按场强方向排列起来,如图 52 所示.





(a)两个异号点电荷电场线 (b)两个同号点电荷电场线

图 52 点电荷电场

**比较**

静电场的电场线与磁体或稳恒电流磁场的磁感线,既有共同的特性,也有一定的区别.比较如下.

共性:电场线和磁感线都是用来形象化地描述场的强弱和方向的线——用线的疏密表示场的强弱,用线上各处的切线方向表示该处场强的方向.空间的每一点处,只能有一条通过该点的电场线或磁感线,因此任何两条电场线或磁感线在空间都不会相交.

区别:电场线始于正电荷,终于负电荷,有头有尾(或从正电荷至无穷远处、从无穷远处至负电荷).磁感线无头无尾,是一条闭合曲线.

电场线与磁感线的这一区别,反映了电场和磁场的特性不同.因此如果在均匀电场或磁场中垂直电场或磁场方向放进一根很长的铁圆柱体,它们对场中的电场线和磁感线的影响是不同的(图 53).

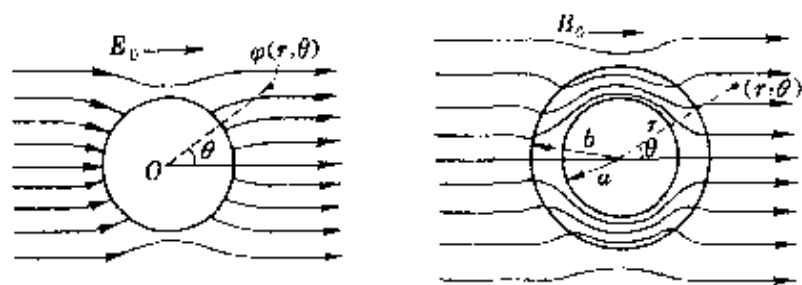


图 53 在电场和磁场中的圆柱导体

静电场的电场线与因磁通变化产生的电场(感应电场)的电场线也不同。后者也是闭合曲线,如图 54 所示,表明感应电场也有区别于静电场的性质。

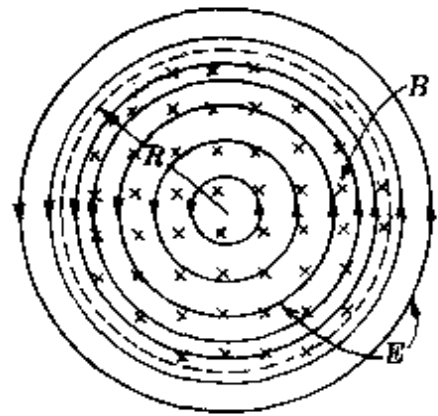


图 54 感应电场的电场线

电场线与磁感线虽然是人们假想而引入的线,仅是一种形象化的描述手段,但在我们理解、分析静电场和磁场的许多问题时常会带来很多方便,在技术上也有很重要的意义。

### (1) 电场线与电荷分布

根据电场线从正电荷出发终于负电荷的性质,可以设想每一根电场线对应着一定电量的电荷,由此可以很方便地比较静电感应、电容器等问题中电量的多少及变化。

如图 55 所示,把一根带电玻璃棒拿近未带电的绝缘导体的一端,导体中的电子重新分布的结果,使导体两端呈现出等量异号的感应电荷,由于玻璃棒上从正电荷发出的电场线不会全部终止在导体的一端,因此导体两端感应电荷的电量  $q$  必定比玻璃棒上施感电荷的电量少。

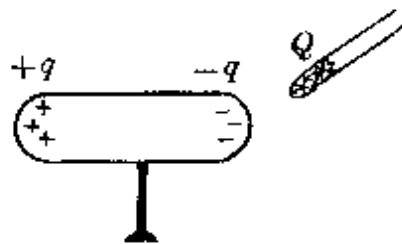


图 55 静电感应

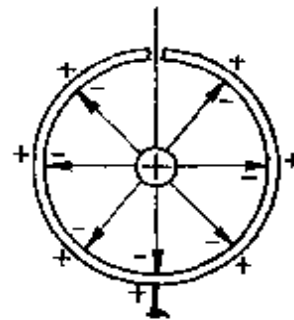


图 56 静电感应

如果要求感应电荷的电量等于施感电荷的电量,只需设法使从施感电荷发出的电场线全部终止在被感应的导体上.为此,可把带电体放进开有小孔的空腔内,如图 56 所示.这时空腔内壁呈现的感应电荷的电量  $q$  可以认为等于施感电荷电量  $Q$ .

图 57(a) 为一个已充有电量  $Q$  的平行板电容器,板间形成匀强电场,其电场线为一组平行等间距的直线.如用绝缘工具使两板保持间距不变,错开一半.由于板上电量保持不变,错开后因相互吸引而被“挤”到相对的两半块板上,电场线密度会比原来增加一倍,根据电场线密度与场强的关系,可知板间场强也增大一倍,如图 57(b) 所示.

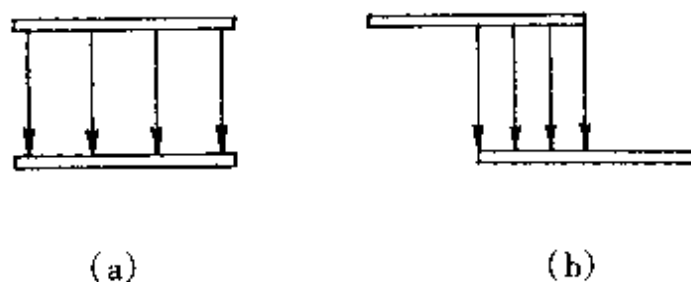


图 57 平行板电容器中电场线分布

## (2) 电场线与等势面

根据静电场的特性,可以引入“势”的概念——电势.用电场线同样可反映场的电势分布——电场线与等势面(线)处处垂直,电场线的方向就是电势降落的方向.图 58 画出了匀强电场、点电荷电场、一对电偶极子所形成的电场中的等势面.在这三幅图中,每两个等势面间的电势差均相等.因此在匀强电场中的等势面就是一系列彼此平行的等间隔平面[图(a)];在点电荷电场中,是一系列不等间隔的同心球面[图(b)];在一对电偶极子电场中是一系列不等间隔的不规则曲面[图(c)].

许多实际问题中,由于直接确定场强分布较困难,于是常常先通过实验,找出等电势点,画出等势面,然后根据等势面与电场线的关系,画出电场线,形象地反映出场的分布,从而可以给有关设计提供依据.

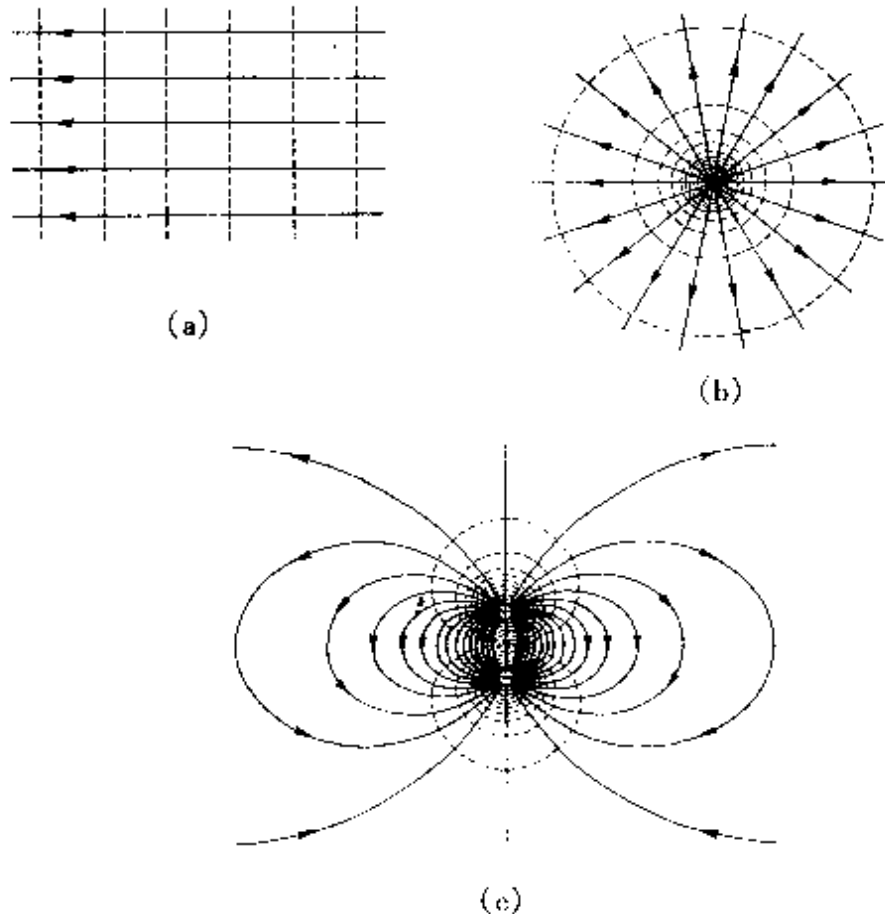


图 58 电场中的等势面

### 3. 流线图

用来表示流体质点在运动过程中速度方向的曲线叫流线,线上各处的切线方向都与该处质点运动的速度方向一致.一般情况下,流线与质点的轨迹(称迹线)是不同的,仅当流体做稳定流动时,即各处的流速虽不同但不随时间变化,这时的流线才与流体质点的运动轨迹重合.

流线图在研究流体问题中应用得很普遍.

**比较阻力**

通过用实验方法显示流线,比较在流体中不同形状的运动物体受到阻力的大小,是流线图的一个很直观的应用.

如果我们在一个水槽中注入水,在槽中央先后放入不同形状的物体,将一些不溶于水的轻小粉末小心地均匀撒布在水面上,然后设法使槽中的水缓慢而稳定地流动.水流经过物体时形成的流线就可以从粉末的分布上显示出来.图 59 为放入不同形状物体时的流线形状,可以看到,物体的形状不同,产生涡旋的程度不同,说明所受到的阻力也不同.机翼状物体后几乎看不到涡旋,表明它所受到的正面阻力很小.半环状物体以其凹面对着流体时,产生的涡旋最大,表明它所受到的阻力也最大.降落伞做成这种形状,就为了获得尽可能大的阻力,使开伞后很快就能平稳地下降.

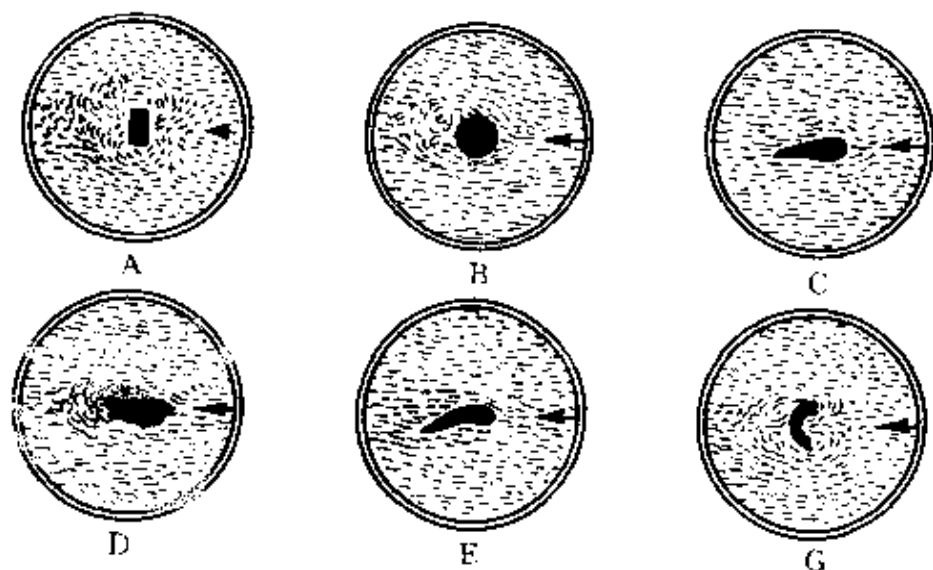


图 59 液体流过不同形状物体时的流线

如果我们把由流线围成的管子叫流管.当理想流体做稳定流动时,流管内外的流体不互相交流,流管仿佛是一层无形的刚性的壁一样.借助这样的概念,很容易导出流体力学的两个重要的关

系。

**连续性方程**

如图 60 所示,取任意两个垂直于流管的截面,流体在这两个截面处的流速分别为  $v_1$ 、 $v_2$ 。理想流体不可压缩,单位时间内流进截面  $S_1$  的流量必等于同一时间



图 60 流管

从截面  $S_2$  流出的流量,即

$$Q = v_1 S_1 = v_2 S_2.$$

上式称为连续性方程,由此可导出关系

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}.$$

这就表明,流管细的地方流速大,流管粗的地方流速小。平时看到河面窄、河水浅的地方流速大,河面宽、河水深的地方流速小,就是这个道理。

**伯努利方程**

在理想流体的稳定流动中,任取一流管,在两截面  $S_1$ 、 $S_2$  处的流速与压强分别为  $v_1$ 、 $p_1$  与  $v_2$ 、 $p_2$  (图 61)。流动时,其他流体作用在整个流管内全部流体的压力

$$F_1 = p_1 S_1, F_2 = p_2 S_2.$$

在很短时间  $\Delta t$  内,这两个力对管内流体做的功,表现为流过这两处截面一小块流体的机械能的变化,即

$$F_1 L_1 - F_2 L_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2 - \left( \frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 \right),$$

式中  $L_1 = v_1 \Delta t$ ,  $L_2 = v_2 \Delta t$ , 引入流体密度

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{S_1 v_1 \Delta t} = \frac{m}{S_2 v_2 \Delta t},$$

代入后得

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + p = \frac{1}{2}$$

$$\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2,$$

或  $\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + p = \text{恒}$

量.

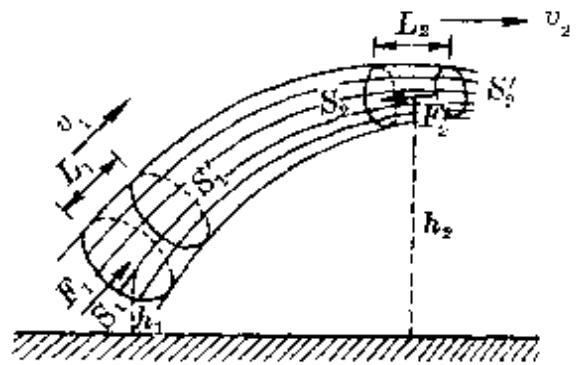


图 61 伯努利方程的推导

这个方程称为伯努利方程.它是伯努利(D. Bernoulli, 瑞士, 1700—1782)于 1738 年得出的.其实质是能的守恒和转换的反映.

采用流线(和流管)图示,利用伯努利方程,可以很方便地解释许多有关流体动力学的现象并作出定量计算.

图 62 中画出的是以速度  $v$  向左飞行的飞机的机翼.它相当于气流以速度  $v$  向右吹向静止的机翼.由于机翼上方流线被挤压,相当于流管截面积减小,因此流速增大,压强小;机翼下方

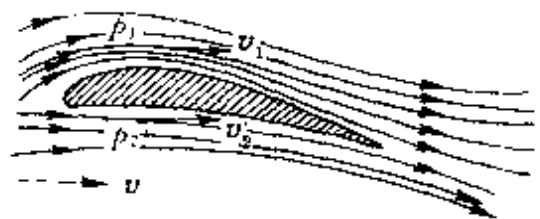


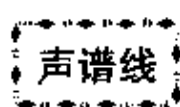
图 62 机翼上的流速不同

流管截面增大,流速减小,压强大.于是就形成了由下向上的压强差.正是由于这个压强差提供了飞机的升力.

#### 4. 谱线图

用来形象地描述某些物理量(通常为标量)的大小、高低等方面的不同,而画出的一些彼此平行的线,叫谱线.如声谱线、光谱线、能级图等.它的特点是绘制方便,容易比较.谱线图的基本功能主要体现在这样几方面.

## (1)表示同一事物的成分



如果用不同的乐器——钢琴、小提琴、大提琴、黑管等演奏同一乐曲,乐感稍强的人依然能够把它们区分出来,这是因为各种乐器演奏同一音符时,它们的振动图线不同。



图 63 钢琴的振动图象

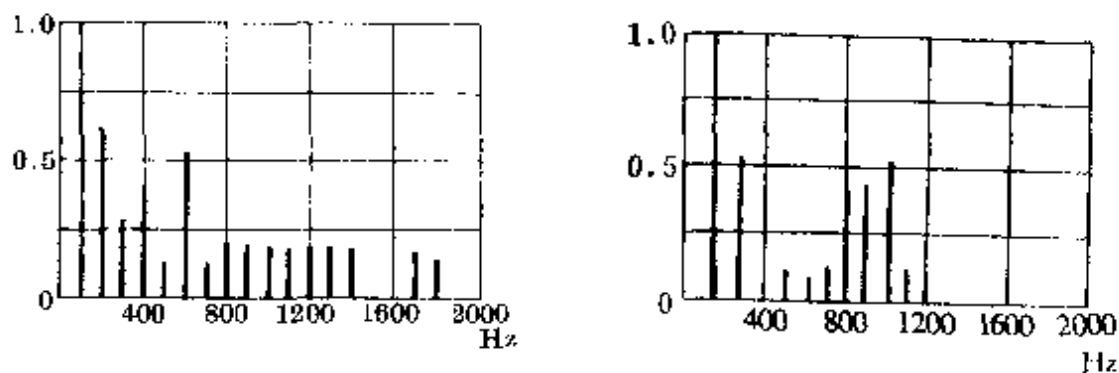


图 64 黑管的振动图象

图 63 为频率 100 赫的钢琴的振动图线,图 64 为频率 100 赫的黑管的振动图线.用专门的仪器对它们进行分析,发现它们可以分解成许多纯音,其中振幅最大的一个是 100 赫,称为基音,其余纯音的振幅都比基音的振幅小,频率都是基音频率的整数倍,统称为泛音.人们能够区分演奏同一音符的不同乐音,就是由于不同乐器发出的声音所包含泛音的振幅、频率和泛音的多少不同.乐音的这一个特性称为音品.如果我们用正弦图线把一个乐音中包含的各个不同频率、振幅的泛音表示出来,那是很复杂的,并且在同一幅图上互相重叠交织在一起,根本无法看清.为此,常采用画声谱图线的方法.图 65 所示分别为钢琴和黑管发出 100 赫乐音时的声谱图.各条声谱的长度表示各个泛音对基音的相对强度(以基音强度为 1 个单位).人们从声谱图上一目了然,钢琴演奏 100 赫乐音时包含着 15 个泛音,而黑管演奏 100 赫乐音时仅包含 9 个泛音.一般说,一个乐音包含着的泛音越多,感觉上它的音色越丰满、动听。

对乐音作出这种声谱图给我们进行声音的模拟、声音的控制





(a)钢琴

(b)黑管

图 65 钢琴和黑管 100 赫的声谱图

等提供了重要的理论依据.电子琴就是利用晶体管做成许多频率不同的振荡器发出的声音合成后才奏出逼真、动听的乐音来的;许多声控装置(如声控密码锁、声控玩具等)的设计同样离不开声谱图.

**光谱线** 自从牛顿于 1666 年发现了白光的色散现象后,对光谱的研究发展很快.继牛顿之后,沃拉斯顿(W. H. Wollaston, 1766—1828)首次观察到了太阳光谱中的黑线;基尔霍夫(G. R. Kirchhoff, 德国, 1824—1887)发现了吸收光谱与线状谱之间的对应关系.以后,又相继发现了红外线(1800 年)、紫外线(1801 年)、X 射线(1895 年)等.根据麦克斯韦光的电磁说,光是一种波长很短的电磁波,因此可以统一起来,归并到电磁波中.把各种光按频率从低到高(或波长从长到短)排列起来,就称为电磁波谱.如图 66 所示.

这样一幅电磁波谱图,仿佛是电磁波这个大家庭的一本“花名册”,使人们便于从总体上认识它们的共性及一般规律:如它们都具有反射、折射、干涉、衍射等波所特有的性质,波长越短、粒子性越明显,波动性越不明显;反之,波长越长、粒子性越不明显,波动性越明显.电磁波谱中不同的波段,又都有它们各自的个性,又都

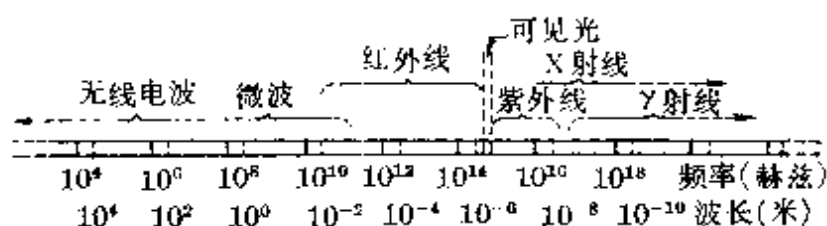


图 66 电磁波谱

可展开成一个谱线系列。

在科学研究上有很重要应用的光谱分析,就是利用可见光及其附近的一个波段.因为每种物质原子都有自己的特征谱线,正像各人有不同的指纹一样.某种元素在物质中含量达  $10^{-10}$  克,就可以从光谱中发现它的特征谱线.因此,用光谱分析法鉴别物质和确定它的化学组成,灵敏度高,反应迅速.有许多化学元素都是依靠分光技术从光谱线中发现的.如本生(R. W. Benson, 德国, 1811—1899)和基尔霍夫两人合作,分别在 1860 年和 1861 年通过分光镜发现新元素铯和铷\*. 1861 年英国物理学家和化学家克卢克斯(S. W. Crookes, 1832—1919)用分光镜检验硫酸厂的残渣时,发现能发出绿色谱线的新元素铊(thallium). 1863 年赖特(F. Reich, 德国, 1799—1882)和他的助手李希特(H. T. Richter, 德国, 1824—1898)从闪锌矿中发现新元素铟(indium). 人们还根据太阳光谱中的暗线(吸收光谱)确定太阳大气中含有氢、氦、氮、碳、氧、铁、镁、硅、钙、钠等几十种元素.

\* 西方古人曾用 caesius 一字指天空上部的蓝色,用 rubidus 表示最深的红色.因此他们把能显示出美丽的蓝色的新元素命名为铯(caesium),把能发出强烈深红色光的新元素命名铷(rubidium).

## (2)表示同一事物不同状态的特征



根据玻尔(N. Bohr, 丹麦, 1885—1962)的原子理论,氢原子核外电子只能处于一系列分立的轨道上,在这些轨道上整个原子系统的能量状态是稳定的(称为定态).可见,氢原子的能量也只能取一系列分立的数值,称为能级,如图 67 所示.

氢原子的能级图反映了同一个氢原子的一系列不同状态的特征,其最低能量(基态) $E_1 = -13.6$  电子伏特(1 电子伏特 =  $1.6 \times 10^{-19}$  焦),对应不同量子数的其他能级的能量与基态能量的关系为

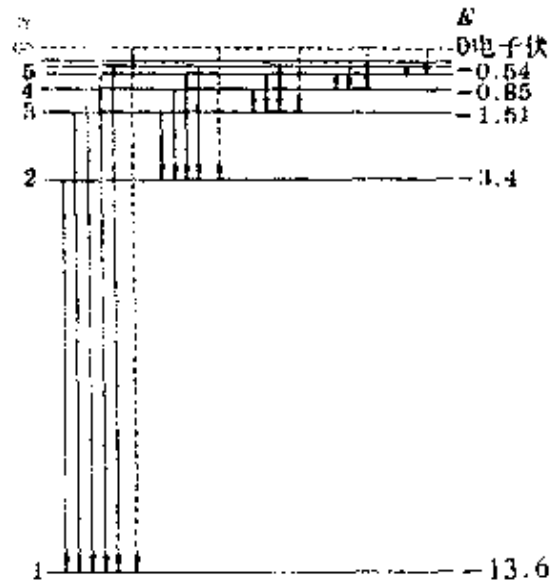


图 67 氢原子能级图

$$E_n = \frac{1}{n^2} E_1.$$

利用这幅能级图,可以成功地解释氢光谱的规律——原子光谱的产生是由于能级间的跃迁,从不同高能态跃迁到同一低能态发出的光线属于同一谱线系,遵循着同一个波长分布公式(即巴耳末公式).当年玻尔仅通过对氢光谱中巴耳末线系的研究,于 1913 年提出了他的新原子理论(玻尔理论)后,也正是从这一点上预言氢原子还应该存在其他的谱线.后来,果然于 1922 年发现了布喇开系,1924 年又发现了蓬德系.它们分别是从小于  $n_2 \geq 5$  和  $n_2 \geq 6$  的不同高能态跃迁到  $n_1 = 4$  和  $n_1 = 5$  的低能态时发出的.完全证实了玻尔的预言.

利用这幅能级图,还可以很容易判断出位于某一激发态的一群氢原子可能发出的光谱线数目.设有一群处于  $n=5$  激发态的氢原子,由于原子从高能态向低能态跃迁时有各种可能情况,如从  $n=5 \rightarrow 4, 5 \rightarrow 3, 5 \rightarrow 2, 5 \rightarrow 1$ ;  $4 \rightarrow 3, 4 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 1$ ;  $3 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 1$ ;  $2 \rightarrow 1$ .

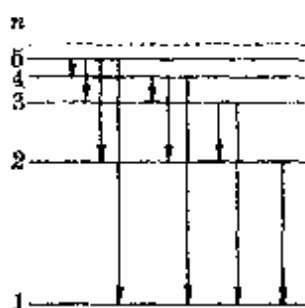


图 68 能级间跃迁

因此,这一群氢原子可能发出的不同频率的谱线共有 10 条,如图 68 所示.

**温度谱线** 仿照氢原子的能量谱线(能级),也可以对一定量物质(如水)加热升温、发生状态变化画出它的温度谱线,如图 69 所示.其中线与线的间距可以按一定比例表示吸(放)热的多少.这样一幅温度谱线图,可以形象地反映一定量物质在不同过程中热交换的多少.

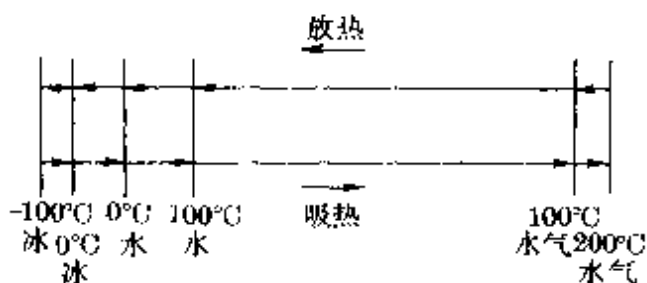


图 69 水的温度谱线(间距表示吸放热的多少)

### (3) 比较不同事物的同类属性

自然界中的客观对象有许多共同的属性,如长度(大小)、质量、能量、温度、密度、运动速度、演变时间(寿命或年龄)以及压强、频率等.在对它们进行比较时,可能没有其他方法比画出谱线图更为直观和简明.

图 70 画出的就是一幅长度谱线图(又称长度阶梯).根据目前

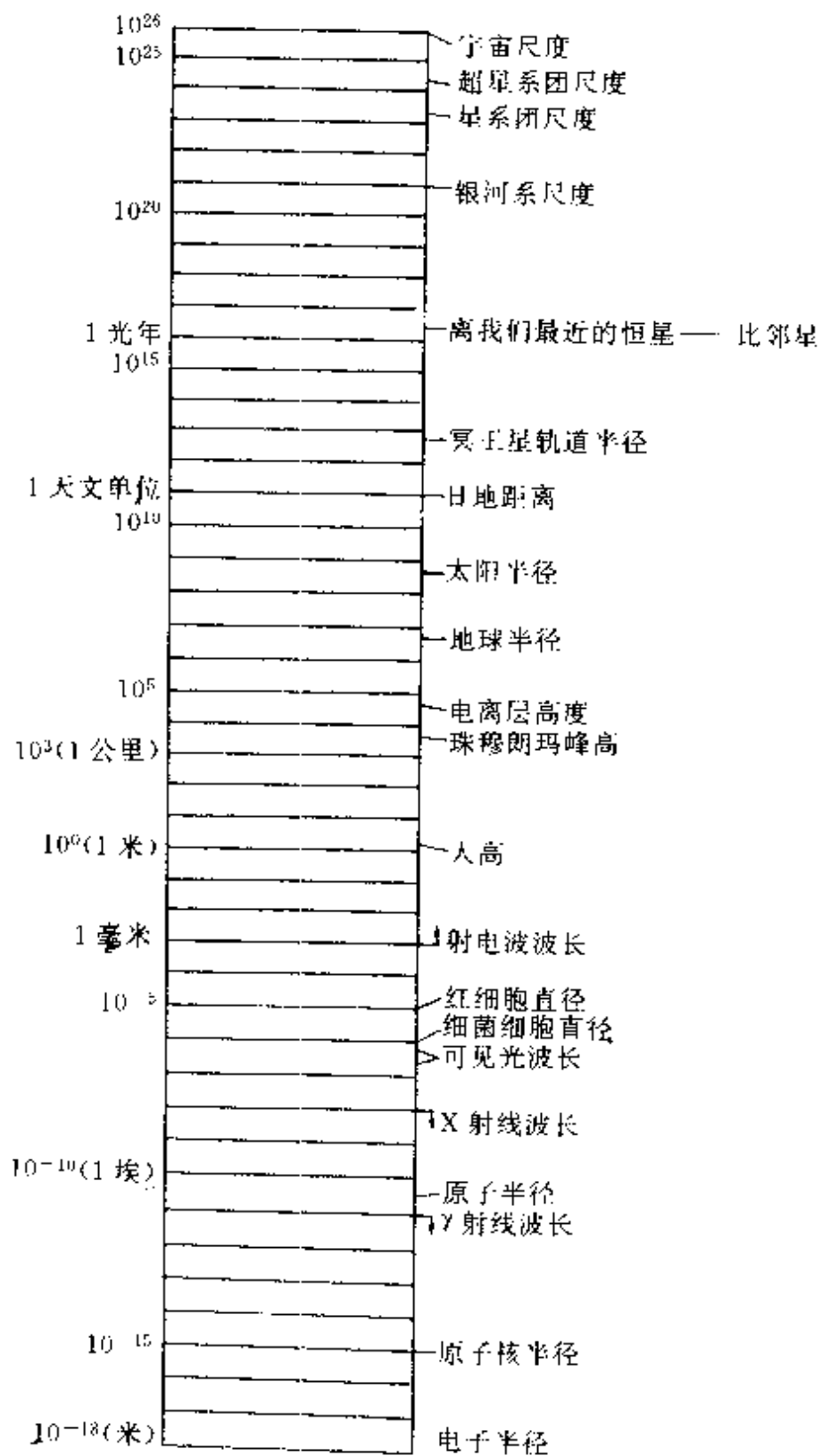


图 70 长度阶梯

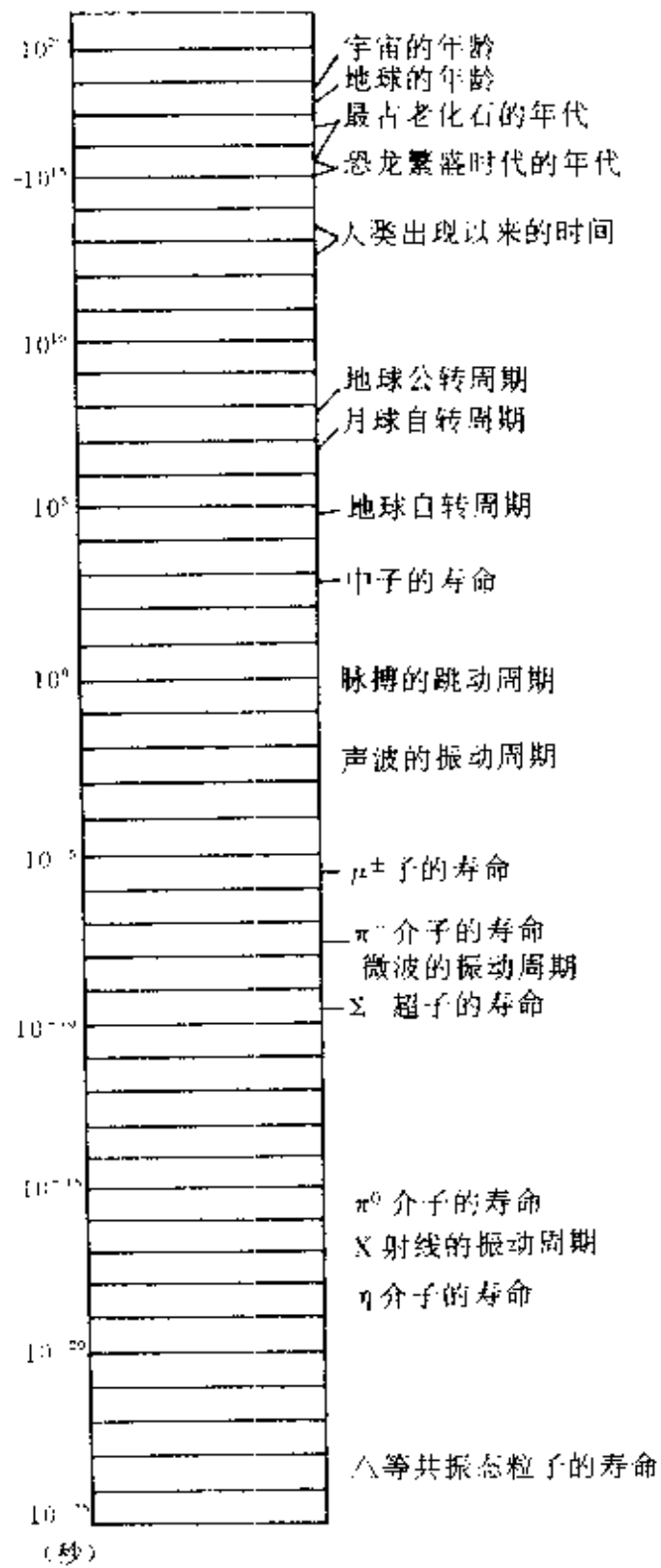


图 71 时间阶梯

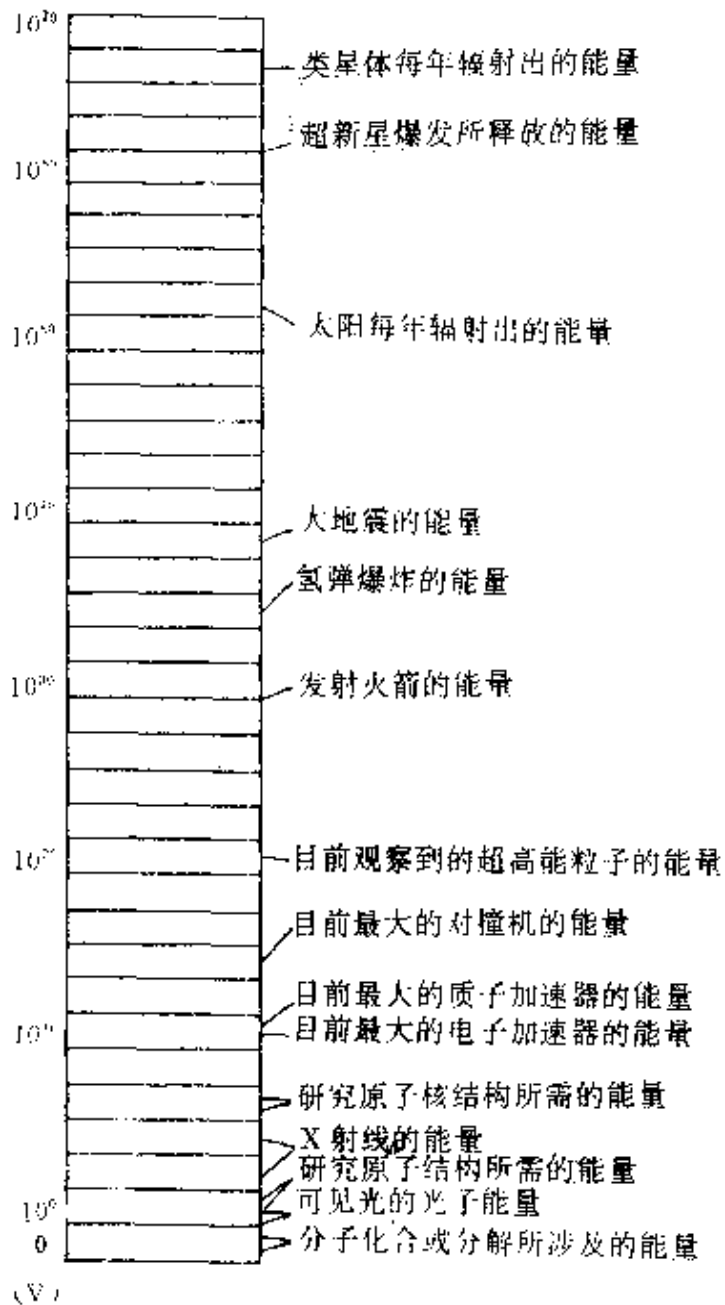


图 72 能量阶梯

人们确认的电子的直径不会大于  $10^{-18}$  米(虽然还无法精确测出), 若以它作为最小长度(线度)并以其 10 倍作为一级阶梯, 把目前能直接和间接观测所及的空间范围称为宇宙, 作为最大线度, 则其间共有 41 级阶梯. 人类相比于电子等微观粒子果然如庞然大物, 但与宇宙尺寸相比真太渺小了.

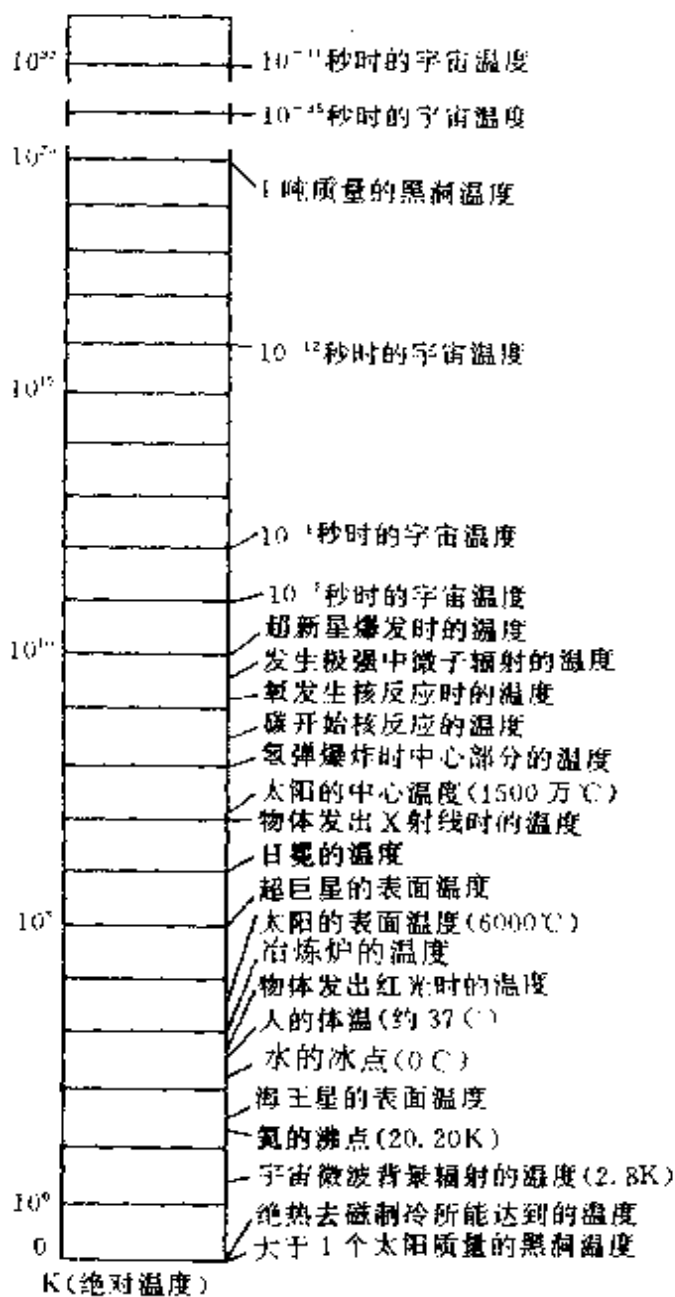


图 73 温度阶梯

图 71 是一幅时间谱线图(时间阶梯),一些基本粒子来去匆匆,寿命极短,仅约  $10^{-23}$  秒,而天体及宇宙等老寿星,年龄已长达几十亿到 100 多亿岁,真使人既赞叹事物变化之快,又感叹岁月之短暂。

对于质量、能量、密度、速度等其他物理量,同样可用谱线图

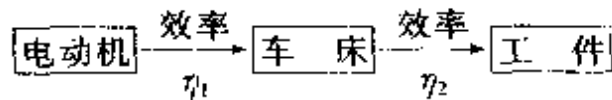


(阶梯)来比较相互间的大小,如图 72 和图 73 画出的是能量阶梯和温度阶梯.

## 5. 流程图

用来表示一个系统工作的进行程序、信号传递路径或一个物理过程发展变化方向的图,都可称为流程图.一般情况下,它并不需要给出各个具体的结构或工作状况,因此常用框图表示.这样可以便于了解一个系统的整体结构思想,有利于把握住它的基本运转原理.流程图在机械传动、管路铺设、无线电技术、光学仪器及电子计算机程序设计等方面都有广泛的应用.现举例如下.

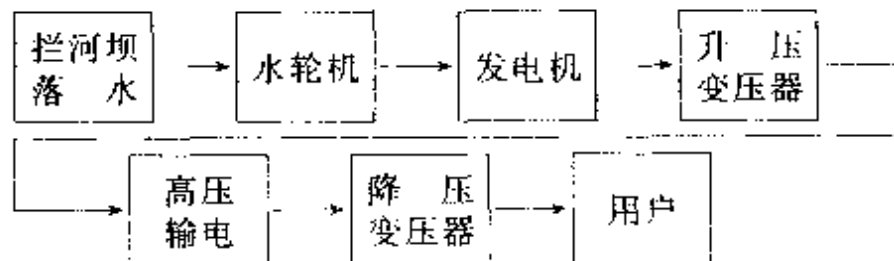
**切削加工** 用机床切割加工一个工件,其动力(功率)传递路径可用下面的方框图表示:



这就是一种流程图,如电动机的功率为  $P_0$ ,效率为  $\eta_1$ ,车床效率为  $\eta_2$ ,那么工件能得到的功率为

$$P_{\text{电}} = \eta_1 \eta_2 P_0.$$

**水力发电系统** 一个水力发电系统,最基本的结构和能量传递路径的流程图如下:



如果已知拦河坝落差  $h$ (米)、水流量  $q$ (米<sup>3</sup>/秒)、水轮机—发电机组总效率  $\eta$ ,从理论上可算出能从发电机输出的电功率(每秒的电能)为

$$P = \eta \cdot \rho g h. \quad (\rho \text{ 为水密度})$$

如果完全忽略变压器的损耗(认为是理想变压器),并规定输电线路损失为发电机输出功率的  $k\%$ ,那么立即可以算出用户所能得到的功率

$$P_{\text{用}} = (1 - k\%) P_{\text{电}}.$$

显然,在上述两种情况下画出流程图后,对问题的分析是十分有用的.

**无线电接收机** 流程图在无线电技术上更为普遍.譬如,一个最简单的无线电广播接收机(收音机)的结构——信号流程如图 74 所示.

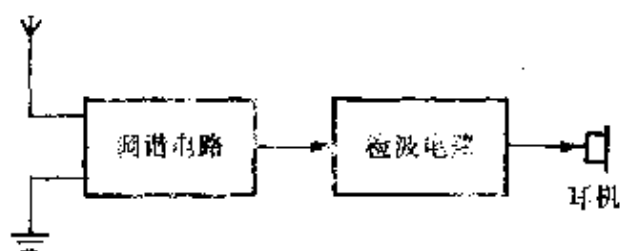


图 74 简单接收机信号流程

如果需要用扬声器放音,一般还可加一级高频放大(简称高放)、加一至二级低频放大(简称低放),其信号流程如图 75 所示.

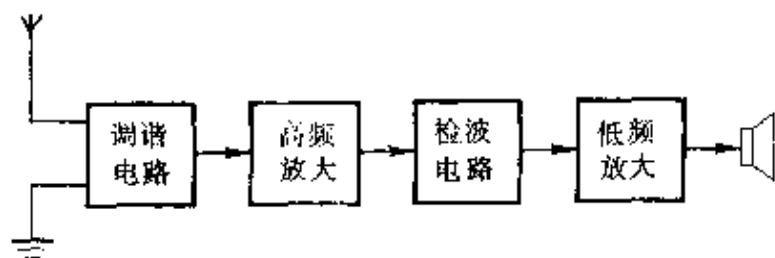


图 75 有放大电路的接收机信号流程

实用的收音机,为了进一步提高灵敏度和选择性,改善音质,

使声音更加逼真、悦耳、动听,绝大部分都采用“超外差式”线路——机内装有一个振荡器(称本机振荡器),其振荡频率始终比经过调谐电路接收到的外来讯号频率高 465kHz(利用同轴的双联电容器),然后把它与外来讯号一起送到变频管,两者相混后变成固定的 465kHz 的中频输出.由于这个中频固定在 465kHz,因此中频放大器可以针对它设计得具有较高的增益(放大倍数),这样就可以较大地提高灵敏度,同时也有利于改善选择性和失真度.经中放(一至二级)后的讯号再经检波、低放,然后由扬声器发声.其讯号流程如图 76 所示.

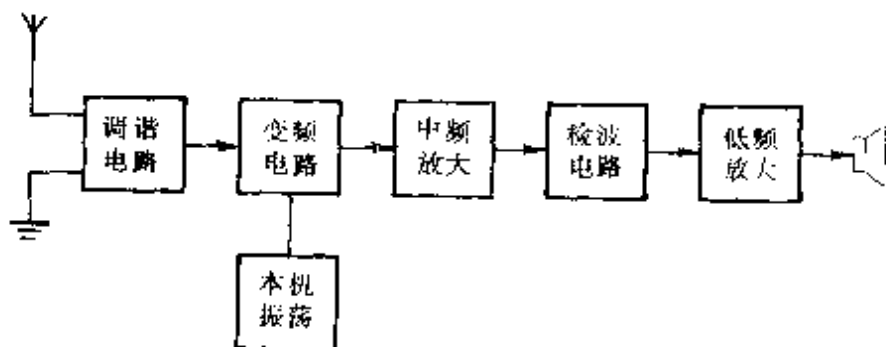


图 76 超外差接收机信号流程

在无线电技术(以及其他应用电子技术)中,框图有着很重要的意义,它不仅有利于对整机的分解学习,也给测试、检修及设计提供了方便.

### 高速摄影机

光学技术中的流程图,反映的就是光路控制过程.图 77 就是一架高速摄影机的光路图.

来自景物动作的光束经过物镜和快门,形成目标的图像,然后用一个主透镜把这个图像调焦到转动反射镜上,光束从反射镜反射回来,通过一系列透镜,再把图像成在高速乳胶胶卷上.

用一幅光路流程图,寥寥数语,就可将一架现代化的高速摄影

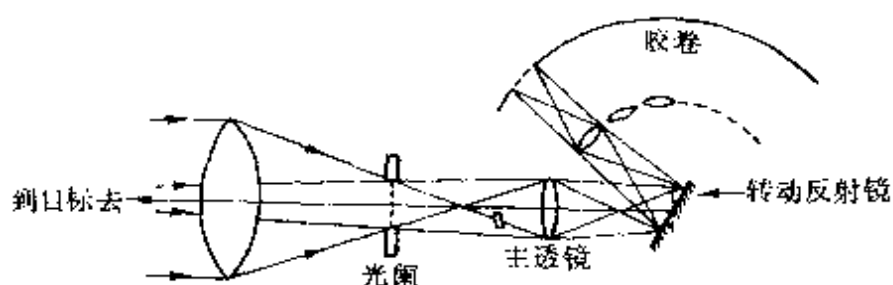
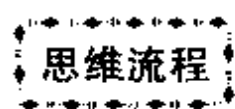


图 77 高速摄影机光路图

机的概况和盘托出。



思维流程 流程图的含义还可扩展到大脑活动过程中去。平时说的解题思路，其实就是分析、研究问题的思维流程。

如图 78 电路中，当滑动变阻器  $R_1$  的滑动头上移时，要求两个电流表  $A_1$ 、 $A_2$  的读数变化时，思维流程可表示为：

$$P \text{ 上移} \rightarrow R_1 \uparrow \rightarrow (R_1 // R_2) \uparrow$$

$$\rightarrow R_{\text{外}} \uparrow \rightarrow I \downarrow \rightarrow \begin{cases} U_{\text{内}} \downarrow \\ U_{R_3} \downarrow \end{cases}$$

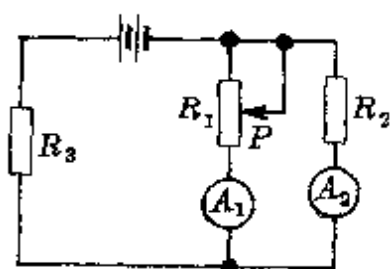


图 78 电路分析

$$U_{\text{并}} \uparrow \rightarrow I_2 \uparrow \rightarrow I_1 \downarrow \text{ (电流表 } A_1 \text{ 示数变小)}$$

如果能经常有意识地注意思维流程的安排——从如何着手、发展，如何不断纠偏、调整，最终又是如何从纷杂的思绪中选取最优的方案——必将迅速提高你在未知世界探求中的导航能力。

随着科学的发展，人们正在尝试操纵电脑来识别人脑的思维模式，研制开发能够阅读大脑思想的电脑。可以预料，终有一天人类能把自己的内心活动显示在荧光屏上。那时，思维流程就真正图示化了。

## 四、中学物理中常用的图象

任何一个物理公式 都可以用图象来描述. 因此, 对图象的研究在中学物理中有着极为重要的意义. 下面, 我们选择与中学物理关系最为密切的图象并就其特点及在中学物理中的反映, 分别作一介绍.

### 1. 正比例函数图象

**定义与实例**

变量  $x$  和  $y$  之间满足关系式

$$y = kx$$

的函数形式, 称为正比例函数. 在  $x$ - $y$  直角坐标系中是一条通过坐标原点的倾斜直线. 其斜率表示比例系数  $k$  的大小, 即

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha,$$

如图 79 所示.

在中学物理中, 有许多物理量之间的关系遵循着正比例函数关系. 例如:

初速为零的匀加速直线运动中速度与时间的关系

$$v = at.$$

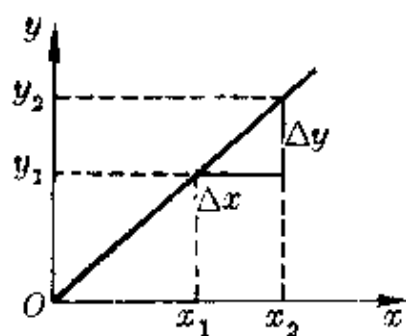


图 79 正比例函数图象

在弹性限度内,弹簧的弹力与形变量(伸长量或压缩量)之间的关系

$$F = kx.$$

一定质量理想气体发生等容变化时压强与绝对温度的关系;  
发生等压变化时体积与绝对温度的关系

$$p = cT, V = c'T. (c, c' \text{ 为常数})$$

电容器的带电量与两板间电势差的关系

$$Q = CU.$$

光从空气射入透明介质时入射角正弦与折射角正弦的关系

$$\sin i = n \sin r.$$

.....

如果分别画出上述函数关系的  $v-t$  图、 $F-x$  图、 $p-T$  图、 $V-T$  图、 $Q-U$  图、 $\sin i - \sin r$  图,可以看到,它们都是形如图 79 的一条倾斜直线.

### 斜率与面积

正比例函数图象中有两个重要的特征量——图线的斜率和图线下方的面积.它们在不同的物理规律中有时会有具体的特定的含义.例如:

匀加速直线运动的  $v-t$  图,其斜率表示加速度的大小,图线下方某段时间内的面积,表示这段时间内的位移(图 80).

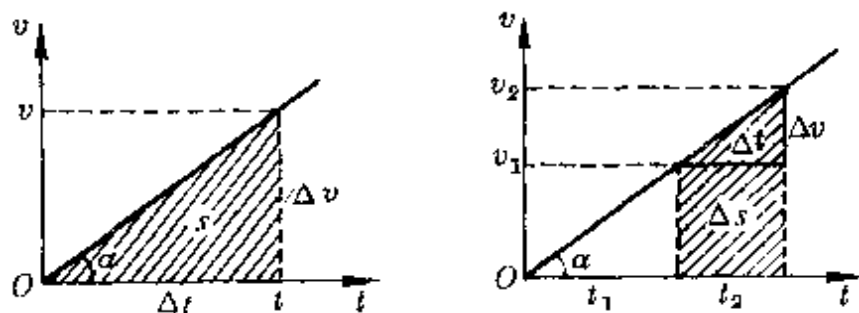


图 80 斜率与面积

即

$$a = \frac{v}{t} = \operatorname{tg}\alpha, \quad s = \frac{1}{2} at^2.$$

同理,在某一段时间间隔  $\Delta t = t_2 - t_1$  内的位移,等于图线下方相应的一块梯形面积(图 80),其值为

$$\Delta s = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)(t_2 - t_1) = \frac{1}{2} a(t_2^2 - t_1^2).$$

弹簧形变时的  $F-x$  图,其斜率表示弹簧的劲度系数,图线下方在某段位移中的面积表示弹簧端点发生这段位移时弹力功的大小(图 81),即

$$k = \frac{F}{x} = \operatorname{tg}\alpha, \quad W = \frac{1}{2} kx^2.$$

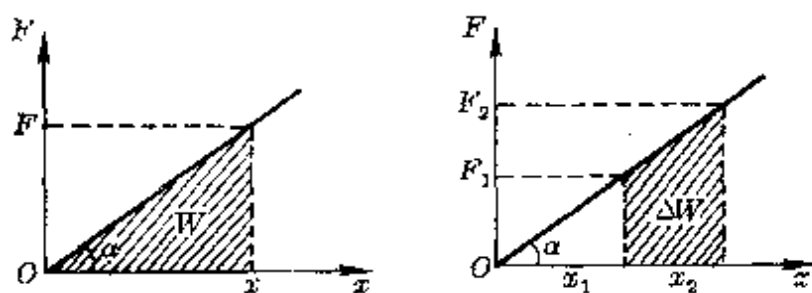


图 81 弹力功

同理,在位移区间  $\Delta x = x_2 - x_1$  内弹力的功(图 81),应为

$$\Delta W = \frac{1}{2}(F_1 + F_2)(x_2 - x_1) = \frac{1}{2} k(x_2^2 - x_1^2).$$

值得注意的是,实际应用中不能用直接量出角度或用几何方法算出面积的方法去确定正比例图象中的斜率和面积所对应的物理量.因为物理图象的横坐标和纵坐标可以有不同的分度,对应于同一个物理规律,选用坐标轴的分度不同,图线的倾角大小、相应时间内图线下方的面积大小都会不同,但斜率和面积的特性始终

不变.

## 2. 反比例函数图象

### 定义与实例

变量  $x$  和  $y$  之间满足关系式

$$xy = k (k \text{ 为常数})$$

的函数,称为反比例函数.在  $x$ - $y$  直角坐标系中是一条以横轴和纵轴为渐近线的双曲线.曲线上每一点到两坐标轴的距离之积为常数,如图 82 所示.

中学物理中,有许多物理量之间的关系遵循着反比例函数关系.例如:

作用在物体上的合外力一定时,物体的质量与其加速度之间的关系

$$ma = F(\text{定值}).$$

机械的输出功率一定时,牵引力与牵引速度之间的关系

$$Fv = P(\text{定值}).$$

温度一定时,一定质量理想气体的压强与其体积的关系

$$pV = C(\text{定值}).$$

有时,对于有三个以上物理量的公式,在一定条件下也可构成反比例关系.例如向心力公式

$$F = m \frac{v^2}{R},$$

当运动物体的质量  $m$ 、线速度  $v$  一定时,运动物体的向心力与其运动半径  $R$  成反比例.

### 面积

中学物理中的反比例函数图象,其图线下方的面积,只有少数情况下有一定的实际含义而被运用.如一定质

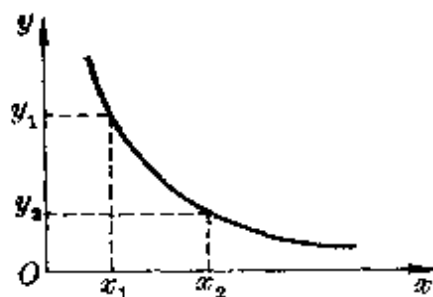


图 82 反比例函数



量理想气体等温变化时的  $p$ - $V$  图线 (图 83), 它与横轴之间的一块面积表示了在这个等温过程中气体膨胀时对外所做的功的大小(或气体被等温压缩时外界对气体做功的大小).

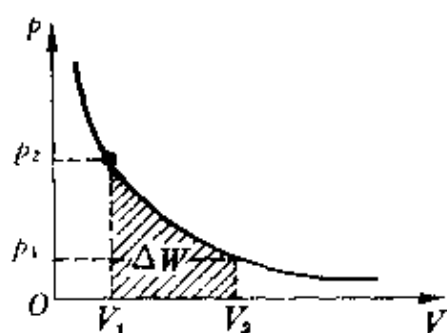


图 83 气体膨胀的功

这个道理, 我们可以从等温变化、运用极限思想推理而得到. 如图

84(a)所示, 设想有一个气缸中的封闭气体发生等压膨胀, 使活塞从原来位置  $A$  处推到位置  $B$ , 这个过程中气体推动活塞做的功

$$W = F\Delta l = p_0 S\Delta l = p_0 \Delta V.$$

式中  $S$  为活塞面积,  $\Delta l$  为活塞移动距离. 在  $p$ - $V$  图上它相当于图线下方相应部分的一块面积[图 84(b)].

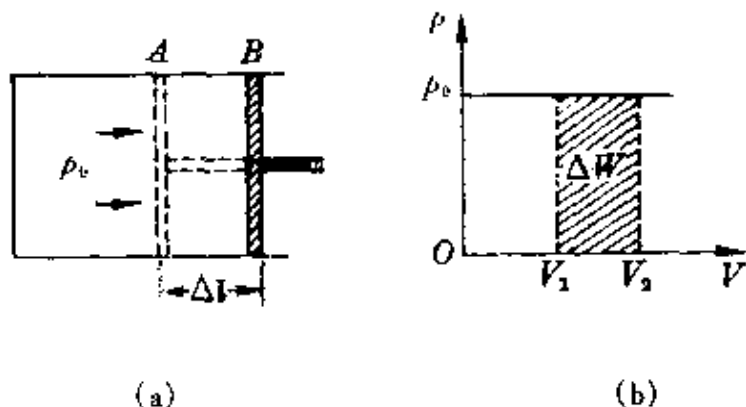


图 84 等压膨胀的功

当压强变化时, 可设想将整个膨胀过程(或压缩过程)分成许多极小的区间, 每个区间( $\Delta V$ )足够小时, 可认为其间的压强不变, 因此每个小区间内气体膨胀时的功为

$$\Delta W_i = p_i \Delta V_i,$$

整个膨胀过程中气体所做的功等于各区间内气体作微小膨胀时做功之和, 即

$$\begin{aligned}\Delta W &= \Delta W_1 + \Delta W_2 + \cdots + \Delta W_i + \cdots \\ &= p_1 \Delta V_1 + p_2 \Delta V_2 + \cdots + p_i \Delta V_i + \cdots\end{aligned}$$

它的数值正好等于图线下方相应体积区间内的一块面积,如图 85 所示.

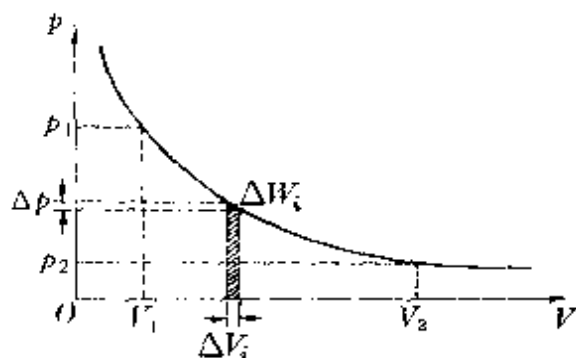


图 85 微小变化中看作等压膨胀

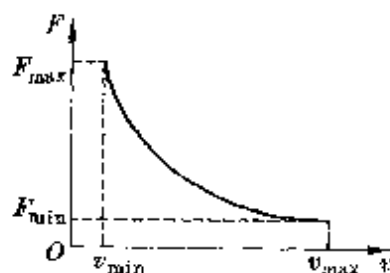


图 86  $F-v$  的制约关系

必须注意,在物理学中运用反比例图象时,两个物理量之间往往还需受到实际物理条件的制约.如机械的额定功率一定时, $F-v$ 的关系,由于实际机械的牵引力和牵引速度都会受到机械结构、材料强度和摩擦等因素的影响,它们都有一定的限值,因此  $F$  与  $v$  的反比关系也仅在一定范围内才成立.画出的图线两端都有“终点”,不能随心所欲无限延伸.如图 86 所示.

### 3. 一次函数图象

**定义与实例**

变量  $x$  和  $y$  之间满足关系式

$$ax + by + c = 0$$

的函数形式,都称为一次函数(线性函数).其图象如图 87 所示.

在中学物理中,有许多物理量之间遵循着一次函数关系.例如:

初速不为零的匀变速运动中的瞬时速度与时间的关系

$$v_t = v_0 + at, \quad \text{或} \quad v_t = v_0 - at.$$

一定质量理想气体发生等压变化过程中体积与温度之间的关系,发生等容变化过程中压强与温度之间的关系

$$V_t = V_0 + \beta V_0 t = V_0 + \frac{V_0}{273} t,$$

$$p_t = p_0 + \gamma p_0 t = p_0 + \frac{p_0}{273} t.$$

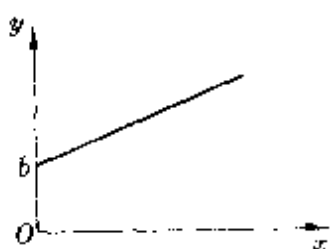


图 87 一次函数图象

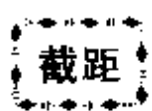
式中  $\beta$ 、 $\gamma$  分别称为气体的体膨胀系数和压强系数,其值都等于  $\frac{1}{273}$ .  $V_0$ 、 $p_0$  是  $0^\circ\text{C}$  时的体积与压强.

闭合电路中的路端电压与电流强度之间的关系

$$U = \mathcal{E} - Ir.$$

光电效应现象中,从阴极发射的光电子的最大初动能与入射光能量(或入射光频率)之间的关系

$$E_k = h\nu - h\nu_0.$$



**截距** 截距是一次函数的一个重要特征量,在物理学中,符合一次函数关系的公式,其图象的截距往往也都有一定的物理意义.例如:

匀变速直线运动的  $v-t$  图如图 88 所示.其横截距  $\left(-\frac{v_0}{a}\right)$ ,表示物体在计时前由静止开始运动的时刻,纵截距  $v_0$  表示开始计时时( $t=0$ )物体的瞬时速度.

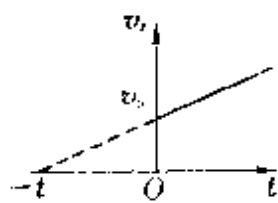


图 88 匀变速直线

运动  $v-t$  图

一定质量理想气体发生等压变化和等温变化时的  $V-t$  图与  $p-t$  图分别如图 89 和图 90 所示,它们的横截距都为  $t = -273^\circ\text{C}$ ,称为绝对零度.纵截距分别为  $V_0$ 、 $p_0$ ,表示这一定量气体在  $0^\circ\text{C}$  时的体积和压强.

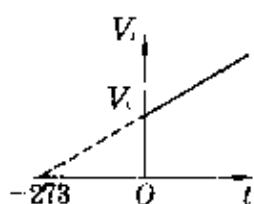


图 89 理想气体  $V-t$  图

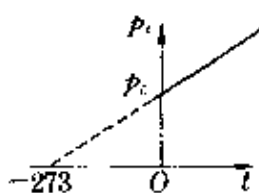


图 90 理想气体  $p-t$  图

闭合电路中路端电压与电流强度的图象如图 91 所示, 它的横截距和纵截距分别表示短路电流  $I_s$  ( $I_s = \frac{\mathcal{E}}{r}$ ) 和电源电动势  $\mathcal{E}$ .

光电效应中光电子的最大初动能与入射光频率之间的关系如图 92 所示, 它的横截距表示极限频率  $\nu_0$ .

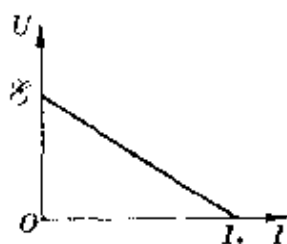


图 91 全电路的  $U-I$  图

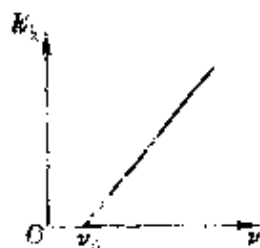
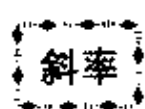


图 92 光电效应中  $E_k-\nu$  图



一次函数图象与横轴间夹角的正切称为斜率. 它在不同的物理规律中也有它不同的含义. 现以上述中学物

理公式列表比较如下:

物理规律	图象斜率大小的物理意义
$v_t = v_0 \pm at$	表示加速度的大小, $k = a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
$V_t = V_0 + \frac{V_0}{273}t$	表示体膨胀系数, $k = \frac{V_0}{273} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$
$p_t = p_0 + \frac{p_0}{273}t$	表示压强系数, $k = \frac{p_0}{273} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$
$U = \mathcal{E} - Ir$	表示内阻大小, $k = r = \frac{\Delta U}{\Delta I}$
$E_k = h\nu - h\nu_0$	表示普朗克常量, $k = h = \frac{\Delta E_k}{\Delta \nu}$

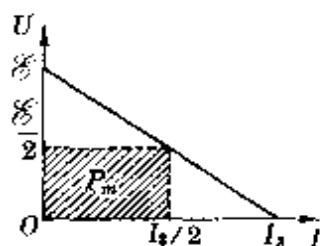
**面积**

一次函数图象与横轴间所夹的面积(或一组  $x, y$  值的乘积), 在某些物理规律中也有一定的含义. 例如:

匀变速直线运动的  $v-t$  图中(图 80), 图线下方相应的一块面积表示运动物体在这段时间内的位移.

闭合电路的  $U-I$  图中(图 93), 与图线上某点对应的一组横坐标与纵坐标的乘积表示电源的输出功率, 即

$$P = UI.$$



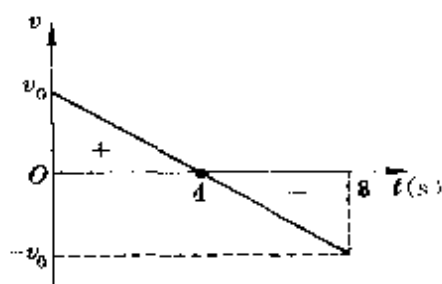
根据几何知识很容易判知, 当  $U = \frac{\mathcal{E}}{2}, I =$  图 93 用图线求功率

$\frac{1}{2} I_s = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{E}}{r}$  时, 由图线上这一对数据构成的面积最大, 表示电源输出功率最大. 其值为

$$P_m = \frac{\mathcal{E}}{2} \cdot \frac{I_s}{2} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}.$$

一次函数的这三个特征量常会在物理图象中得到综合应用.

如在一个很高的塔上以初速  $v_0 = 40$  米/秒竖直向上抛出一个小球. 由于上升过程和下落过程加速度恒为  $g$ , 画出的  $v-t$  图如图 94 所示, 其斜率大小等于  $g$ .



根据初速  $v_0$  和图线斜率很容易判知: 图 94 上抛物体  $v-t$  图

小球经时间  $t = 4$  秒, 到达最高点 ( $v = 0$ ).

在抛出后  $t < 4$  秒的时间内,  $v > 0$ , 表示小球在上升过程中;  $t > 4$  秒后,  $v < 0$ , 表示小球在下落过程中. 抛出后经  $t = 8$  秒落回抛出点, 并且落回抛出点的速度大小与抛出时相同.

在  $t < 4$  秒内, 图线与  $t$  轴间所夹面积为正值, 表示小球的位移为正(球在抛出点上方), 在  $t < 8$  秒内, 图线与  $t$  轴间所夹面积的代数和为正, 表示小球的位移仍为正, 即球仍在抛出点上方. 当  $t > 8$  秒后, 由于图线与  $t$  轴下方面积值大于图线与  $t$  轴上方面积值, 小球的位移为负, 表示球已回落到抛出点下方.

#### 4. 二次函数图象

二次函数图象有抛物线、双曲线及椭圆等. 现分别介绍如下.

**抛物线** 抛物线是中学物理较常用的二次函数曲线. 其标准式为

$$y = ax^2 + bx + c.$$

在直角坐标中, 其图线对称于  $x = -\frac{b}{2a}$  的直线, 顶点坐标为  $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$ ,

如图 95 所示.

当  $a > 0$  时, 图线开口向上, 函数有极小值

$$y_{\min} = \frac{4ac - b^2}{4a}.$$

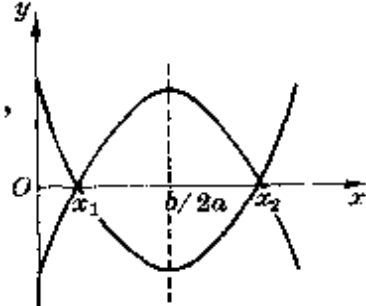


图 95 抛物线

当  $a < 0$  时, 图线开口向下, 函数有极大值

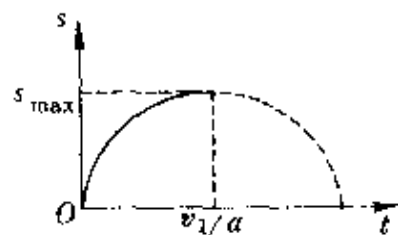
$$y_{\max} = \frac{4ac - b^2}{4a}.$$

例如, 物体做匀减速直线运动时, 位移与时间之间是一个二次函数的关系, 其公式为

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} at^2.$$

在  $s-t$  直角坐标中画出的图象如图 96 所示, 可见其最大位移为

$$s_{\max} = \frac{-v_0^2}{4\left(-\frac{1}{2}a\right)} = \frac{v_0^2}{2a}$$

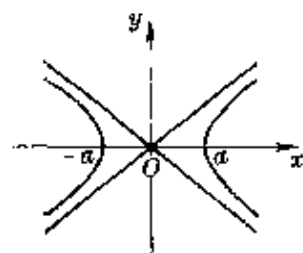


此外,如物体在恒定重力场中的平抛运动、斜抛运动;带电粒子在恒定电场中与场强方向成某一角度( $0^\circ$ 和 $180^\circ$ 除外)射入后的运动(不计带电粒子的重力)等,其运动轨迹都是抛物线.

### 双曲线

双曲线的标准式是  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

在直角坐标系中,其图象是以  $\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right) = 0$  和  $\left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right) = 0$  为渐近线,顶点坐标为  $x = \pm a$  的两条曲线,如图 97 所示.



在中学物理中双曲线的典型问题是波的干涉.

设两相干波源  $S_1$ 、 $S_2$  的振动方程分别为

$$x_1 = A_1 \cos \omega t, x_2 = A_2 \cos \omega t.$$

图 97 双曲线

它们发出的两波到达其连线中垂线上各点时,其波程差为零,始终同相到达,振动加强,合振幅为  $(A_1 + A_2)$ ,振动方程为

$$x = x_1 + x_2 = (A_1 + A_2) \cos \omega t.$$

在中垂线两边离两波源的程差等于波长整数倍(或半波长偶数倍)的各点(在图 98 中为实线与实线的交点),两分振动也同相到达,振动加强.

在中垂线两边另一些离两波源的程差等于半波长奇数倍的各点(在图 98 中为实线与虚线的交点),两波引起的振动相位差是

180°, 始终反相到达, 振动减弱, 合振幅为  $(A_1 - A_2)$ , 振动方程为

$$x = x_1 - x_2 = (A_1 - A_2) \cos \omega t.$$

所以, 以中垂线为对称面把这些点连结起来时, 就形成一簇双曲线. 由于位于这些双曲线上的点, 到达两波源的距离之差不变, 这些点是固定的加强与减弱, 互相间隔排列, 因而形成漂亮的干涉图样.

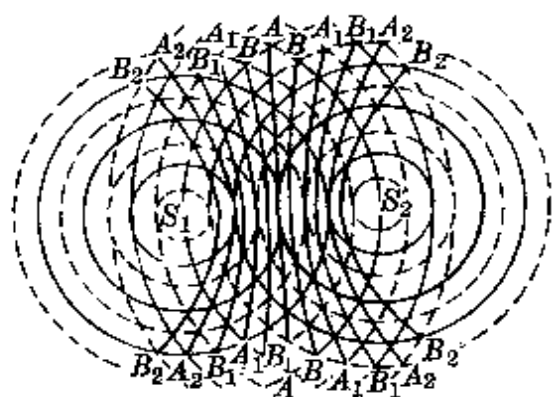
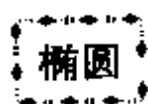


图 98 水波干涉



椭圆的标准式是  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

在直角坐标中, 其图象与  $x$  轴、 $y$  轴的交点分别为  $(\pm a, 0)$  及  $(0, \pm b)$ , 如图 99 所示.  $a$ 、 $b$  分别称为椭圆的半长轴与半短轴.

天体中的卫星和行星在中心天体引力的作用下绕中心天体沿椭圆轨道运动, 是一个最典型的实例.

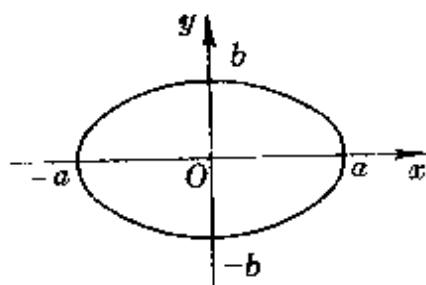


图 99 椭圆

单摆振动过程中, 摆球的运动速度  $v$  与它对平衡位置的位移  $x$  之间的关系, 也是按照椭圆曲线规律变化的.

如图 100 所示, 设摆球质量为  $m$ , 摆长为  $l$ , 摆动中的最大偏角为  $\alpha$ , 振幅为  $A$  ( $Oa = A$ ), 当摆球在偏角  $\beta$  的某位置时位移为  $x$ , 则由机械能守恒定律, 有

$$mgl(1 - \cos \alpha) = \frac{1}{2} mv_x^2 + mgl(1 - \cos \beta).$$

得  $v_x^2 = 2gl(\cos \beta - \cos \alpha)$ .



连结  $Oc$  和  $Oa$ , 对  $\triangle OaO'$  和  $\triangle OcO'$  运用余弦定理, 有

$$Oa^2 = A^2 = 2l^2(1 - \cos\alpha), \quad Oc^2 = x^2 = 2l^2(1 - \cos\beta).$$

即 
$$\cos\alpha = 1 - \frac{A^2}{2l^2}, \quad \cos\beta = 1 - \frac{x^2}{2l^2}.$$

把它们代入  $v_x$  的表达式, 得 
$$v_x^2 = \frac{g}{l}(A^2 - x^2).$$

把它变形后, 可写成 
$$\frac{v_x^2}{\frac{g}{l}A^2} + \frac{x^2}{A^2} = 1.$$

这是一个椭圆方程, 其图象如图 101 所示.

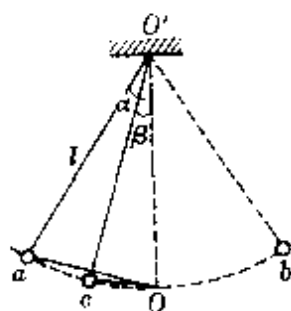


图 100

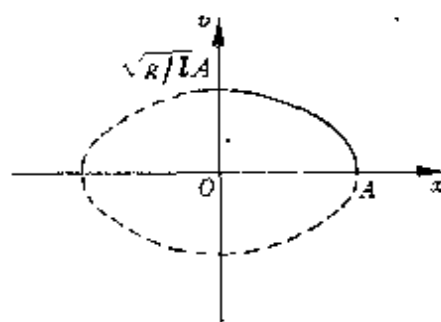
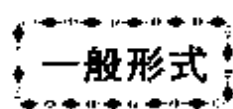


图 101

## 5. 三角函数图象

三角函数在中学物理中的应用非常普遍, 其中尤以正弦函数和余弦函数更为常用. 现以正弦函数为例重点介绍.



正弦函数的一般表达式是

$$y = A\sin(\omega x + \varphi_0).$$

图 102 中画出两个正弦函数  $y_1 = A\sin\omega x$ ,  $y_2 = A\sin(\omega x + \varphi_0)$  的图象.

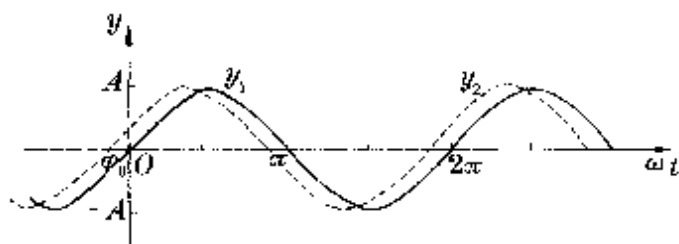


图 102 两个有相位差的正弦函数图象

**特征量**

正弦函数图象上有特征意义的量有：

(1) 最大值、角频率、初相

最大值  $A$ ——表示按正弦规律变化过程中  $y$  的最大取值(通常以绝对值表示)。

角频率  $\omega$ ——表示正弦函数做周期性变化时的变化快慢, 又称圆频率. 它与变化周期  $T$  及变化频率(1 秒内完成周期性变化的次数)  $f$  的关系为

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f.$$

初相  $\varphi_0$ ——表示正弦函数初始状态的量。

(2) 平均值

正弦函数是一个周期函数, 它在一个周期内一半取正值(图线在  $x$  轴上方), 一半取负值(图线在  $x$  轴下方). 因此, 整个周期内的平均值为零. 通常说正弦函数的平均值, 指的是  $1/4$  周期内的平均值。

**实例**

关于正弦函数各特征量的意义, 在中学物理问题中可以有很具体的体现。

如图 103(a)所示,在磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中,放置一个面积为  $S(ab \cdot ad = S)$  的矩形线圈,共绕  $n$  匝,它可以绕垂直于磁场的水平轴以角速度  $\omega$  逆时针方向转动.

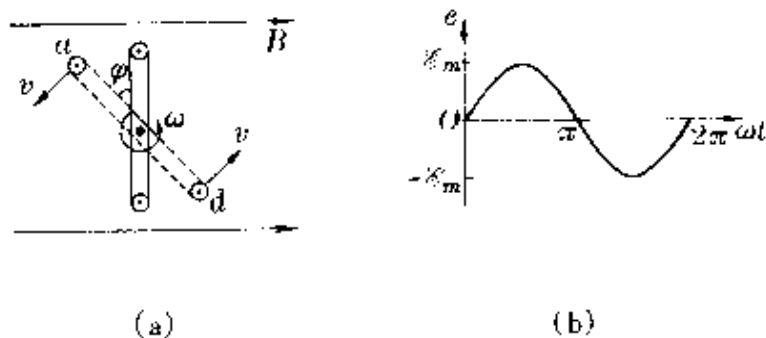


图 103 交流电的产生及图象

设在  $t = 0$  时,线圈平面垂直磁感线(即处于中性面),经时间  $t$  后,线圈转过角度  $\theta = \omega t$ ,线圈的两条有效边切割磁感线产生的感应电动势为

$$e = n \cdot 2Bl_{ab}v \sin\theta = n \cdot 2Bl_{ab} \cdot \omega \frac{l_{ad}}{2} \cdot \sin\omega t \\ = nB\omega S \sin\omega t = \mathcal{E}_m \sin\omega t.$$

式中  $\mathcal{E}_m = nB\omega S$  称为电动势的最大值,  $\omega$  称为圆频率,画出的图象如图 103(b)所示,称为正弦交流电.

如果  $t = 0$  时,线圈平面已与中性面有夹角  $\varphi_0$ ,则经时间  $t$  后,线圈平面与中性面的夹角变为  $\varphi = \varphi_0 + \omega t$ ,因此线圈中感应电动势的表达式为

$$e = \mathcal{E}_m \sin(\omega t + \varphi_0).$$

式中  $\varphi_0$  就称为初相,画出的图象如图 104 所示,相当于把  $e = \mathcal{E}_m \sin\omega t$  的图象沿横轴向左平移.

通常我们把交流电的最大值、角频率、初相称为交流电的三要素,知道了三要素,就可以写出函数式,画出图象,也就是这个正弦

函数完全被确定了。

正弦交流电在某段时间内的平均值与所取时间间隔有关。以  $t = 0$  时线圈位于中性面的情况为例, 在  $\Delta t = T/4$  内的平均感应电动势为

$$\begin{aligned}\bar{\mathcal{E}} &= n \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = n \frac{BS}{\frac{1}{4}T} = n \frac{BS}{\frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{\omega}} = \frac{2}{\pi} nB\omega S \\ &= \frac{2}{\pi} \mathcal{E}_m = 0.637 \mathcal{E}_m.\end{aligned}$$

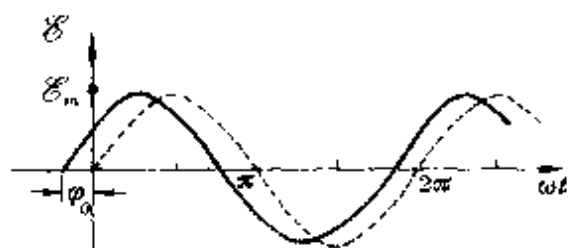


图 104 初相不为零的交流电图象

实用上, 常把这个值称为正弦交流电的平均值。

在中学物理中, 除了上述五类图象外, 还会遇到其他一些函数图象。例如, 放射性元素按指数函数规律衰变。原来质量为  $m_0$ 、半衰期为  $\tau$  的放射性元素, 经时间  $t$  后剩下的质量数为

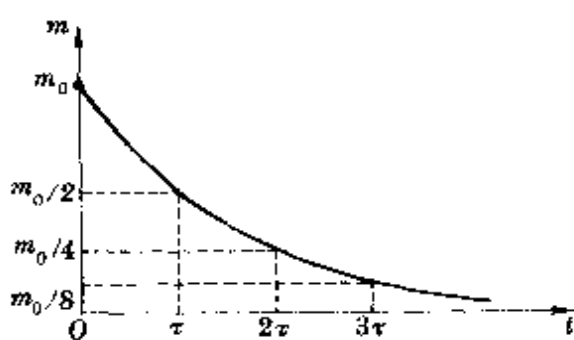


图 105 衰变规律

$$m = m_0 \left( \frac{1}{2} \right)^{t/\tau}.$$

画出的图象如图 105 所示。

还有一些图象, 由于在中学阶段还无法得出它们的解析式, 只能通过实验进行描绘(如电容放电曲线等)或用示波器直接显示(如阻尼振荡图象等)。

有时, 为了更直观地显示物理量之间的关系和便于绘制, 常采用“变曲为直”的方法, 使非线性图象线性化。例如:

验证牛顿第二定律的实验中,保持外力  $F$  一定,研究物体的加速度与质量的关系时,可以把横坐标改为  $\frac{1}{M}$ ,这样就把原来  $a$  与  $M$  成反比的关系转换成  $a$  与  $\frac{1}{M}$  成正比的关系,在  $a-\frac{1}{M}$  直角坐标系中画出的图象是一条通过原点的倾斜直线,如图 106 所示.

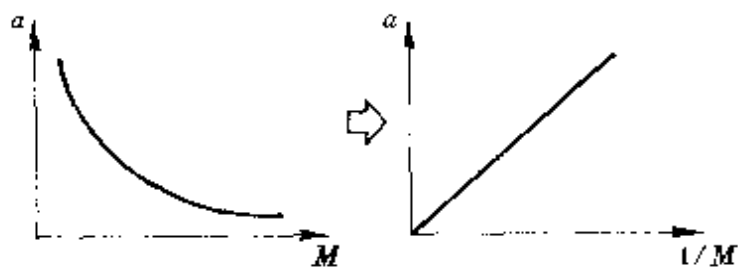


图 106 曲线图象转换成直线图象

必须认识到,无论做怎样的变换,在物理学中的任何图象,其最终目的都是为了服务于物理.

## 五、图示与图象对学习和运用 物理知识的指导作用

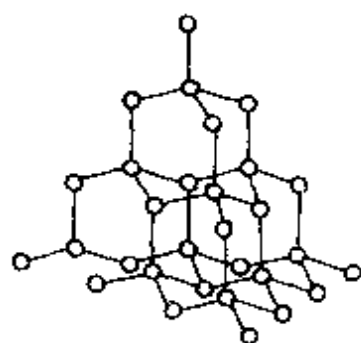
图示(包括示意图)和图象是一种形象的语言,它往往能飞越冗长的文字长河,给人以直观、鲜明的形象.学习物理离不开图.图示和图象在物理教学中的功能,归纳起来,主要体现在以下几方面.

### 1. 描述物理现象

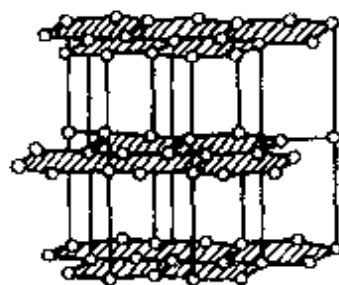
物理现象的描述有多种方法,可以用文字记叙、数据列表、实验再现等.其中用图示和图象来描述,可以说是物理学中最基本、最常用的方法.从力学中简单的受力图、物体运动状态图、电学中各种电路图、光学中的光路控制、成像技术到原子结构、能级间跃迁以及反映各物理量间关系的各种图线等,每一部分都离不开图.许多地方在描述物理现象上还显示出它独特的功用.



金刚石和石墨都由碳原子构成,金刚石坚硬无比,石墨松软滑润.两者何以有如此强烈的反差特性呢?如果用语言描述它们的原子结构,从而说明其宏观特性的差异,用冗长的一段文字也许还难以把它们原子的排列(空间点阵)说得透彻.倘若画出了它们的空间点阵结构图(图 107),两者力学性质上的差异便一目了然.



金刚石的空间点阵



石墨的空间点阵

图 107

**多普勒效应**

多普勒效应是指波源和观察者相对于介质运动时,观察者发觉波的频率会有所改变的现象.用图示法很容易理解这个道理\*.

图 108 表示波源(如汽笛)和观察者都相对地面静止.设某瞬间,汽笛声波的波前刚好到达观察者,经过  $t = 1$  秒后,波前推进了距离  $u$  ( $u$  为波速,由  $v = \lambda f$  知,图中的圆圈数相当于波的频率),从波源发出的声波的波阵面一个个间隔均匀地通过观察者,因此观察者也就不会感到频率的变化.

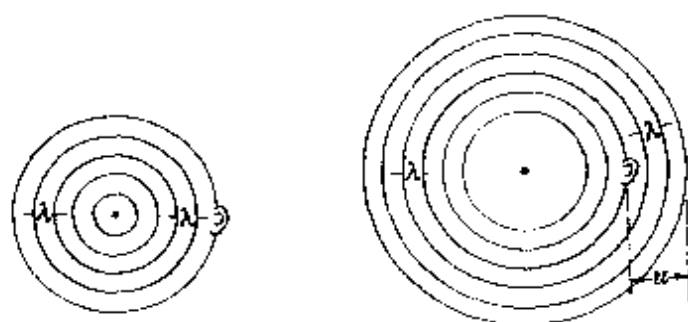


图 108 观察者与波源都不动

\* 关于多普勒现象的理论分析,可参阅本丛书《对称》.

当观察者向着静止的波源运动时,从波源发出的声波的波阵面仍一个个间隔均匀地向前传播,由于观察者的运动,1秒钟内通过观察者的波阵面比观察者静止时多,观察者感到的频率升高(图 109).

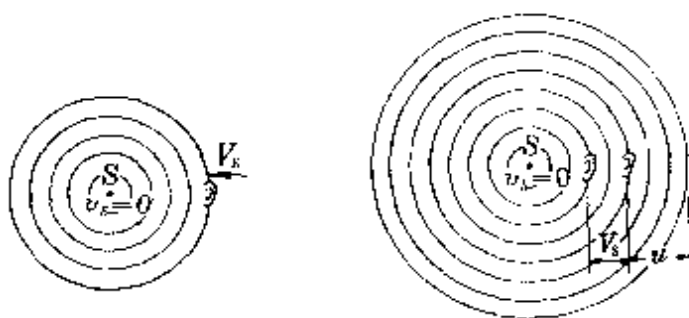


图 109 观察者运动波源不动

当波源向着静止的观察者运动时,由于作为波阵面的球心(声源)在不断前移(每经过时间  $T$  球心前移  $v_s T$ ,  $v_s$  为波源的速度),使前方波阵面挤紧(相当于波长缩短),每秒内观察者接收到的声波的波阵面增加,感到的频率当然升高了(图 110).不用一个算

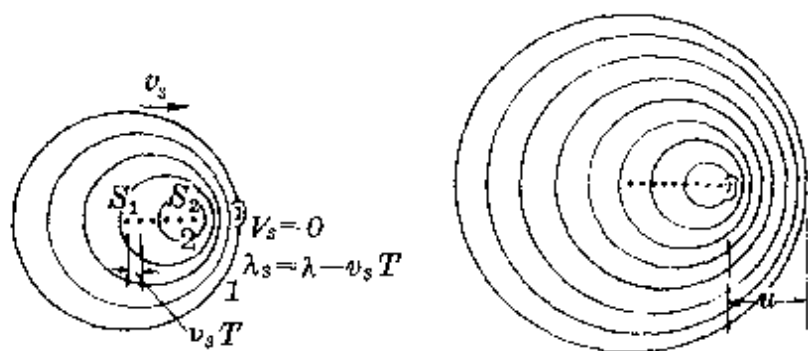


图 110 波源运动而观察者不动

式,用不了几句话,一个中学生陌生的现象已完全可被领悟.

气体分子  
速率分布

分子动理论指出,所有各种物质的分子始终不停地做着无规则的热运动.在某一定状态下,各个分子的运动速率大小不同.用热力学方法,虽然无法测



定(也没有必要测定)组成物质的各个分子的速率大小,但可以通过实验测定一定状态下不同速率区间内分子数的相对比例。

下表就是 0°C 和 100°C 时氧分子速率的分布情况。

速率区间 (米/秒)	不同温度各速率区间分子数的百分率%	
	0°C	100°C
100 以下	1.4	0.7
100 ~ 200	8.1	5.4
200 ~ 300	17.0	11.9
300 ~ 400	21.4	17.4
400 ~ 500	20.4	18.6
500 ~ 600	15.1	16.7
600 ~ 700	9.2	12.9
700 ~ 800	4.5	7.9
800 ~ 900	2.0	4.6
900 以上	0.9	3.9

这就是用数据表对现象的描述.如果改用图示法,可以显得更为直观.如图 111 所示,这种图称为直方图,它可以反映事件的分布特点.由图可知,0°C 时大多数氧分子速率的数量级为  $10^2$  米/秒,速率很低和很高的分子数占的比例很小.温度升高,直方图中速率的峰值向着速率大的方向移动,表示速率大的分子所占的比例有所增加。

麦克斯韦(J. C. Maxwell, 英国, 1831—1879)通过研究,找出了气体分子速率的分布函数,就可以用连续的曲线对气体分子速率分布现象作出更为精细的描述.如图 112 所示.这种分布曲线,称为麦克斯韦速率分布.温度升高,分子速率普遍增大.其峰值右移。

这样一幅图象就把隐藏在总体上无序的分子热运动中的微妙规律形象地揭示出来了。

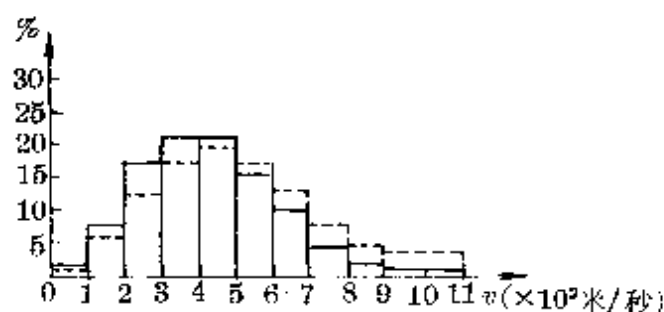


图 111 气体分子速率分布直方图

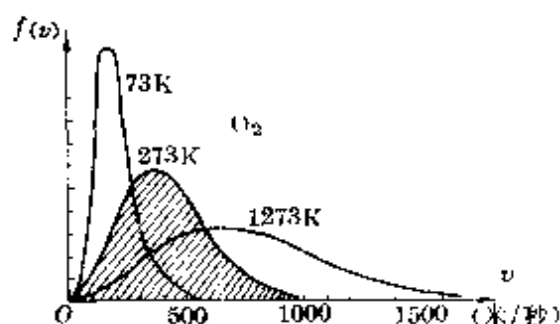


图 112 麦克斯韦速率分布曲线

## 2. 反映动态特性

物理图示虽然在一定程度上也能反映出物理现象或过程的动态特性,但多数情况下,图示法侧重于描述的是静态现象,或“定格”于运动变化过程中某个瞬间的状态,采用函数图象的方法,才能更好地反映物理现象(或过程)的动态特性.通常需要通过实验测定或根据物理规律对现象的研究,找出与某个物理现象相关的各物理量间的函数关系(简单情况中可作定性分析),然后画出图象.这样,就可以把某个现象(或过程)的发生、发展、变化的趋势显示出来了。

图的这种功能,在中学物理的各个领域有着十分丰富、生动的内容.

**收尾速度**

雨滴在空中下落,可以简化为只受重力和空气阻力的作用.随着下落速度的增大,雨滴所受的阻力也变大,因此,一定质量的雨滴在空中下落的运动,开始是一种变加速运动.当雨滴速度增大到它所受阻力和重力相等时,雨滴开始匀速下降.这一速度,通常称它为收尾速度,雨滴下落过程中速度—时间图象大致如图 113 所示.

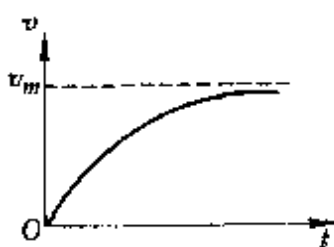


图 113 雨滴收尾速度

机车(或汽车)在平直道路上从启动到匀速运动的过程与雨滴的下落也很相似.只是机车(或汽车)的牵引力(动力)是变化的,其发动机的输出功率和所受阻力恒定\*.运动过程中牵引力和速度的制约关系如图 114 所示.车辆启动后,速度较小时(如  $v_1$ ),牵引力( $F_1$ )较大,车辆加速运动,加速度

$$a_1 = \frac{F_1 - \mu mg}{m} > 0.$$

随着车速逐渐增大,牵引力按反比关系逐渐减小,加速度减小,即

$$a_2 = \frac{F_2 - \mu mg}{m} < a_1.$$

当速度增大到牵引力恰等于阻力时,车辆的加速度为零,速度达最大值  $v_m$ .以后就进入匀速运动的

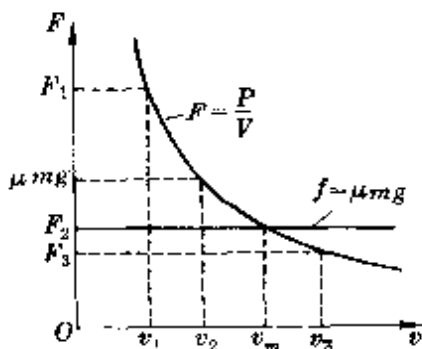


图 114 汽车收尾速度

\* 在中学物理中,通常不考虑速度对摩擦力的影响和不计风力的作用,阻力可认为恒定.

状态.车速不会再自行增大或降低.从图线可知,若车速继续增大到  $v_3$  ( $v_3 > v_m$ ),此时的牵引力  $F_3 < \text{阻力 } f$ ,车立即要做减速运动,使车速又降回到  $v_m$  而达平衡状态.这个  $v_m$  值,也可称作车辆运动中的收尾速度.这样一幅  $F-v$  图,清楚显现了车辆运动的动态特性.

**分子力**

分子运动论指出,两个分子相距较远时(如  $10^{-9}$  米),分子间仅有相互吸引力,称为范德瓦耳力,随着两个分子间距的减小,引力增大,引力和间距的关系为

$$f_{引} \propto \frac{1}{r^7}.$$

但当两个分子接近到它们的电子云开始重叠时,同时存在相互间的斥力.随着分子继续接近,斥力的增大要比引力的增大快得多.斥力与间距的关系可以表示为

$$f_{斥} \propto \frac{1}{r^n}. \text{ (式中 } n \text{ 是比 } 7 \text{ 大的整数)}$$

当分子间距减小到某个值  $r_0$  时,  $f_{斥} = f_{引}$ ,每个分子所受的合力为零.  $r_0$  便是两个分子处于平衡时的距离,它的数量级为  $10^{-10}$  米.

每个分子受到的引力和斥力以及两者间的合力随分子间距  $r$  的变化如图 115 所示.

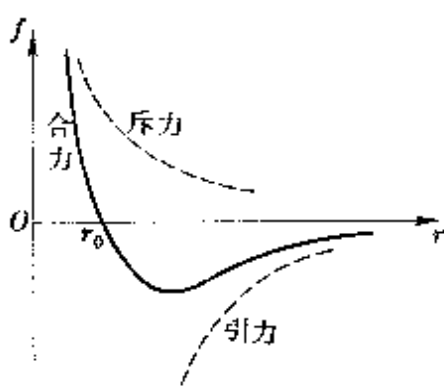


图 115 分子力

分子间相互作用很复杂,在中学物理中,一般也不给出相互作用力随间距变化的函数关系,但画出了这样一幅图象,分子力随间距而变化的动态特性已尽收眼底.

**P-R 图**

在电动势和内阻一定的直流电源上,接入不同阻值的外电阻时,电源的输出功率不同.由

$$P = I^2 R = \left( \frac{\mathcal{E}}{R + r} \right)^2 R,$$

画出的输出功率随外电阻  $R$  变化的图线如图 116 所示.

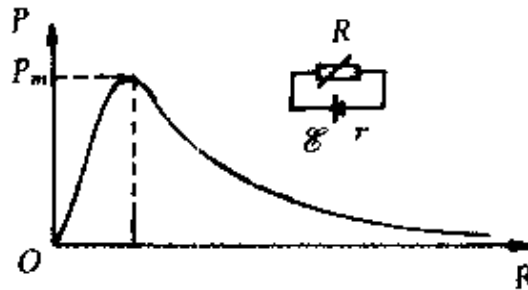


图 116  $P$ - $R$  图线

由图可知,在  $R > r$  和  $R < r$  的范围内,外电阻增大或减小时,引起输出功率的变化是不同的.利用图 116 所揭示的动态特性,可以很有效地帮助我们作出判断.

如图 117 电路中,  $A$ 、 $B$ 、 $C$  是三个相同的小灯,其电阻  $R$  大于电源内阻.把滑动变阻器  $R_0$  的滑动头左移时,要求判断此时输出功率的大小变化.

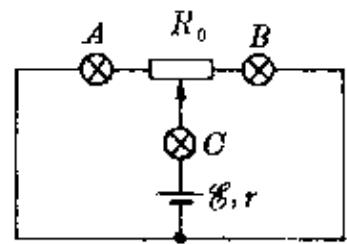


图 117

倘若我们熟悉输出功率随  $R$  变化的图线,上述问题就转化为判断外电阻大小的变化.由数学知识很容易看出,滑动头左移时,两并联分路的总电阻减小,整个外电路的电阻减小,由于  $R_{外} > r$ ,因此由图 116 可知,电源的输出功率将会增大.

如果用电路计算方法作出上述判断,会显得非常麻烦.有兴趣的读者不妨自行练习比较.



静态工作点是表征晶体管放大器工作状态的一个概念.图 118(a)是一个简单的晶体三极管放

大电路,输入交流信号通过  $C_1$  加到晶体管的发射极与基极之间,形成变化的基极电流  $i_b$ ,由于三极管的放大作用,在集电极输出放

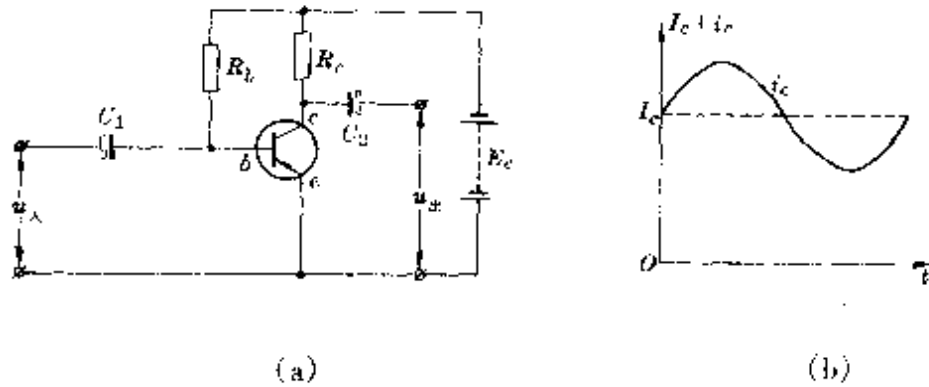


图 118 三极管放大电路与输出信号

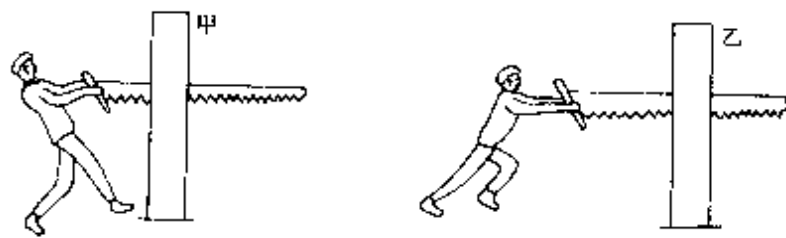
大了的集电极电流  $i_c$ ,并通过  $C_2$  输出交流信号。

实际上,图 118 中的放大电路,在无讯号输入时,由直流电源通过偏流电阻  $R_b$  已给三极管提供了一个恒定的基极电流  $I_b$ ,从而形成一个恒定的集电极电流  $I_c$  ( $I_b = \frac{E_c - U_{be}}{R_b} \approx \frac{E_c}{R_b}$ ,  $I_c = \beta I_b$ )。因此,集电极输出的交流电流,是在原恒定电流  $I_c$  基础上作的变动,如图 118(b)所示。

无信号输入时,晶体管的集电极电流  $I_c$  和集电极与发射极之间的直流电压  $U_{ce}$ ,称为放大器的静态工作点。

为什么需要给晶体管放大器设置一个静态工作点呢?简单地讲,就是要给它找一个合适的工作状态,这与锯木料时需给人选择一个合适的站位是一样的道理,如图 119 所示站位不合适,就不能完全发挥人和锯条的作用。

根据静态时的直流电压  $U_{ce} = E_c - I_c R_c$ ,可作出直流负载线,如图 120 所示,晶体管在不同输入电流  $I_b$  时的输出特性线 ( $U_{ce}-I_c$  曲线)如图 121 的一组曲线所示,直流负载线与输出特性线的交点



人站得太靠前, 只有近端  
锯条能工作

人站得太靠后, 只有远端  
锯条在工作

图 119 锯木时人的站位

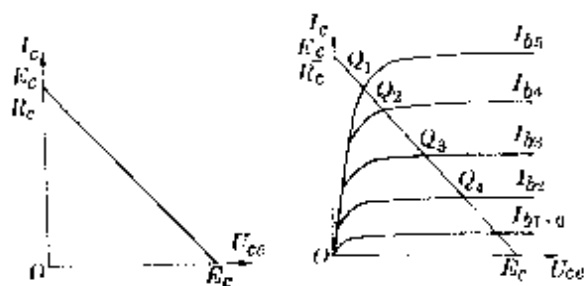


图 120 直流负载线

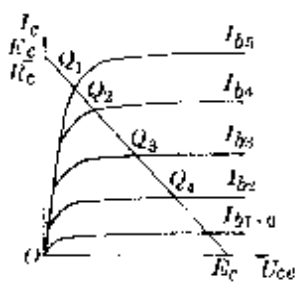


图 121 输出特性线

(如图中  $Q_1$ 、 $Q_2$ 、 $Q_3$ 、 $Q_4$  等) 就是静态工作点, 不同的工作点有不同的  $I_b$ 、 $I_c$ 、 $U_{ce}$  值. 当输入交流信号引起变化的  $i_b$  时, 相应的  $i_c$  和  $u_{ce}$  就以  $Q$  点所对应的值为中心发生变化. 如图 122 所示.

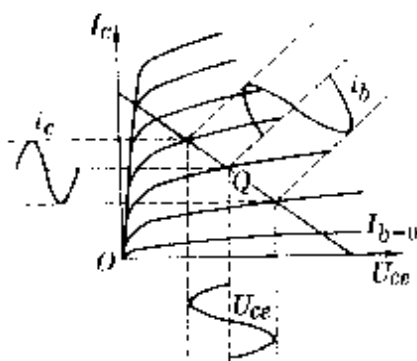


图 122 合适的工作点能  
不失真地放大

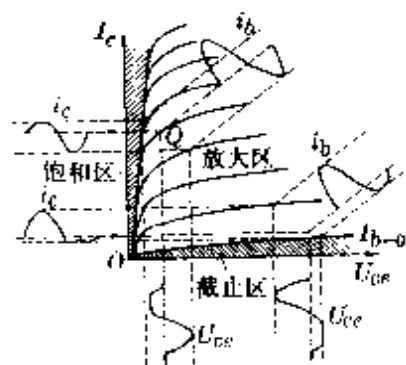


图 123 工作点不合适出  
现畸变

如果工作点选择得不合适,太靠近左上方或右下方,当有交流信号输入时,由于受输出特性曲线的限制,它们只能分别在半个周期内有不失真的放大作用,因此会使输出信号出现严重的畸变.如图 123 所示.

在无线电技术中,可以说,没有其他方法比用这种图象更能清楚地说明其放大特性了.

利用物理图象,不仅能反映物理现象(或过程)发生渐变的动态特性,还能把事物发展、变化过程中的阶段性、突变点较直观地显示出来.

**E、U 分布** 场强和电势的分布,是对静电场研究的两个重要问题,它们在某些界面两侧往往会发生突变,在函数式中即对应着不同的定义域,用图象来表示会显得更醒目.

如图 124(a)是一个电量为  $Q$  的均匀带电球壳的场强分布,图 124(b)是它的电势分布.由图可知,在  $r < R$  时,各处场强为零,电势处处相等;在  $r > R$  时,整个球壳可以看作一个电量集中在球心的点电荷,随着离开球心的距离  $r$ ,分别以  $\frac{1}{r^2}$  与  $\frac{1}{r}$  减小.在  $r = R$  处,就是场强和电势突变点.

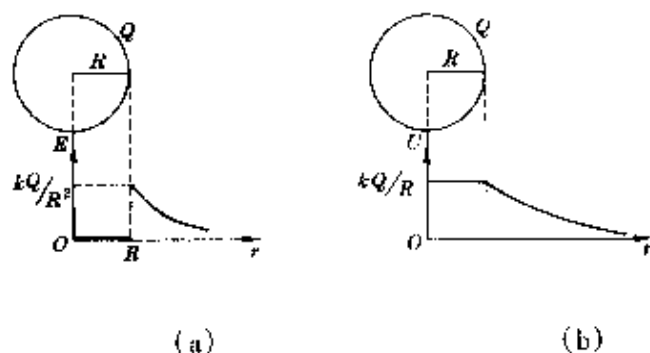


图 124 均匀带电球壳的场强分布与电势分布



### **$m-u$ 图象**

凸透镜成像的放大率与物距有关,由放大率的定义结合成像公式可知

$$m = \frac{|v|}{u} = \frac{f}{|u-f|}$$

画出的  $m-u$  图象如图 125 所示. 在  $u < f$  时,总是成放大的虚像;在  $u > f$  时,会出现放大、等大小、缩小的实像等多种情况. 在  $u = f$  时,图线发生了突变,对应它是虚、实分界点. 一幅图象已把物体从贴着光心逐渐向无限远处移动时成像的动态变化特性和盘托出.

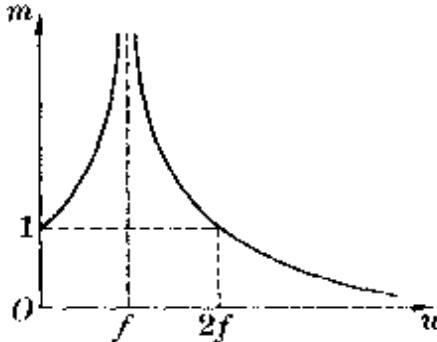


图 125  $m-u$  图象

### 3. 启发科学思维

无论是图示或图象(包括示意图)

由于它自身所具有的直观、生动的特性,常能有效地启发人们的科学思维,并且可以作为一种分析、研究物理问题的手段和直接用来解决物理问题的有力工具.

常发现有些学生,面对物理问题束手无策,难以下手.其中很重要的一个原因,是他们在学习中不重视图的功能,没有学会作图分析.

### **找到入口**

**例 1** 一个学生在学习气体性质时,遇到这样一个问题:氧气瓶的容积 32 升,充足后氧气的压强是 130 个大气压.某厂吹玻璃需用氧气,平均每天使用 1 个大气压下的氧气 400 升,规定氧气瓶内的压强降到 10 个大气压时就应重新充气.试问:一瓶氧气该厂可用几天?假设使用过程中氧气的温度不变.

这个学生去请教老师时,老师并没有多说几句话,而是引导学

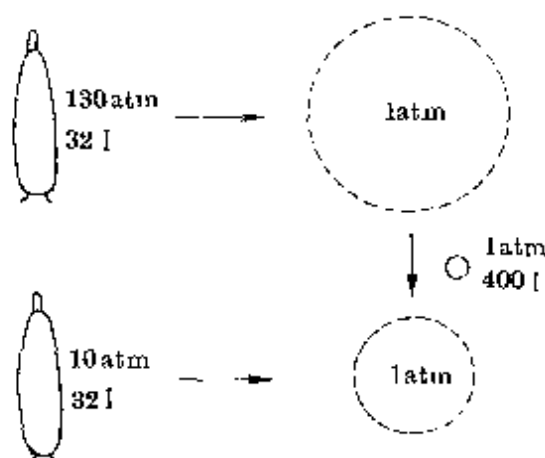


图 126

生根据题意画出了这样一幅图(图 126).结果,学生自己立即领悟了.

**例 2** 电子枪中的电子,经  $U = 1000$  伏电势差加速后沿图 127 中直线  $aa'$  射出,要求击中与出射方向成  $\theta$  角、距枪口为  $d$  的靶  $M$ ,应加上怎样的磁场? 已知  $d = 5$  厘米,  $\theta = 60^\circ$ ,电子质量  $m = 9.1 \times 10^{-31}$  千克,电量  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  库.

要求击中  $M$ ,电子应以顺时针方向做圆周运动,必须加上垂直纸面向内的磁场.  $aM$  连线就是电子做圆周运动的一条弦,其圆心必在出射方向的垂线与  $aM$  中垂线的交点,如图 128 中  $O$  点所示.画出了这样一幅图,由几何知识可算出圆半径,由静电场加速和洛仑兹力做向心力列出算式,这个题目立即可解.显然,这里通过作图、确定圆心,就是通向解题正确方向的入口.

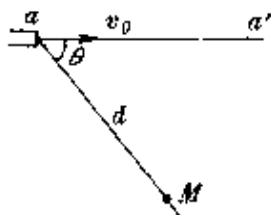


图 127

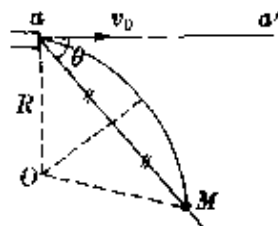


图 128

一幅图,无异于是一种无声的启发.通过作图帮助我们迅速找到解题入口的作用是决不能低估的.

**敏捷求解**

物理问题的解法比较灵活.同一个问题,往往可以从不同角度,用不同规律去分析、研究.其中,运用物理图示和图象的方法,许多时候常可以使你敏捷地求解成功.

**例 1** 汽车从甲站出发,先以匀加速走了 5 分,后以匀减速走 2 分而在乙站停止.设甲、乙两站相距 3.5 千米,求汽车行驶过程中的最大速度.

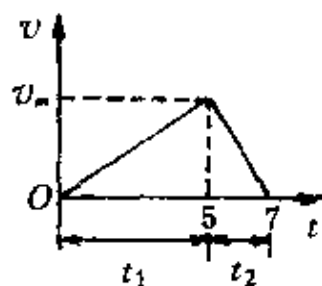


图 129

画出汽车的  $v-t$  图(图 129).由

$$s = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)v_m,$$

立即得最大速度

$$v_m = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2 \times 3.5}{5 + 2} \text{千米/分} = 1 \text{千米/分}.$$

这里利用了物理图象并灵活选择了计算单位,都使求解显得敏捷.

**例 2** 一个重为  $G$  的物体,能静止在粗糙的斜面上.现对物体施加一个水平推力,如图 130(a)所示.试问:当推力  $F$  逐渐增大物体保持静止的过程中,物体所受各力如何变化?

物体所受重力  $G$  的大小、方向恒定,斜面支持力的方向也不

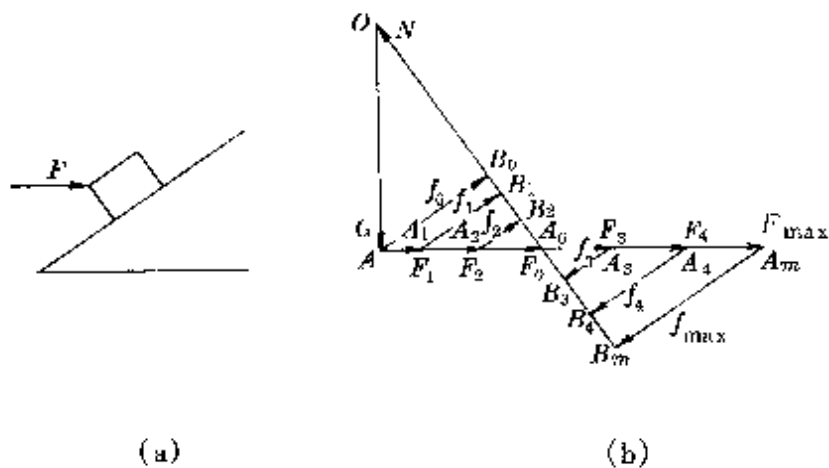


图 130

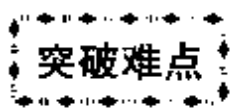
变(垂直斜面向上).当物体未受水平推力时,设所受摩擦力为  $f_0$ , 则  $f_0$  与  $G$ 、 $N$  必构成封闭三角形,如图 130(b)中  $\triangle OAB_0$  所示.

加上水平推力时,物体受四个力作用,设推力较小为  $F_1$  而平衡时,摩擦力方向不变,大小变为  $f_1$ ,斜面支持力为  $N_1$ ,则  $F_1$ 、 $f_1$ 、 $G$ 、 $N_1$  四个力组成封闭四边形  $OAA_1B_1$ .

当推力  $F$  逐渐增大时,这四个力又依次构成封闭四边形  $OAA_2B_2$ 、三角形  $OAA_0$ , 双三角形  $OAA_3B_3O$  …… 双三角形  $OAA_mB_mO$ .直到静摩擦达到最大值  $f_{\max} = \mu_0 N$  ( $\mu_0$  为静摩擦因数), 推力也达最大值  $F_{\max}$ .以后再增大推力,物体就会沿斜面向上运动了.

由图清楚可见,在  $F$  增大的过程中,斜面弹力一直在增大,静摩擦力先是沿斜面向上,由大到小变到零,又改为沿斜面向下,由小变大直到达最大静摩擦力.(注意,这里由于压力  $N$  的不断增大,最大静摩擦力也不断增大).

本题采用图示法,比用计算法判断敏捷得多.



通过审题后的作图分析、对图形(或图象)的变  
形、转换,不仅有助于找到入口,也是活化思维、突破

难点的重要手段。

**例 1** 如图 131 所示,在水平光滑的细杆上套着  $A$ 、 $B$  两小球,相距为  $l$ ,另用长  $l$  的细绳与小球  $C$  相连,并用手按住  $A$ 、 $B$  两球,使三小球均处于静止状态,已知三球质量均为  $m$ 。若同时把  $A$ 、 $B$  两球放开,则在放手瞬间三小球的加速度大小各为多少?

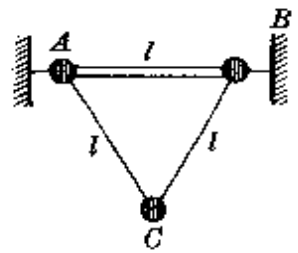


图 131

由于  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三小球的运动相互牵连,使本题颇具难度。突破关键是正确画出放手瞬间的受力图和运动状态图。

$A$ 、 $B$  两球竖直方向上力平衡,使它们做加速运动的仅是  $AC$ 、 $BC$  绳中的张力, $C$  球共受三个力作用,三球受力图如图 132(a)所示。

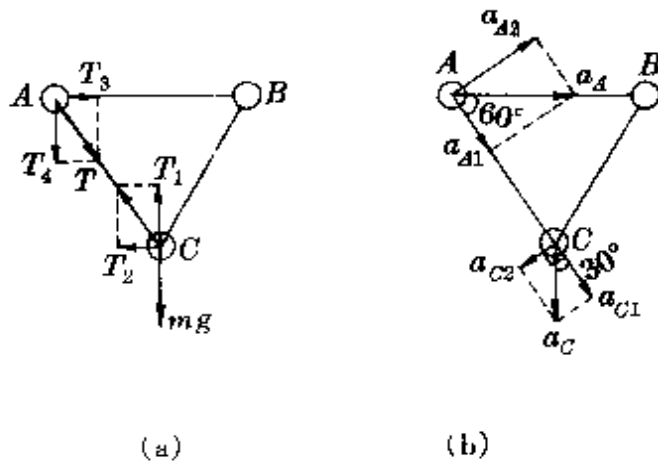


图 132

$A$ 、 $B$  两球由于受光滑直杆的约束,在绳中张力  $T$  作用下的加速度方向只能沿着杆子, $C$  球只能竖直下落,因此

$$T \cos 60^\circ = ma_A,$$

$$mg - 2T \cos 30^\circ = ma_C.$$

$A$ (或  $B$ )球沿杆滑动的加速度也可以看成是沿着  $AC$  绳(或

$BC$  绳)的加速度  $a_{C1}$  和绕  $C$  球转动的加速度  $a_{C2}$  所合成的,  $A$  球沿  $AC$  绳的加速度等于  $C$  球沿  $AC$  绳的加速度[图 132(b)], 于是又得

$$a_A \cos 60^\circ = a_C \cos 30^\circ.$$

画出这两幅矢量图后, 问题就迎刃而解了.

**例 2** 一个有固定转轴的矩形导线框  $abcd$ , 处在直线电流的磁场中, 转轴与直导线平行, 相距  $4r_0$ , 线框的  $ab$  和  $cd$  两边与转轴平行, 长度都为  $5r_0$ ,  $bc$  和  $da$  两边与转轴垂直, 长度都为  $6r_0$ , 转轴通过这两条边的中点, 如图 133 所示. 直导线中的电流方向向上. 当导线框垂直于由直线电流与转轴构成的平面时,  $ab$  边和  $cd$  边所在

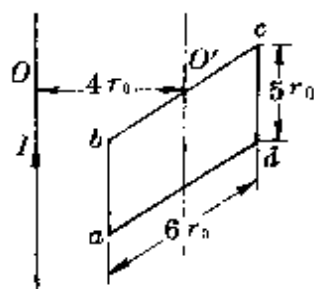


图 133

处的磁感强度大小都为  $B$ .

(1) 若导线框以恒定角速度  $\omega$  绕轴转动到上述位置时, 线框中的感应电动势多大?

(2) 若转到上述位置时, 框中电流为  $I$ , 方向为  $abcda$ , 线圈所受的磁力矩多大?

本题中线框处于非匀强磁场中,  $ab$ 、 $cd$  所在处的磁感应强度

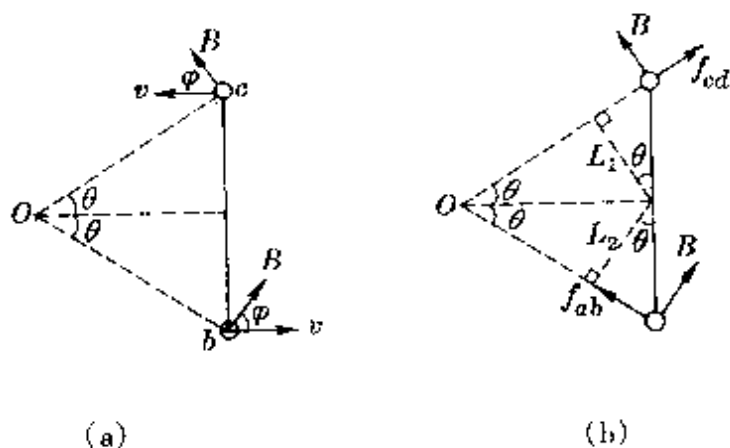


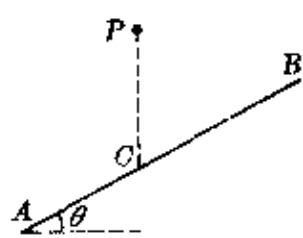
图 134

仅大小相同,方向不同.又由于题中画出的是立体图,增加了难度.突破关键是把它转换成平面图(俯视图),如图 134(a)和(b)所示.在平面图上根据  $ab$ 、 $cd$  两边的切割速度方向与  $B$  之间的夹角  $\varphi$  ( $\varphi = 90^\circ - \theta$ )及两边所受磁场力对转轴的力臂  $L_1$ 、 $L_2$ ,即可分别算出感应电动势和磁力矩.

如果本题不是先作这种转换,接下去的计算是非常困难的.

**巧求极值** 物理中有大量有趣的极值问题,一般的方法是解析法,但其中也有不少问题,通过作图就能巧妙地求解或简化运算.

**例 1** 图 135 中  $AB$  为一传送带,  $P$  点为原料出口,试问,应该如何安装笔直光滑的原料输送板,才能使得从  $P$  处出口的原料在最短时间内送到传送带上? 最短时间为多少?



设过  $P$  点竖直线与传送带相交于  $C$ ,  $CP = 2R$ .

图 135

常规方法是从  $P$  铺设一任意输送板,利用运动学公式通过求极值找出铺设条件.整个运算过程较繁复.

如果我们结合类比思考,把从  $P$  引向传送带的各输送板,看作是始于  $P$  点,切于过  $P$  点的水平线  $MN$  的某些圆内的割线(图 136).由力学知识知,当从  $P$  点沿各割线方向的光滑板释放下各小球时,它们会同时到达各割线与圆的交点处,即图中的  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 、 $\dots$ ;  $D_1$ 、 $D_2$ 、 $D_3$ 、 $\dots$ ;  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$ 、 $\dots$  显然,其中与  $AB$  相切的那个圆上的  $D_2$  点会最先到达  $AB$  带.于是我们找到了求解该问题的作图法.

作  $\angle MNA$  的分角线与过  $P$  点的竖直线  $PC$  交于  $O$ ,以  $O$  为圆心以  $OP$  为半径作圆,它切于  $AB$  的  $D_2$  点,则  $PD_2$  就是所求之“捷

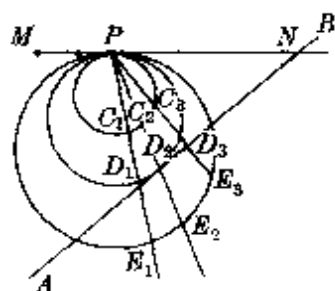


图 136

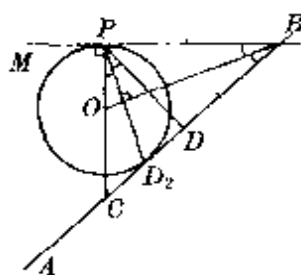


图 137

径”(图 137)。

$$\text{因 } PC = 2R, \angle CPD = \theta, PD = 2R \cos \theta, PD_2 = \frac{2R \cos \theta}{\cos \theta / 2},$$

$$\text{由 } PD_2 = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} g \cos \frac{\theta}{2} \cdot t^2$$

得沿最快板下滑的时间为

$$t = \frac{8R}{g} \cdot \frac{\cos \theta}{(1 + \cos \theta)}$$

**例 2** 在平静的湖面上有  $A$ 、 $B$  两船,相距  $L$ .当  $A$  船以速度  $v_A$  由西向东匀速航行时, $B$  船同时启航匀速追赶  $A$  船.已知  $B$  船原来离开  $A$  船航线方向的垂直距离为  $d$ .试求  $B$  船能追上  $A$  船时的最小速度(图 138)。

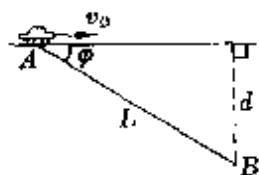


图 138

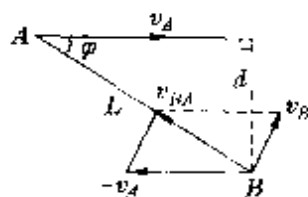


图 139

$B$  追  $A$ ,当以  $A$  为参照物时, $B$  对  $A$  的速度必须沿着  $BA$  连线方向.由

$$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = \vec{v}_B + (-\vec{v}_A),$$



画出速度三角图. 显然, 只有当  $\vec{v}_B$  垂直于  $BA$  连线时速度为最小 (图 139). 其值

$$v_{\min} = v_A \sin \varphi = \frac{d}{L} v_A.$$

#### 4. 充当实验助手

物理学是一门以实验为基础的科学. 许多新现象的发现、未知规律的探求、理论的检验等都离不开实验. 如卢瑟福 (E. Rutherford, 英国, 1871—1937) 通过  $\alpha$  粒子散射实验发现原子的核式结构、法拉第通过实验发现电解定律、吴健雄用实验检验了杨振宁和李政道关于弱相互作用中宇称不守恒的理论等.

在实验研究中, 用图象显示结果, 是最为常用的方法. 它不仅能有效地减小实验的偶然误差, 还可以更直观地反映各物理量之间的相互关系, 并通过对图象的分析得出结论, 找出规律, 分析误差等. 如在中学物理教学中, 通过作出  $F-a$  图象检验牛顿第二定律, 画出平抛物体的运动轨迹确定抛出的初速度, 画出  $U-I$  图象确定电源电动势和内阻, 并通过实验图线与理论分析作出的图线的比较判断误差的大小——图 140 是按电流表内接法测得的实验图线 (实线), 由于电压表的分流作用, 在不同路端电压下实际流过电

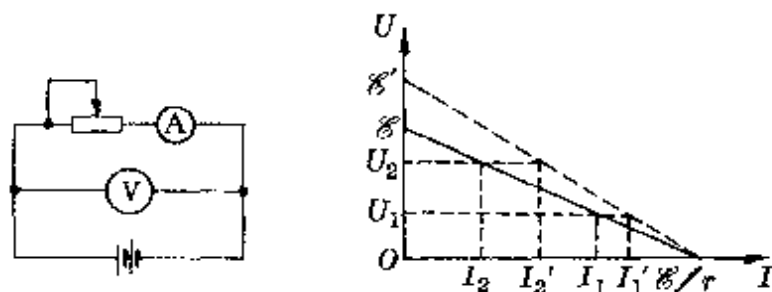


图 140

源的电流比电流表示数稍大些,因此可在实验所得的图线旁另外定性画一条理论图线,由此可知电动势和内阻的测量值都小于真实值.

在物理学史上,弗兰克(J. Franck, 德国, 1882—1964)和赫兹(G. L. Hertz, 德国, 1887—1975)通过对实验图象分析直接检验分立能态的存在,称得上是图象在实验中应用的典范.

弗兰克—  
赫兹实验

1913年,丹麦物理学家玻尔(N. Bohr, 1885—1962)通过对氢光谱的研究后指出,每个原子只能处于一系列分立的能量状态.由于玻尔的观点新颖,当时许多物理学家并不接受.因此,最好的办法是用实验直接测定使电子从原子中电离出来所需的能量值.

弗兰克与赫兹1914年做的实验,装置如图141所示.将一玻璃容器抽空后充以少量的汞蒸气,由阴极K发射的电子,被K与栅极G之间逐渐增大的正向电压加速而到达阳极.得出的阳极电流与KG间电压变化图线如图142所示.图线显示:当KG间电压由零逐渐增加时,阳极电流开始随之上升,当 $U_{GK} = 4.9$ 伏时,电流突然下降;再增加电压,电流回升,当 $U_{GK} = 9.8$ 伏时,电流又突然下降;以后再升高电压,在 $U_{GK} = 14.7$ 伏时,电流又下降.

阳极电流为什么会这么三起三落呢?每次电流达到峰值时,电压值之差都等于4.9伏又说明什么呢?

弗兰克和赫兹根据对图线的分析认为,电流的骤降是由于电子在栅极附近与汞原子相碰,电子的能量丧失殆尽,使它无法克服反向电压而到达阳极的结果.

通常,由于汞原子质量约为电子质量的30多万倍,当加速电压 $U_{GK}$ 较低时,电子的动能较小,与汞原子相碰,电子基本上没有能量损失,是一种弹性碰撞(正像一个乒乓球与一个静止大铅球相

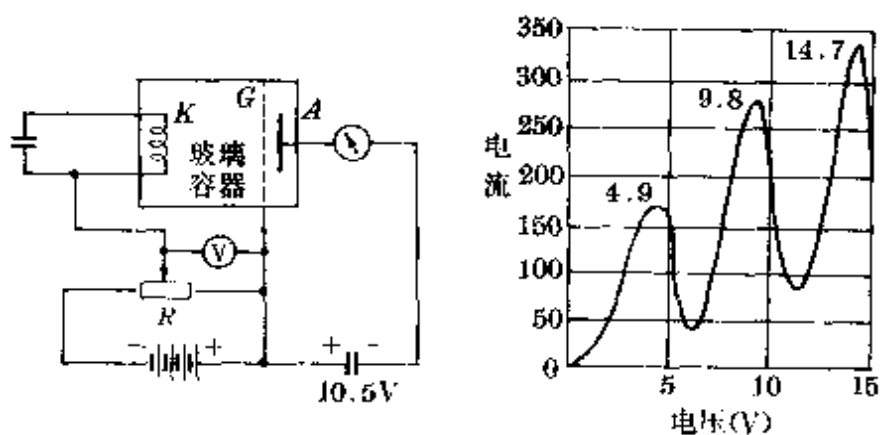


图 141 弗兰克—赫兹实验 图 142 弗兰克—赫兹实验结果

碰),因而电子仍有足够动能克服反向电压的阻碍作用而到达阳极.当  $U_{GK} = 4.9$  伏时,电子已积聚到足够的能量,它与汞原子相碰时,已能改变汞原子内部的能量状态,从而使电子自身的能量因传递给汞原子而无法克服反向电压到达阳极,使电流骤降.当电压超过 4.9 伏较多时,电子与汞原子相碰后尚有足够能量使它克服反向电压到达阳极,电流重又上升.直到  $U_{GK} = 2 \times 4.9$  伏时,电子在 GK 区间有可能经两次碰撞重又失去能量,使电流又骤降……

这个实验准确地指出,电子与汞原子相碰时,电子严格地损失 4.9 电子伏特的能量,也就是说,汞原子只能吸收 4.9 电子伏特的能量.换句话说,汞原子的一个稳定状态(最低能态)和另一个能量较高的状态之间的能量差是一定的,也就是说,原子所处各状态的能量是分立的.弗兰克和赫兹后来又用新的实验,通过对汞蒸气辐射谱线的测定,又精确地检验了他们的实验结论.由于这是第一个原子能量量子化的判决性实验,实验的成功对理论的发展有很大的影响,因而弗兰克和赫兹两人共同分享了 1925 年诺贝尔物理学奖.

弗兰克和赫兹根据实验图象分析的成功,对人们的启示是永存的.

## 六、图示与图象在中学物理 解题中的应用

把图示和图象运用于解题,泛称为图解法.其鲜明特点是形象、直观,结果往往显得简单明了,常可收到用解析法难以达到的效果.由于图示和图象所具有的特点不同,应用上既互相交织也有某些差异.

### 1. 物理图示的应用

物理图示较多应用于对“静态”问题的定性比较,或是对“动态”问题的某个瞬间特性的分析.几何光学中的光路控制和成像作图,就可以作为物理图示最典型的应用.此外,除一些示意性的图以外,物理图示也常被用作计算、论证的辅助工具.往往只需根据图文,通过对某些边、角关系的比较或简单计算就可得出结果.

在中学物理的各个领域,都有物理图示表现风姿的舞台.下面,仅就较常用的几种分类举例介绍.



一个物体受到同一平面内三个共点力的作用而平衡时,用图示法按同一比例表示的这三个力,一定可以构成一个封闭三角形.

如图 143 所示,用三根细绳悬挂一个重为  $G$  的电灯.设结点  $O$  受到  $AO$ 、 $BO$ 、 $CO$  三根绳中的张力分别为  $T_1$ 、 $T_2$ 、 $T_3$  ( $T_3 = G$ ).因

为这三个力的合力为零,所以其中任意两个力的合力(如  $T_3$ 、 $T_2$  的合力  $R$ )一定与第三个力(如  $T_1$ )等值反向,根据这三个力的作用方向按一定比例构成的封闭三角形如图 143(b)所示.

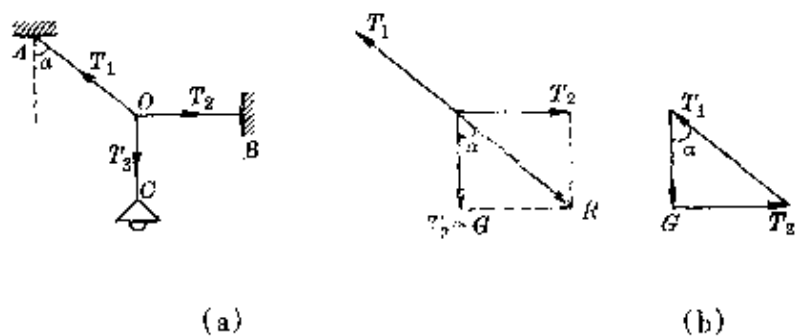


图 143

**例 1** 如图 144 所示,轻质杆  $OP$  可以  $O$  为轴在竖直平面内自由转动.  $P$  端用细绳挂一重为  $G$  的物体,另用一根细绳通过滑轮拉住  $P$  端.当  $OP$  与竖直方向的夹角  $\alpha$  缓缓增大时( $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ ),则  $OP$  杆所受作用力的大小应该是

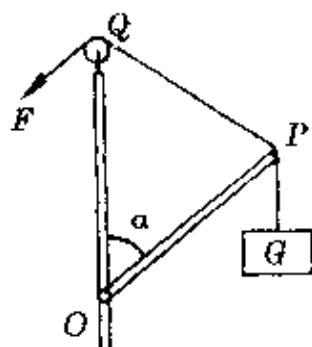


图 144

- A. 恒定不变;      B. 逐渐增大;  
C. 逐渐减小;      D. 先增大后减小.

**分析**  $OP$  为轻质杆,只有两端受力(称二力杆件),其  $P$  端受力方向必沿着杆子.以  $P$  点为对象受到同一平面内三个力的作用:悬挂重物绳中拉力  $F'$ ,  $F' = G$ ; 绕过滑轮的绳中拉力  $T$ ,  $T = F$ ;  $OP$  杆对  $P$  的作用力  $N$ (图 145).这三个力构成的封闭三角形如图 145 中画斜线者所示.

**解答** 由  $F'$ 、 $N$ 、 $T$  所构成的力三角形与由杆件、细绳构成的几何三角形  $OPQ$  相似,根据对应边成比例的关系,得

$$N = \frac{OP}{OQ} \cdot G.$$

当  $\alpha$  角在  $0^\circ \sim 180^\circ$  范围内变化时, 上述力三角形与几何三角形的相似特性不变, 因此  $OP$  杆对  $P$  的作用力  $N$  的大小不变,  $OP$  杆所受作用力的大小也不变. 正确答案为 A.

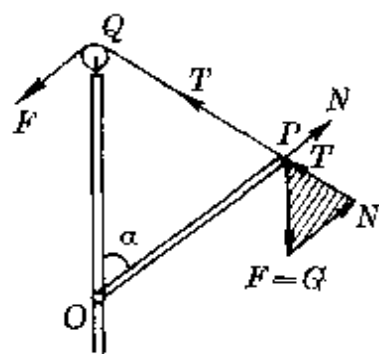


图 145

**例 2** 如图 146 所示, 三个完全相同的小球用细线系住静止在倾角  $\theta = 30^\circ$  的光滑斜面上, 各小球对斜面的压力大小关系是

- A.  $N_1 > N_2 > N_3$ ;                      B.  $N_1 < N_2 < N_3$ ;  
C.  $N_2 > N_3 > N_1$ ;                      D.  $N_2 > N_1 > N_3$ .

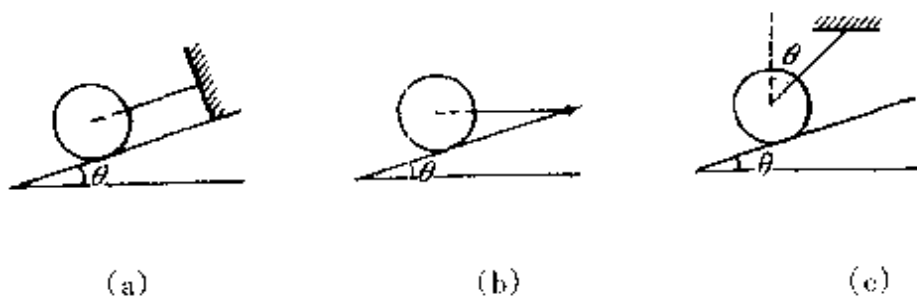


图 146

**分析** 小球受三个力作用: 重力  $G$ 、斜面支持力  $N'$ 、绳子拉力  $T$ . 平衡时, 这三个力首尾相接必可构成一个封闭三角形.

**解答** 由于三情况中小球重力大小、方向恒定, 斜面支持力的方向不变(垂直斜面向上), 画出的力三角形如图 147 所示. 很容易判知, 三情况中斜面对球支持力的大小关系是  $N_2' > N_1' > N_3'$ . 因此, 小球对斜面压力的正确关系是 D.

**说明** 如果把图 146 中的斜面用一根方向不变的细线代替, 用手把另一根细线从水平位置缓缓转到竖直位置过程中[图 148

(a)], 则由画出的力三角形可知[图 148(b)],  $AO$  绳中的拉力  $T_A$  单调减小, 而  $BO$  绳中的拉力  $T_B$  则经历着由大变小, 再由小变大的过程. 当  $BO$  与水平方向的夹角  $\theta = \varphi$  时,  $BO$  绳中拉力方向恰垂直于  $AO$ ,  $T_B$  有最小值  $T_{B\min} = G \sin \varphi$ . 它比用正交分解法, 列出共点力平衡的方程, 通过计算确定  $AO$ 、 $BO$  中张力随角度  $\theta$  的变化, 并由此求出极值条件要简单得多.

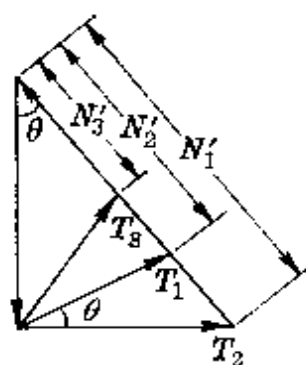


图 147

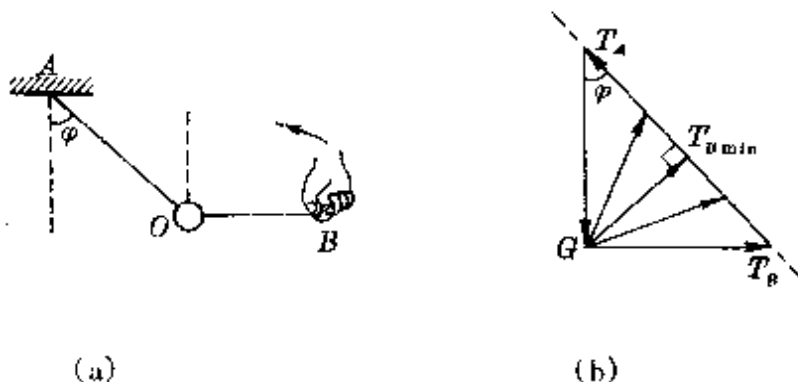


图 148

用力三角法进行分析时, 先把大小和方向确定的某个力画出(如本例中重力  $G$ ), 再画出有确定作用方向的某个力的方向线(如本例中  $T_A$ ), 然后根据第三个力作用方向的变化, 确定它们的大小随角度变化的关系.

当一个物体受到同一平面内不止三个共点力作用而平衡时, 如果能把它们简化为三个力, 同样可用力三角形法进行分析.

**例 3** 一根直杆(重力不计)斜靠在水平地面和竖直光滑的墙上, 一个重为  $G$  的猴子从底端缓缓沿杆而上的过程中, 墙对杆的作用力和地面对梯的摩擦力如何变化?

**分析** (猴子+杆)的系统,共受到四个力作用:猴重  $G$ 、墙对杆的作用力  $N$ (垂直墙面)、地面支持力和静摩擦力,如把地面支持力和静摩擦力合成为一个力  $R$ (称地面全反力),它的方向必通过  $N$ 、 $G$  两力作用线的交点  $O$ [图 149(a)].这样就转化为一个三力平衡的问题.

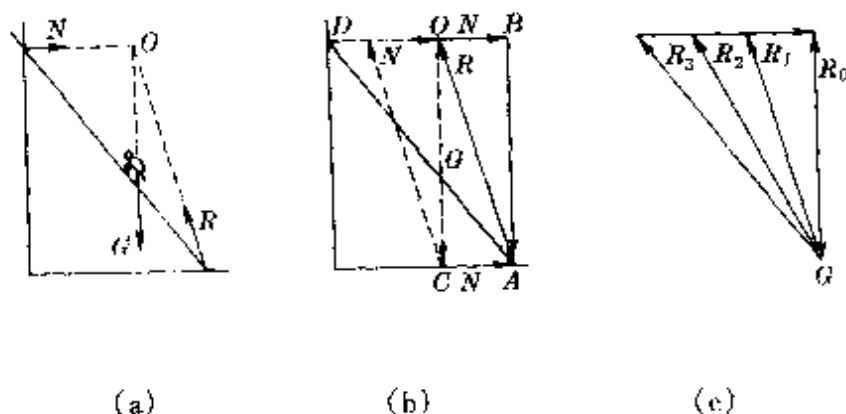


图 149

**解答** 画出的力三角形如图 149(b)所示,由于  $G$  的大小、方向恒定,  $N$  的方向不变,随着猴子的上爬,地面全反力  $R$  的作用方向越来越斜,墙对杆的作用力  $N$  逐渐增大,地面全反力  $R$  的大小也逐渐增大,如图 149(c)所示,可见地面静摩擦力也逐渐增大.

**例 4** 图 150 装置中,轻质杆  $AB$  长  $l$ ,可绕铰链  $A$  转动,  $B$  端用绳子  $BC$  悬吊,当把一个重为  $G$  的物体悬挂在杆上从  $B$  向  $A$  移动的过程中,  $BC$  绳中的张力  $T$  和铰链  $A$  中的作用力如何变化?

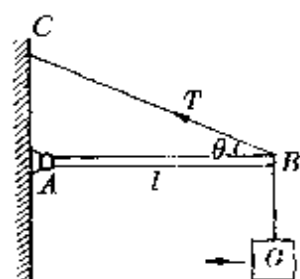


图 150

**分析**  $AB$  杆受到绳  $CB$  的张力  $T$  和悬挂物的拉力(等于  $G$ )都有确定的方向,因此研究张力  $T$  随物体离  $B$  端距离  $x$  变化的关系时,只需根据它们对转轴  $A$  的力矩平衡就可确定.困难的是对  $A$  端作用力的研究,由于铰



链 A 的作用力方向未知,通常用解析法时常把铰链作用力  $F$  分解为沿着杆子和垂直杆子的两个分力  $F_1$ 、 $F_2$ (图 151),然后根据平衡条件由

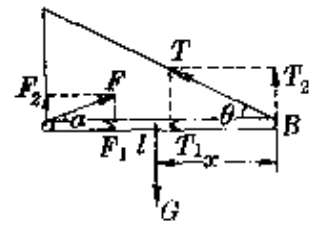


图 151

$$T \cos \theta = F \cos \alpha, T \sin \theta + F \sin \alpha = G,$$

再结合前面求出的  $T$  值求解.

或者改用  $B$  端为假想的转轴,由力矩平衡方程

$$Gx = Fl \sin \alpha,$$

再结合三力共点的边角关系(图 152)

$$(l-x) \operatorname{tg} \alpha = x \operatorname{tg} \theta,$$

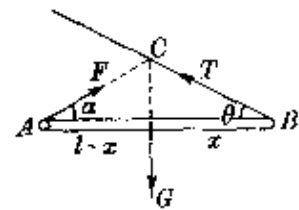


图 152

联合求解.

用上面的两种方法得到  $T$ 、 $F$  的解析式后,再分析其对  $x$  的变化关系,整个过程较复杂.

本题如采用力三角形法,则显得十分简便巧妙.

**解答** 重物从  $B$  端向  $A$  移动时,在不同位置作用在  $AB$  杆上的三个力所画出的力三角形如图 153 所示.为了便于直观地比较,可以把各三角形平移到最右端的三角形中,如图 154 所示.

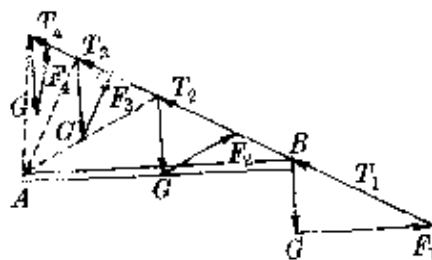


图 153

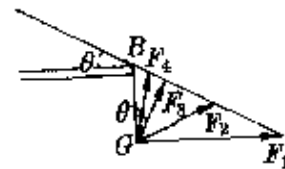


图 154

这些力三角形都有一条公共边( $G$ )和一条确定的方向线( $T$ 的作用线).当重物逐渐移向  $A$  端时,从图中可直观地看出,绳中

张力  $T$  单调减小, 铰链  $A$  的作用力  $F$  先减小, 后增大. 当  $F$  垂直于  $T$  时, 铰链中作用力有极小值, 即

$$F_{\min} = G \cos \theta.$$

**例 5** 在水平地面上放一个重为  $G$  的物体, 受到一个斜向上拉力  $F$  作用沿地面匀速移动, 若物体与地面间的动摩擦因数为  $\mu$ , 则当拉力与水平面间夹角  $\alpha$  为多大时, 拉力最小?

**分析** 物体沿地面滑动时受四个力作用: 重力  $G$ 、拉力  $F$ 、地面支持力  $N$ 、地面摩擦力  $f$  (图 155). 匀速时满足条件

$$F \cos \alpha - f = 0,$$

$$F \sin \alpha + N - G = 0.$$

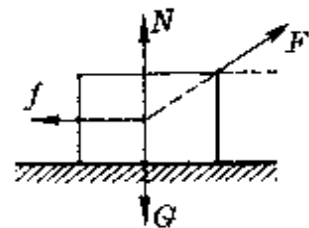


图 155

又  $f = \mu N$ .

联立三式解出  $F$ , 再通过求极值找出  $\alpha$  角.

如果我们把地面支持力  $N$  和摩擦力  $f$  合成一个力  $R$ , 就转化为一个三力平衡问题, 同样可用力三角形法求解.

**解答** 由于  $\mu = \frac{f}{N}$  是一个确定值, 当拉力方向变化, 使得地面摩擦力  $f$  和支持力  $N$  跟着变化时, 它们的比值保持不变, 因此它们的合力  $R$  与竖直方向间的夹角  $\varphi$  (称摩擦角,  $\tan \varphi = \mu$ ) 不变. 这样, 由恒定的  $G$ 、确定作用方向的  $R$  和拉力  $F$  很容易画出的力三角形中立即可以看出 (图 156), 当拉力与水平方向间夹角  $\alpha$  恰等于摩擦角  $\varphi$  时, 拉力  $F$  有极小值, 其值为

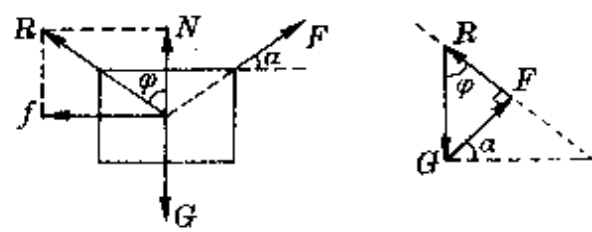


图 156

$$F_{\min} = G \sin \varphi = G \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

**说明** 如果把题中物体置于倾角为  $\theta$  的斜面上, 物体与斜面间的动摩擦因数为  $\mu$ , 欲求使物体沿斜面匀速上滑时所需最小拉力时, 可采用同样的方法——把  $f$ 、 $N$  合成一个力  $R$ , 它与竖直方

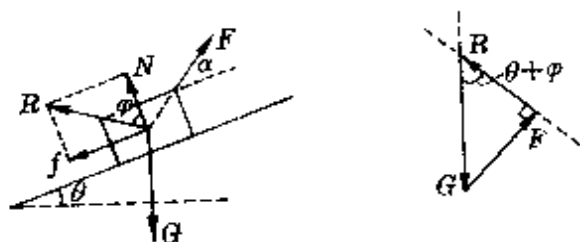
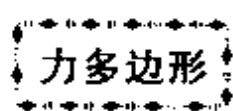


图 157

向间夹角  $(\theta + \varphi)$  恒定 ( $\operatorname{tg} \varphi = \mu$ ). 由  $G$ 、 $R$ 、 $F$  画出的力三角形立即可知(图 157), 使物体沿斜面匀速上滑时拉力  $F$  的最小值为

$$F_{\min} = G \sin(\theta + \varphi).$$



物体受到几个共点力作用而平衡时, 把这些力平移后首尾相接, 一定可以构成一个封闭多边形. 用它来讨论力的变化和辅助计算也很方便.

**例 1** 如图 158 所示, 小船用绳牵引匀速前进, 水阻力不变, 则在船靠岸过程中浮力和绳的拉力大小如何变化?

**分析** 小船共受四个力: 重力  $G$ 、浮力  $Q$ 、绳中拉力  $F$ 、水的阻力  $f$ . 它们组成的封闭多边形如图 159 所示.

**解答** 由于  $G$  与  $f$  的大小、方向恒定, 从力多边形中很易判知, 随着船靠岸, 拉力与水平方向间夹角  $\alpha$  的增大, 浮力  $Q$  变小 ( $Q_2 < Q_1$ ), 绳中拉力变大 ( $F_2 > F_1$ ).

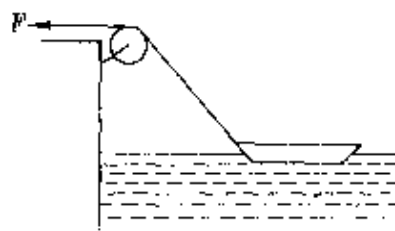


图 158

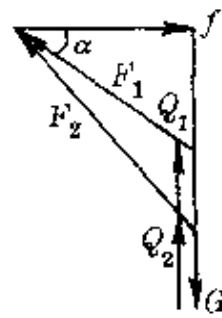


图 159

**例 2** 木箱重为  $G$ , 与水平地面间的静摩擦因数为  $\mu$ , 推力  $F$  与竖直方向间的夹角为  $\theta$ , 如图 160(a) 所示. 问当  $\theta$  角多大时, 无论用多大的力都推不动箱子.

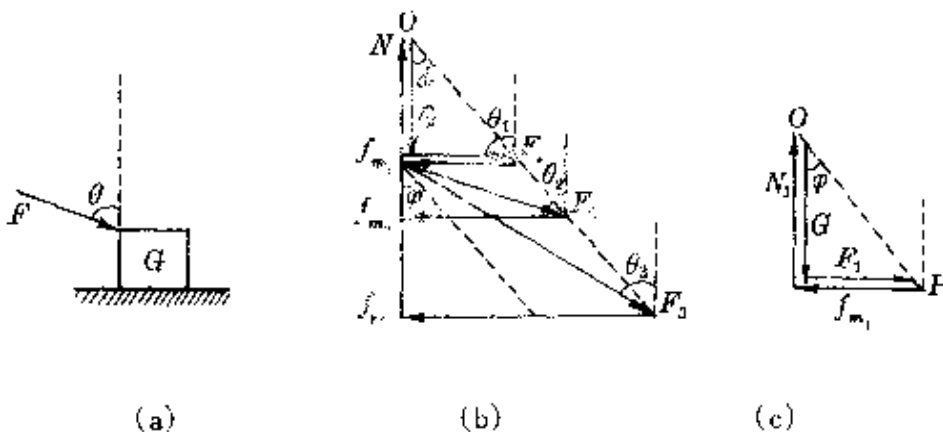


图 160

**分析** 先设想木箱受水平推力 ( $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ ) 做匀速运动. 作用在箱子上有四个力: 重力  $G$ 、推力  $F_1$ 、地面弹力  $N_1$  和摩擦力  $f_{m1}$  (最大静摩擦力, 认为等于滑动摩擦力). 画出的封闭多边形如图 160(b) 所示 ( $G$  与  $N_1$ 、 $F_1$  与  $f_{m1}$  互相重合, 构成直角). 设连接两端点的斜线  $OP$  与竖直方向间夹角为  $\varphi$ , 则

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{f_{m1}}{N_1} = \mu.$$

当  $\theta$  角减小为  $\theta_2$  ( $\theta_2 < \frac{\pi}{2}$ ) 时, 上述四力沿折线  $OGF_2f_{m_2}O$  构成封闭图形[图 160(c)], 其中  $F_2$ 、 $N_2$ 、 $f_{m_2}$  都变大.  $\theta$  角继续减小(设  $\theta_3 < \theta_2$ ), 上述四力沿折线  $OGF_3f_{m_3}O$  构成封闭图形,  $F_3$ 、 $N_3$ 、 $f_{m_3}$  继续变大.

**解答** 根据由箱子所受力构成的多边形可知, 当  $\theta$  减小到使推力  $F$  平行于  $OP$  线, 即无法再构成封闭图形时, 表示无论用多大推力已不能推动箱子, 所以推力与竖直方向间夹角应满足条件

$$\theta \leq \varphi = \text{tg}^{-1} \mu.$$

**例 3** 如图 161 所示, 质量为  $m$  的小球被绳系于光滑的斜面上, 斜面倾角为  $\theta$ . 当斜面向左运动的加速度  $a$  从零逐渐增大且球保持与斜面接触时, 绳的拉力  $T$  和斜面支持力  $N$  如何变化?

**分析** 小球受三个力:  $mg$ 、 $T$ 、 $N$ . 由于它不是处于平衡状态, 这三个力不能构成封闭三角形, 只能形成一条不封闭的折线, 如图 162 中  $OABC$  所示. 根据力多边形的道理可知,  $OC$  边按一定比例表示小球所受的合力, 即  $F_{\text{合}} = ma$ .

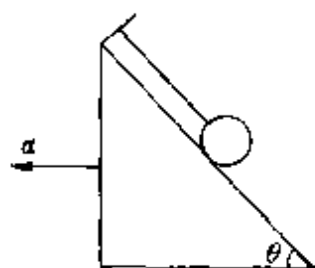


图 161

**解答** 由图 162 画出的图形可知, 因其中  $mg$  恒定,  $T$  的方向和  $F_{\text{合}} = ma$  的方向确定, 因此当加速度增大时, 要求  $F_{\text{合}}$  增大, 必然情况是绳中拉力  $T$  增大, 斜面支持力  $N$  减小. 当加速度满足条件  $a = g \text{ctg} \theta$  时, 斜面支持力  $N = 0$ , 绳中拉力达最大,  $T_m = mg / \sin \theta$ . 以后小球就将离开斜面飘起.

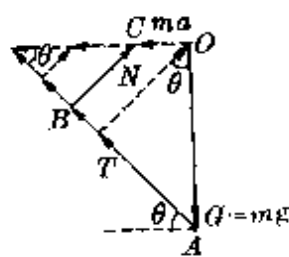


图 162

所以,当  $\alpha$  从零逐渐增大到  $\alpha_m = \operatorname{ctg}\theta$  (球不脱离斜面) 过程中,  $T$ 、 $N$  的变化情况是:

$T$  由  $mg\sin\theta \longrightarrow mg/\sin\theta$ ,

$N$  由  $mg\cos\theta \longrightarrow 0$ .

**例 4** 在光滑的斜面上有一个重为  $2P$  的物体. 当沿斜面向上和沿水平方向向右各加一个大小都等于  $P$  的力作用于这个物体时, 物体正好处于平衡状态(如图 163) 求斜面的底和高的比及物体对斜面的压力.

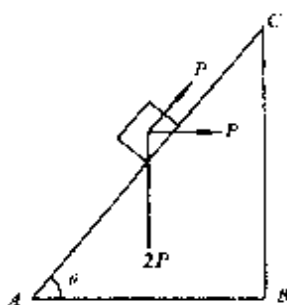


图 163

**分析** 以物体为研究对象, 它受到四个力作用: 重力  $G = 2P$ , 斜面支持力  $N$ , 推力  $F_1$ 、 $F_2$ , 设斜面倾角为  $\theta$ , 其受力图如图 164 所示.

取沿斜面向上和垂直斜面向上建立正交坐标, 由平衡条件得

$$P + P\cos\theta - 2P\sin\theta = 0, \quad (1)$$

$$N - P\sin\theta - 2P\cos\theta = 0. \quad (2)$$

联系①②两式, 即可得解.

**解答** 根据物体的受力特征, 可以画出如图 165 所示的一个封闭力四边形. 由对称性立即可判知斜面受到的压力

$$N = G = 2P.$$

因图中  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{P}{2P} = \frac{1}{2}$ , 所以斜面底角的正切

$$\operatorname{tg}\theta = \operatorname{tg}2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}.$$

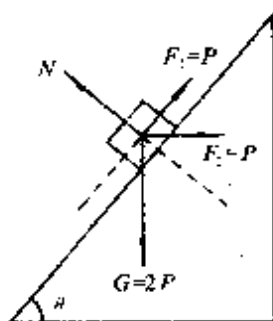


图 164

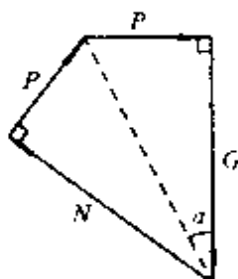


图 165

所以斜面的底与高之比为  $\frac{3}{4}$ 。

**速度三角形**

根据运动合成与分解原理,一个物体同时参与两个运动时,合运动的速度(或位移、加速度),可以用这两个分运动的速度(或位移、加速度)为邻边构成的平行四边形对角线表示,如图 166(a)所示。因此,两个分运动的速度( $v_1$ 、 $v_2$ )和合运动的速度( $v$ )同样可构成一个封闭三角形,如图 166(b)所示。

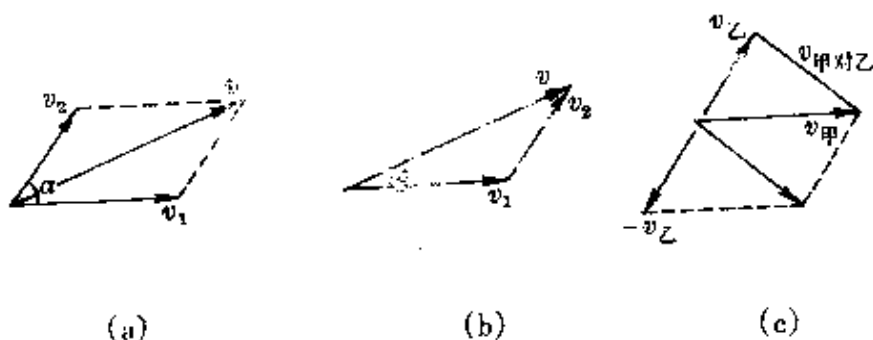


图 166

引入相对速度概念后,很容易从速度三角形找出相对速度。因为

$$\vec{v}_{\text{甲对乙}} = \vec{v}_{\text{甲}} - \vec{v}_{\text{乙}} = \vec{v}_{\text{甲}} + (-\vec{v}_{\text{乙}}),$$

所以,为了求出甲相对于乙的速度(即以乙为参照物观察到的甲的速度),只需画出从  $\vec{v}_{\text{乙}}$  到  $\vec{v}_{\text{甲}}$  的一个矢量,如图 166(c)所示。

**例 1** 在与水平地面成  $30^\circ$  角斜上方抛出一个小球,经时间  $t = 3$  秒后,小球的速度方向与水平面成  $45^\circ$  角斜向下,试求抛出时的初速度和 3 秒末的速度大小(空气阻力不计)。

**分析** 斜抛物体运动中仅受重力作用,因此可看成沿抛出方向的匀速直线运动和自由落体运动的合运动。任何时刻的速度等于这两个分运动的合速度,因此在  $t = 3$  秒末时画出的速度三角形

如图 167 所示.

**解答** 因为 3 秒末的竖直分速度

$$v_y = gt = 9.8 \times 3 \text{ 米/秒} = 29.4 \text{ 米/秒}.$$

根据速度三角形用正弦定理

$$\frac{gt}{\sin 75^\circ} = \frac{v_0}{\sin 45^\circ} = \frac{v_t}{\sin 60^\circ},$$

解得:  $v_0 = 21.5 \text{ 米/秒}$ ,  $v_t = 26.4 \text{ 米/秒}$ .

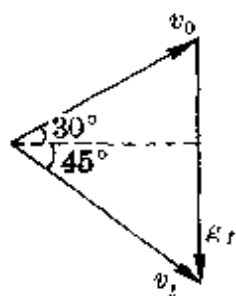


图 167

**例 2** 一人东行,速度为 4 米/秒,觉得风从南方吹来.若其速度增至 6 米/秒,便觉得风从东南方吹来,试求风速的大小和方向.

**分析** 人感觉到的风的方向,就是风相对于人的速度方向.因为风对地的速度大小、方向可认为不变,只是由于人对地的速度不同,才引起感觉上的风向不同.根据相对速度的概念

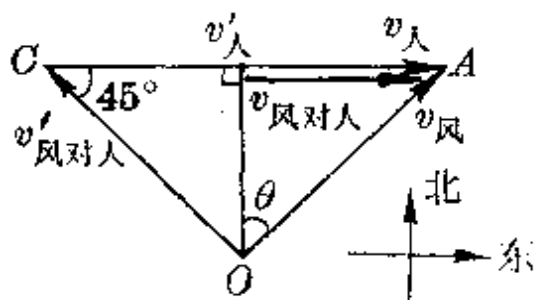


图 168

$$\vec{v}_{\text{风对人}} = \vec{v}_{\text{风}} - \vec{v}_{\text{人}},$$

由题意可作出两情况中的速度矢量三角形,如图 168 所示.

**解答** 由图 168 可知

$$v_{\text{风对人}} = v'_{\text{人}} - v_{\text{人}} = 2 \text{ 米/秒}.$$

因此,风速大小为

$$\begin{aligned} v_{\text{风}} &= \sqrt{v_{\text{人}}^2 + v_{\text{风对人}}^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 2^2} \text{ 米/秒} \\ &= 4.47 \text{ 米/秒}. \end{aligned}$$

风速与正北方向之间的夹角设为  $\theta$ ,则

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v_{\text{人}}}{v_{\text{风对人}}} = \frac{4}{2} = 2, \theta = 64.4^\circ.$$



所以,风速(即风对地的速度)大小为 4.47 米/秒,风向为北偏东  $64.4^\circ$ .

**例 3** 有一汽车,后部敞开,顶篷也只有半截,而乘客已坐满到车的后部(图 169).最后边的乘客 B 观察车篷边缘 A 点时,视线方向与竖直线成  $30^\circ$  角.汽车静止时雨点洒到大部分乘客身上.若汽车以  $v_1 = 2$  米/秒的速度东行时,正在 A 点之下

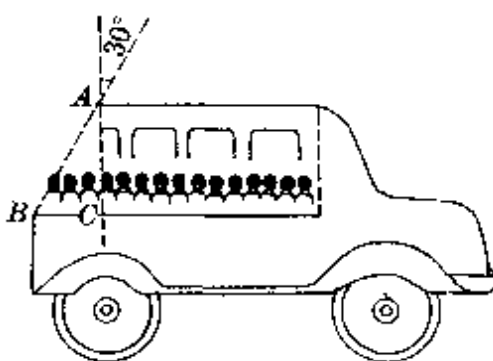


图 169

的乘客 C 恰不遭雨淋;当车速增加到  $v_2 = 5$  米/秒时,全部乘客刚好不遭雨淋.试求雨点的速度.

**分析** 车速为  $v_1$  时,雨对车的速度方向为竖直向下;车速为  $v_2$  时,雨对车的速度方向为斜向下与竖直线成  $30^\circ$  角.两情况中速度矢量三角形如图 170 所示.

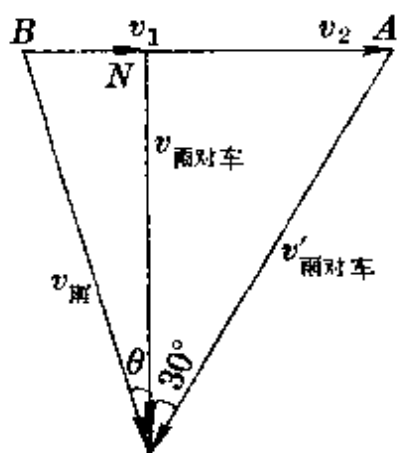


图 170

**解答** 设雨对地的速度与竖直方向成  $\theta$  角,由图 170 可知.

$$\frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} 30^\circ} = \frac{v_1 / v_{\text{雨对车}}}{(v_2 - v_1) / v_{\text{雨对车}}} = \frac{v_1}{v_2 - v_1}.$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } \operatorname{tg} \theta &= \frac{v_1}{v_2 - v_1} \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{2}{9} \sqrt{3}. \end{aligned}$$

即  $\theta \approx 21^\circ$ .

$$\text{所以 } v_{\text{雨}} = \frac{v_1}{\sin \theta} = \frac{2}{\sin 21^\circ} \text{ 米/秒}$$

= 5.58 米/秒.

**例 4** 从离水平地面高  $h = 10$  米的平台边, 以初速度  $v_0 = 10$  米/秒斜向上抛出一个球, 要使小球落地点离平台边缘的距离最远, 抛射角  $\alpha$  应等于多少? 并求出对应的最大水平距离. ( $g = 10$  米/秒)

**分析** 必须注意, 斜抛运动中仅当落地点跟抛出点在同一水平面上时, 才可直接由射程公式  $x = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$  得出  $\alpha = 45^\circ$  时射程最大的结论. 题中落地点与抛出点不在同一水平面上, 需根据其在水平方向和竖直方向的运动规律

$$s = v_0 \cos \alpha t,$$

$$-h = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2,$$

联立后通过求极限解出. 计算过程较复杂.

如果我们根据运动合成原理, 画出小球落地点的速度矢量三角形 (图 171), 就可以很方便地求出结果.

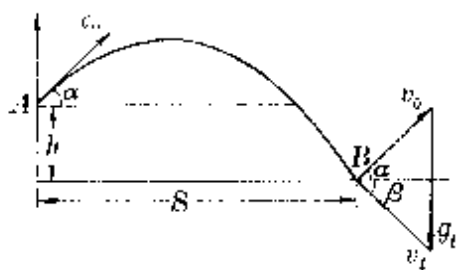


图 171

**解答** 设小球落地速度  $v_t$  与水平面的夹角为  $\beta$ , 画出落地点的速度矢量三角形. 如图 171 所示. 由正弦定理得

$$\frac{gt}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{v_0}{\sin(90^\circ - \beta)} = \frac{v_0}{\cos \beta}.$$

根据斜抛运动水平方向做匀速直线运动的特性和机械能守恒定律, 得关系式

$$v_0 \cos \alpha = v_t \cos \beta, v_t^2 = v_0^2 + 2gh.$$

联立得水平射程

$$s = v_0 \cos \alpha t = v_t \cos \beta t = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \cdot \frac{v_0}{g} \sin(\alpha + \beta).$$

可见,当  $\alpha + \beta = 90^\circ$  时,水平射程最大,其值为

$$s_m = \frac{v_0}{g} \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 17.3 \text{ 米}.$$

由速度矢量三角形得对应的抛射角

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} \frac{v_0}{v_t} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}} = 30^\circ.$$

**例 5** 河宽  $l = 300$  米, 水速  $v_{\text{水}} = 5$  米/秒, 船保持以静水中的速度  $v_{\text{船}} = 3$  米/秒渡河, 要求渡河的航程最短, 船的航向如何? 最短航程多大?

**分析** 当  $v_{\text{船}} > v_{\text{水}}$  时, 只需使渡河时的合速度垂直河岸(到达正对岸), 渡河的航程最短(即等于河宽). 由于题中  $v_{\text{船}} < v_{\text{水}}$ , 已无法使合速度垂直河岸, 最短航程也就不再等于河宽. 通常的方法也需通过列方程求极值, 而如果采用速度矢量三角形图解法, 就变得直观、简便.

**解答** 取矢量  $AB$  按比例表示  $v_{\text{水}}$ , 以  $B$  为圆心, 按同样比例以  $v_{\text{船}}$  为半径作圆, 过  $A$  点作圆的切线(图 172), 则切线  $AC$  方向就是航线方向, 即合速度方向.

根据这个速度三角形, 很容易求出渡河时船头指向(航向)对河岸的夹角为

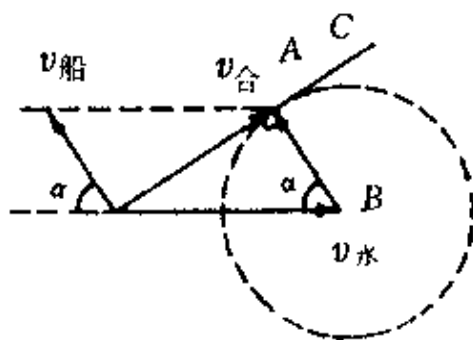


图 172

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{v_{\text{船}}}{v_{\text{水}}} = \cos^{-1} \frac{3}{5}.$$

$$\text{渡河时间 } t = \frac{l}{v_{\text{船}} \sin \alpha}.$$

所以,最短航程为

$$s_{\min} = v_{\text{合}} t = v_{\text{水}} \sin \alpha \cdot t = \frac{v_{\text{水}}}{v_{\text{船}}} l = \frac{5}{3} \times 300 \text{ 米} = 500 \text{ 米}.$$

**例 6** 有一只狐狸以恒定速率  $v_1$  沿直线  $AB$  逃跑,一条猎犬奉命以恒定速率  $v_2$  追击,其运动方向始终对准狐狸.若某时刻猎犬在  $D$  处,它与此时在  $F$  处的狐狸的连线正好垂直  $AB$ ,且  $FD = l$  (图 173),试求此时猎犬加速度的大小.

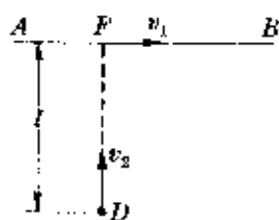


图 173

**分析** 必须认识到,猎犬并非做匀速直线运动.由于要求猎犬始终对准狐狸,它做的必然是一种匀速率的曲线运动.画出从该时刻起经极短时间  $\Delta t$  后的速度矢量即可看出(图 174).

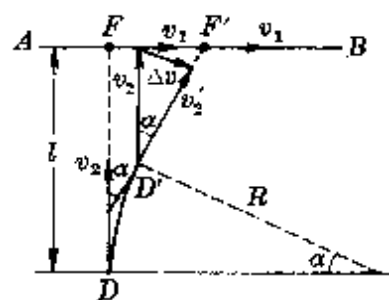


图 174

**解答** 设经极短时间  $\Delta t$  猎犬到达位置  $D'$ ,对应于两位置的半径转过微小角度  $\alpha$ .由速度三角形知

$$\Delta v = v_2 \alpha,$$

$$\alpha = \frac{FF'}{l} = \frac{v_1 \Delta t}{l}. (\Delta t \rightarrow 0 \text{ 时 } F' \text{ 极靠近 } F)$$

$$\therefore \alpha = \frac{\Delta v}{v_2} = \frac{v_1 \Delta t}{l} \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 v_2}{l}.$$

由此可见,只要猎犬锲而不舍,穷追不放,且  $v_2 > v_1$ ,则狐狸



56°C.

**例2** 把质量为 200 克、温度为 100°C 的铁块放入量热器小筒的冷水中,冷水质量为 100 克,温度为 20°C,不计量热器小筒的吸热和热损失、水的汽化等影响,试用图解法确定混合后的温度.已知铁的比热  $c_{\text{铁}} = 0.11$  卡/克·度.

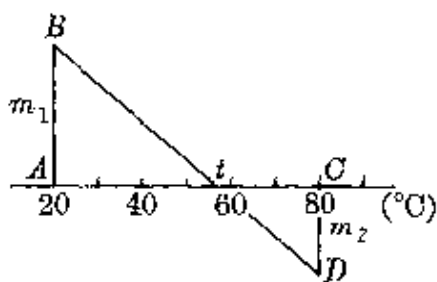


图 176

**分析** 由于铁和水的比热不同,应分别算出它们的热容量

$$c_{\text{铁}} m_{\text{铁}} = 0.11 \text{ 卡/克·度} \times 200 \text{ 克} = 22 \text{ 卡/克},$$

$$c_{\text{水}} m_{\text{水}} = 1 \text{ 卡/克·度} \times 100 \text{ 克} = 100 \text{ 卡/克}.$$

**解答** 在温度轴上取 20°C 和 100°C 的 A、C 两点,过 A、C 两点分别作温度轴的垂线,按比例取  $AB = 22$  个单位,  $CD = 100$  个单位,连接  $BD$ ,它与温度轴的交点  $E$  就是混合温度(图 177),对应的温度  $t = 34.4^\circ\text{C}$ .

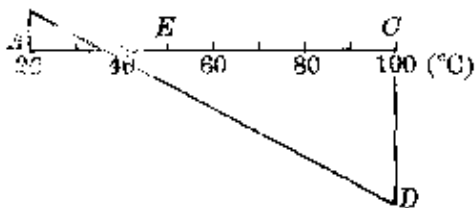


图 177

上面两例都是没有发生物态变化的热传递问题.当发生物态变化时,只需引入一些变换,同样可用热平衡图线求解.

**例3** 把 100 克 0°C 的冰分别与 200 克、50°C 的热水和 100 克、50°C 的热水混合,结果怎样? 已知冰的溶解热  $\lambda = 80$  卡/克.

**分析** 相混时,冰吸热,水放热.由于冰的溶解热  $\lambda = 80$  卡/克,因此把 1 克、0°C 的冰溶解成 0°C 的水所吸收的热量,相当于把 1 克、0°C 的水升温至 80°C 所需吸收的热量.如果我们把这里的冰设想成某种低于 0°C 的“过冷水”(其比热仍为 1 卡/克·度),

则原来 100 克、0℃ 的冰相当于 100 克、-80℃ 的“过冷水”，同样可用热平衡图解法(图 178)。

**解答** 在温度轴上取 -80℃ 和 50℃ 的 A、C 两点，过 A、B 作温度轴的垂线 AB、CD，其长度比 AB:CD 为 2:1。连接 BD，它与温度轴的交点 E 所对应的温度  $t = 6.7^\circ\text{C}$ ，所以 100 克、0℃ 的冰与 200 克、50℃ 的热水混合后最终变成 300 克、6.7℃ 的水。

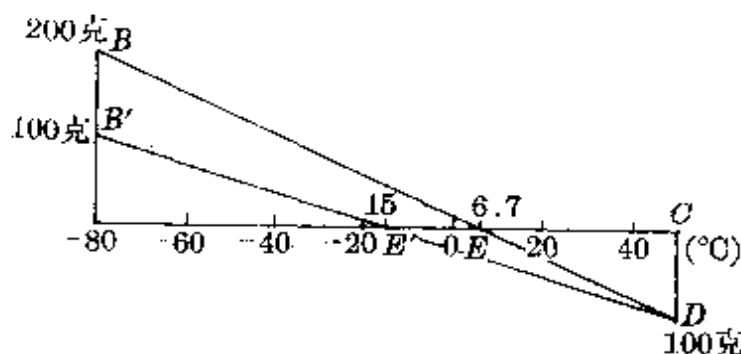


图 178

当热水质量为 100 克时，同理可在过 A 点的垂线 AB 上取 AB'，使  $AB' = CD$ ，连结 B'D，它与温度轴的交点  $E' = -15^\circ\text{C}$ ，表示最终成为 200 克、-15℃ 的“过冷水”。说明 100 克、50℃ 的热水降温至 0℃ 时放出的热还不足以使冰全部熔化。根据前面的变换可知，这些“过冷水”相当于 0℃ 的冰的质量数为

$$m_{\text{冰}} = \frac{1 \times 200 \times 15}{80} \text{克} = 37.5 \text{克}.$$

所以，混合的结果是成为冰水混合物，温度为 0℃。其中有冰 37.5 克，水 162.5 克。

**例 4** 一个铜量热器，其热容量为 30 卡/度，装有 0℃ 的冰 50 克。现将 12 克、1 个大气压的 100℃ 水蒸气通入量热器中，不计热量损失，最后结果怎样？已知冰的熔化热  $\lambda = 80$  卡/克，1 个大气压下 100℃ 的水的汽化热  $L = 539$  卡/克。

**分析** 根据例 3 的变换,把  $0^{\circ}\text{C}$  的冰设想为  $-80^{\circ}\text{C}$  的“过冷水”,同理可把  $100^{\circ}\text{C}$  的水蒸气设想成  $639^{\circ}\text{C}$  的“过热水”.

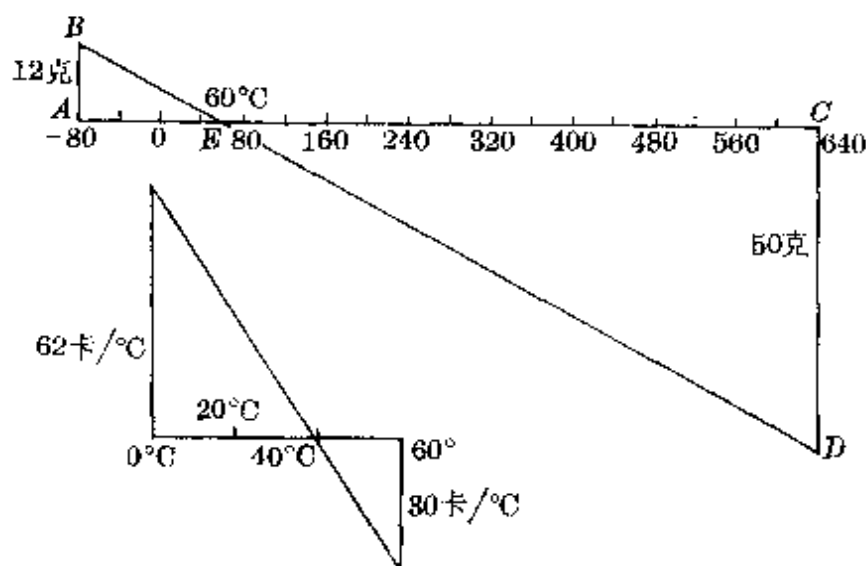


图 179

**解答** 在温度轴上取  $-80^{\circ}\text{C}$  和  $639^{\circ}\text{C}$  的  $A$ 、 $C$  两点,过  $A$ 、 $C$  两点作温度轴的垂线  $AB$ 、 $CD$ ,使其长度比  $AB:CD = 12:50$ ,连接  $BD$ ,它与温度轴的交点  $E$  对应的温度  $t = 60^{\circ}\text{C}$ ,表示冰、汽两者混合后变成 62 克、 $60^{\circ}\text{C}$  的水.

根据同样方法,再在温度轴上找出 62 克、 $60^{\circ}\text{C}$  的水与  $0^{\circ}\text{C}$  的量热器的混合温度.最终结果为  $40^{\circ}\text{C}$ .如图 179 所示.

引入设想的“过冷水”和“过热水”的概念后,同样可研究  $0^{\circ}\text{C}$  以下的冰和  $100^{\circ}\text{C}$  以上的水蒸气的混合问题.这时需注意的是,由于冰的比热和水蒸气的比热都与水的比热不同,折合的温度也应作相应变化.请读者根据上面的道理自行研究.

上述几例,都是利用热平衡图解法作定量的计算,它的结果一定程度上依赖于作图的精确性,有时会不如算法准确,但它极有利于拓宽人们的思路.而利用这种图解法,在定性比较物理量的大



小、确定相关量的比值判定实验误差等方面却更显出其巧妙的作用。

**例 5** 质量相同的两个小铜球一起在沸水里充分加热后,分别放入两杯质量相同、温度均为室温的水和酒精中,最终两液体的温度高低

- A.  $t_{\text{水}} > t_{\text{酒}}$ ;      B.  $t_{\text{水}} < t_{\text{酒}}$ ;  
 C.  $t_{\text{水}} = t_{\text{酒}}$ ;      D. 不能判断。

**分析** 在温度轴上取表示室温和沸点的两点,分别作温度轴的垂线表示  $c_{\text{球}} m_{\text{球}}$  和  $c_{\text{水}} m_{\text{水}}$  ( $c_{\text{酒}} m_{\text{酒}}$ ),作出热平衡图解如图 180 所示。

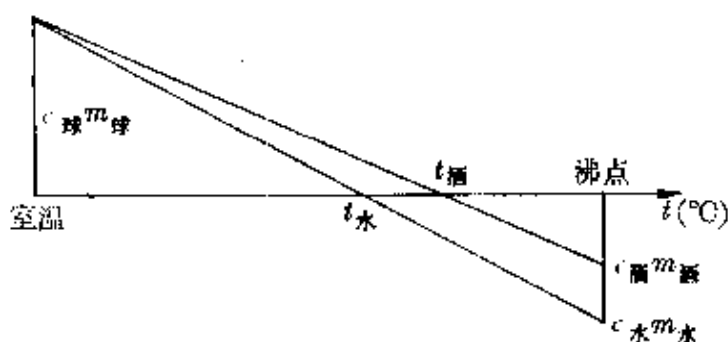


图 180

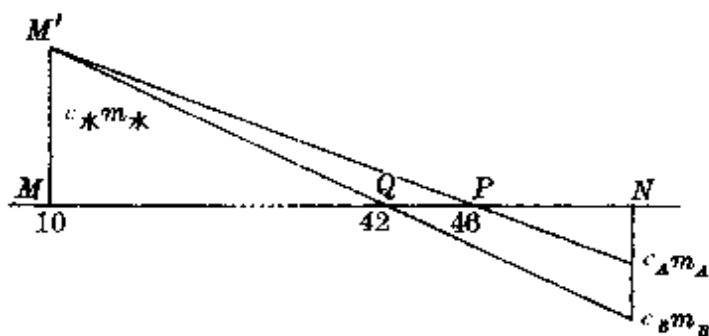
**解答** 由温度轴上两交点可知,混合后酒精的温度较高,正确答案为 B。

**例 6** 质量相同的  $A$ 、 $B$  两金属块,温度均为  $10^{\circ}\text{C}$ 。甲、乙两杯水的质量也相等,温度均为  $50^{\circ}\text{C}$ 。现将  $A$  放入甲杯,  $B$  放入乙杯,杯子吸热不计,达热平衡后,甲杯水温降低  $4^{\circ}\text{C}$ ,乙杯水温降低  $8^{\circ}\text{C}$ ,则  $A$ 、 $B$  两者比热之比为

- A. 1:2;    B. 2:3;    C. 4:9;    D. 1:3.

**分析** 在温度轴上取表示  $10^{\circ}\text{C}$  和  $50^{\circ}\text{C}$  的  $M$ 、 $N$  两点,在其间

再取表示  $46^{\circ}\text{C}$  ( $50^{\circ}\text{C} - 4^{\circ}\text{C}$ ) 和  $42^{\circ}\text{C}$  ( $50^{\circ}\text{C} - 8^{\circ}\text{C}$ ) 的两点  $P$ 、 $Q$ . 过  $M$  点作温度轴的垂线  $MM'$  表示  $c_{\text{水}} m_{\text{水}}$ , 连结  $M'P$ 、 $M'Q$  并延长与过  $N$  点的温度轴垂线相交, 即表示  $c_A m_A$  和  $c_B m_B$  (图 181).



(表示断裂)

图 181

**解答** 由热平衡图解, 根据相似三角形得

$$\frac{c_A m_A}{4} = \frac{c_{\text{水}} m_{\text{水}}}{36}, \quad \frac{c_B m_B}{8} = \frac{c_{\text{水}} m_{\text{水}}}{32}$$

两式相比, 得  $\frac{c_A}{c_B} = \frac{4}{9}$ .

正确答案为 C.

**例 7** 试判断用混合法测定比热的实验中, 测量值与真实值的大小关系.

**分析** 在中学物理实验中, 常用的测定比热的混合法是把高温的金属块投入低温的液体中. 画出的热平衡图解如图 182 实线所示.

**解答** 由于容器吸热、向环境散热等因素的影响, 实验中测得的平衡温度  $t$  比真实平衡温度  $t'$  低, 因此可以在实验中对应的图线旁另画出两条通过  $t'$  的图线 (图 182 中虚线所示). 由此可见用混合法测比热时, 实验中测得的高温物质的比热值  $c_{\text{高}}$  一定比它

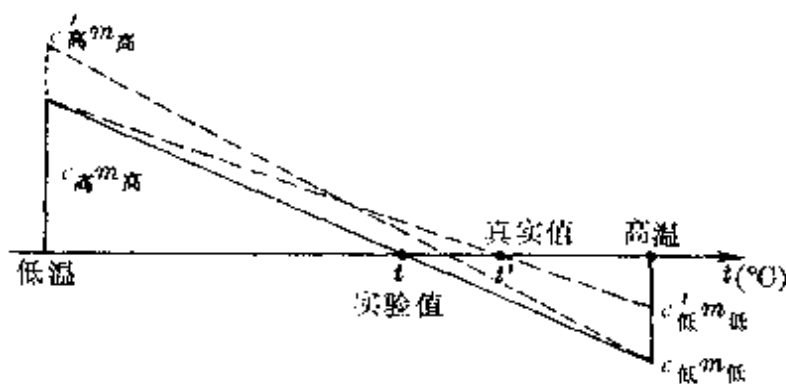


图 182

的真实值  $c'_{高}$  小; 实验中测得的低温物质的比热值  $c_{低}$  一定比它的真实值  $c'_{低}$  大.

**电压三角形**

如果你用一个交流电压表去测量一下家用日光灯正常工作时各处的电压值(图 183), 结果也许你会大吃一惊: 灯管和镇流器的串联电压之和 ( $U_R + U_L$ ) 甚大于电源电压  $U$ ! 这似乎违背串联电路常理的事实, 却正是交流电路上所特有的表现.

灯管工作时可以认为是一个电阻性负载, 流过灯管的电流与其两端电压同相位. 镇流器是一个电感性负载, 把它简化为纯电感(不计导线电阻等影响)时, 流过镇流器的电流落后其两端电压  $\pi/2$ . 因此, 这里电压关系的矢量图如图 184(a) 所示. 各部分电压间的数值关系应是

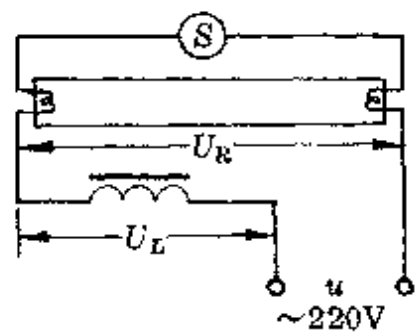


图 183

$$U_R^2 + U_L^2 = U^2 \text{ 或 } U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}.$$

由于串联电路中电流强度处处相同, 且各部分同样遵守欧姆定律, 因此根据图 184(a) 可画出图 184(b) 的阻抗三角形或图 184

(c)的功率三角形,相互间的数值关系是

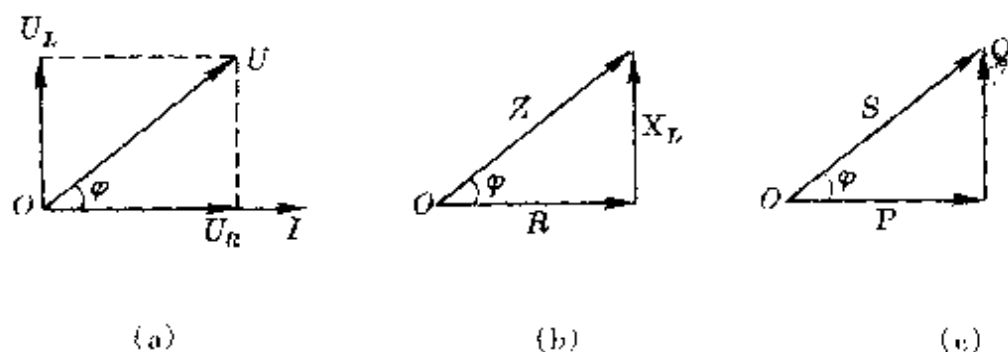


图 184

$$Z^2 = R^2 + X_L^2, S^2 = P^2 + Q^2.$$

式中  $X_L = \frac{U_L}{I} = \omega L$  是镇流器的感抗,它与交流电的频率  $\omega$  及镇流器的自感  $L$  有关,  $Z$  称为电路的总阻抗,单位是欧,  $P = IU_R$ , 称有功功率,单位是瓦,  $Q = IU_L$ , 称无功功率,它反映了电感器与电源之间往返交换的这部分功率,单位是乏,  $S = IU$ , 称为视在功率,反映了向整个电路提供的功率的多少,单位是伏安,有功功率在视在功率中所占的比例用相位角  $\varphi$  的余弦函数表示,称为功率因数,即

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}.$$

在电容性电路 ( $R-C$  电路), 同样可画出其电压三角形或对应的阻抗三角形和功率三角形, 只是通过电容的电流超前其两端电压  $\pi/2$ .

在研究交流电路时, 画出相关的电压三角形 (或阻抗三角形、功率三角形), 可以帮助我们认识和分析交流电路的特性, 便于进行交流电路的计算.

**例 1** 某仪器 (纯电阻负载) 的工作电压是 36 伏, 工作电流为

1.2 安, 串接一个电容器后接到 220 伏、50 赫的交流电路上, 为了使仪器正常工作, 这个电容器的电容量为多少?

**分析** 通过电容器的电流超前电压  $\pi/2$ , 画出的电压三角形如图 185 所示.

**解答** 由画出的电压三角形得电容两端电压

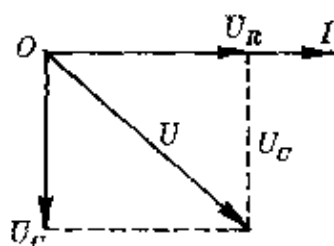


图 185

$$\begin{aligned} U_C &= \sqrt{U^2 - U_R^2} \\ &= \sqrt{220^2 - 36^2} \text{ 伏} \\ &= 217 \text{ 伏.} \end{aligned}$$

因为  $U_C = IX_C = \frac{I}{2\pi fC}$ ,

所以  $C = \frac{I}{2\pi fU_C} = \frac{1.2}{2 \times 3.14 \times 50 \times 217} \text{ 法} = 17.6 \times 10^{-6} \text{ 法}$   
 $= 17.6 \text{ 微法.}$

**说明** 也可以先算出  $R-C$  串联电路的总阻抗

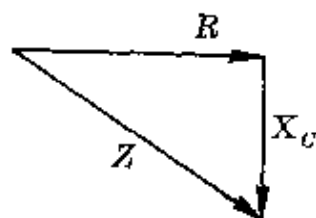


图 186

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{1.2} \text{ 欧} = 183.3 \text{ 欧.}$$

根据阻抗三角形(图 186), 得容抗

$$X_C = \frac{I}{2\pi fC} = \sqrt{Z^2 - R^2}.$$

式中  $R = \frac{36}{1.2} \text{ 欧} = 30 \text{ 欧}$ , 于是得电容量为

$$\begin{aligned} C &= \frac{I}{2\pi f\sqrt{Z^2 - R^2}} = \frac{1}{314\sqrt{183.3^2 - 30^2}} \text{ 法} \\ &= 17.6 \text{ 微法.} \end{aligned}$$

**例 2** 一电感线圈与一纯电阻  $R$  串联( $R = 20 \text{ 欧}$ )后接到电压

为 120 伏、频率为 50 赫的交流电路上,测得电感线圈两端电压为 91 伏,电阻两端电压为 44 伏,若电感线圈的电阻不能忽略,试计算电感器和电阻器所消耗的功率。

**分析** 由于电感线圈的电阻不能忽略(设为  $R_L$ ),它自身形成的阻抗三角形和电压三角形如图 187 中  $\triangle OA'B'$  和  $\triangle OC'D'$  所示。整个电路的阻抗三角形和电压三角形则如图 187 中  $\triangle OAB$  和  $\triangle OCD$  所示。

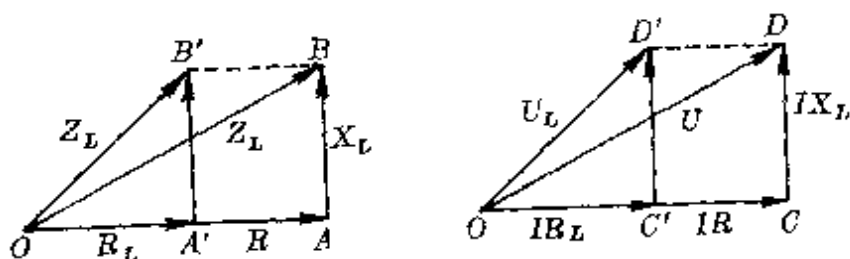


图 187

**解答** 根据图 187 的阻抗三角形和电压三角形,可列出两个电压关系方程:

$$[I(R + R_L)]^2 + (IX_L)^2 = U^2, \quad (1)$$

$$(IR_L)^2 + (IX_L)^2 = U_L^2. \quad (2)$$

对纯电阻  $R$  上的电压又有关系式

$$(IR)^2 = U_R^2. \quad (3)$$

联立①②③三式,得

$$U^2 - U_L^2 - U_R^2 = 2I^2 RR_L.$$

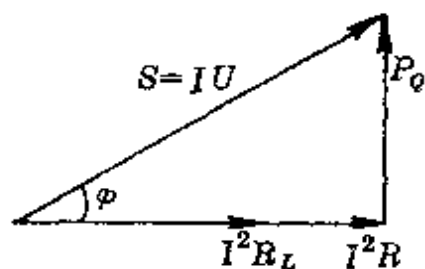
所以电感器和电阻器所消耗的功率分别为

$$P_L = I^2 R_L = \frac{U^2 - U_L^2 - U_R^2}{2R} = \frac{120^2 - 91^2 - 44^2}{2 \times 20} \text{ 瓦} \\ \approx 104.6 \text{ 瓦}.$$

$$P_R = I^2 R = \frac{U_R^2}{R} = 96.8 \text{ 瓦}.$$

**例 3** 计算例 2 中电路的功率因数。

**分析** 根据例 2 中电流、电压间的相位关系,先作出功率三角形,如图 188 所示。



**解答** 由功率三角形知

图 188

$$\cos \varphi = \frac{I^2(R_L + R)}{IU} = \frac{I(R_L + R)}{U}$$

因为  $I = \frac{U_R}{R} = \frac{44}{20} \text{安} = 2.2 \text{安}$ ,

$$R_L = \frac{P_L}{I^2} = \frac{104.6}{2.2 \times 2.2} \text{欧} = 21.6 \text{欧},$$

所以  $\cos \varphi = \frac{2.2^2 \times (21.6 + 20)}{120} = 0.763$ 。

**例 4** 如图 189 所示为  $R-L$  串联电路。假设电路总的等效电阻  $R = 350$  欧,线圈的自感系数  $L = 1.5$  亨,接在频率为 50 赫电路上时的功率因数为多少? 如在电路中再串联一个电容量  $C = 4.75$  微法的电容,功率因数变为多少?

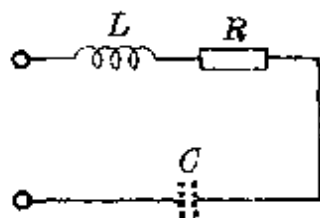


图 189

**分析** 未接入电容器时,电压超前电流,画出的阻抗三角形如图 190(a)所示。

接入电容器后,由于其容抗和电感器的感抗分别为

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{314 \times 4.75 \times 10^{-6}} \text{欧} \approx 671 \text{欧},$$

$$X_L = 2\pi fL = 314 \times 1.5 \text{欧} = 471 \text{欧} < X_C,$$

原电路从电感性负载变为电容性负载,电压落后于电流,如图 190

(b)所示,两情况的相位角以  $\varphi$  和  $\varphi'$  表示.

**解答** 由阻抗三角形得,未接电容时的功率因数

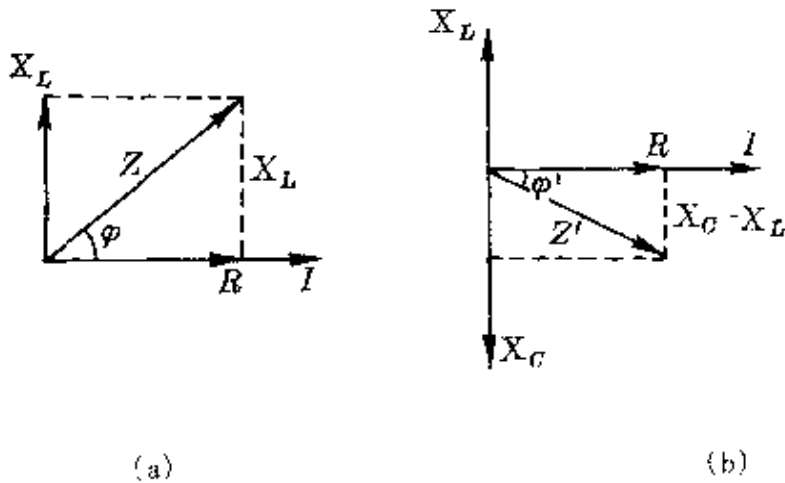


图 150

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{350}{\sqrt{350^2 + 471^2}} \approx 0.60.$$

接入电容后的功率因数

$$\begin{aligned} \cos \varphi' &= \frac{R}{Z'} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}} \\ &= \frac{350}{\sqrt{350^2 + (671 - 471)^2}} = 0.87. \end{aligned}$$

**说明** 由上面的计算可知,在日光灯电路中串联电容器同样会提高功率因数,但由于通常用电器是根据电源电压设计的,串联电容器后,用电器两端电压会发生变化,将影响其正常工作,所以通常在日光灯上采用并联电容器方法提高功率因数,其计算原理相同.



## 2. 物理图象的应用

与物理图示相比,图象能更深刻地表现事物的动态特性.应用图象,不仅能进行定性比较、分析,也适宜于作定量的计算、论证.并且,通过图象的启发,常能找到巧妙的解题途径,可避免许多繁复的计算.

任何一个物理量,只要能确定它与其他相关量的函数关系,就可作出它的图象.如由电池和一个可变电阻组成的最简单电路中,就可作出  $U-I$ 、 $P-U$ 、 $I-R$ 、 $U-R$ 、 $P-R$ 、 $\eta R$  ( $\eta$  为电源效率) 等各种图象.因此,在物理学中可以画出许多函数图象.下面,我们仅选择在中学物理解题中最为典型的图象分别举例介绍它们的应用.

位移图象

匀速直线运动的位移公式为

$$s = vt,$$

它的位移—时间图象( $s-t$  图)是一条通过坐标原点的倾斜直线(图 191).其斜率等于速度的大小,即  $v = \operatorname{tg}\alpha$ .

匀变速直线运动的位移公式为

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2.$$

当  $v_0 = 0$  时,其  $s-t$  图为—抛物线,如图 192 所示.线上各点处切线的斜率反映了对应时刻速度的大小.

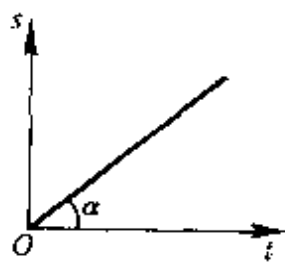


图 191

当  $v_0 \neq 0$  时,  $a > 0$  的  $s-t$  图,如图 193 所示.

物体做简谐运动时,它的位移—时间图象则为一条正弦或余弦曲线.

各种不同运动的位移图象,在分析、研究中学物理问题中都有广泛的应用.

**例 1** 上海至重庆的长江航线全长  $s = 2500$  千米.若高速直达客轮每日上午 8 时正各从上海和重庆启航,平均航速分别为  $v_1 = 600$  千米/日,  $v_2 = 800$  千米/日.试问:某天从重庆驶向上海的轮船沿江而下时可遇见几艘从上海驶向重庆的轮船?

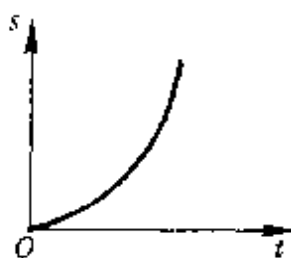


图 192

**分析** 两船同时出发相向而行,相遇时两船通过的路程之和应等于两地间距.利用  $s-t$  图象求解,只需从两地对开的轮船的  $s-t$  图线交点数即可确定相遇船数.

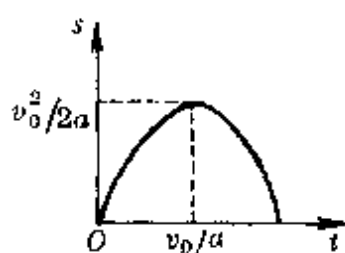


图 193

**解答** 在  $s-t$  直角坐标系中的  $s$  轴

上取原点  $O(s=0)$  和  $A$  点 ( $s=2500$  千米) 分别代表上海、重庆两地,从上海每隔 1 日作出一系列斜率为 600 千米/日的平行倾斜直线 ( $t < 0$  的各线,表示前几天发出的船),从重庆作出一条斜率为 -800 千米/日的直线,它与从上海出发的轮船的  $s-t$  图线的交点就是沿江而下与上海轮相遇之处.由图 194 可知,重庆轮沿途共可与 8 艘从上海开出的轮船相遇.

**例 2** 一队步兵成纵队沿直线前进,队列长  $l = 900$  米,速度为  $v = 7.2$  千米/时.队尾一传令兵跑步赶到队首传达命令,用了 4 分钟,命令送到后立即以原速率返回队尾.试求传令兵到达队首的地点和返回队尾的时间和地点.

**分析** 用算法时,可设传令兵的速度为  $u$ ,则赶往队首的时间  $t_1 = \frac{l}{u-v}$ ,返回队尾的时间  $t_2 = \frac{l}{u+v}$ ,整个队伍在这两段时间内前进距离分别为  $s_1 = vt_1$ ,  $s_2 = vt_2$ .联立四式即可找出所求时间

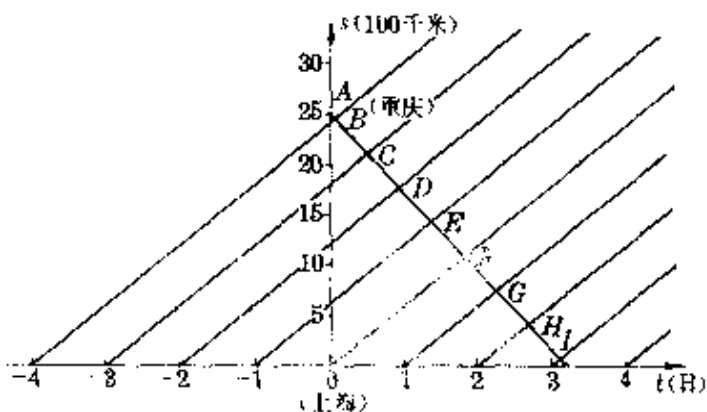


图 194

和地点.如果采用  $s-t$  图象法,只需根据队首、队尾和传令兵三者  $s-t$  图线的交点坐标就可直接确定.

**解答** 在  $s-t$  直角坐标系中,以  $s$  轴相距 900 米的两处  $O$ 、 $A$  表示某时刻的队尾和队首,它们的  $s-t$  图线为斜率  $k = 7.2$  千米/时  $= 120$  米/分的两条平行斜线  $AM$ 、 $ON$ . 在  $AM$  线上找出经  $t = 4$  分的  $A'$  点,连结  $OA'$ ,就是传令兵赶往队首的  $s-t$  图线,其斜率  $k'$  等于传令兵的速度.从  $A'$  作斜率等于  $-k'$  的直线,它与  $ON$  线的交点  $O'$  所对应的坐标就是归队的地点和时间.

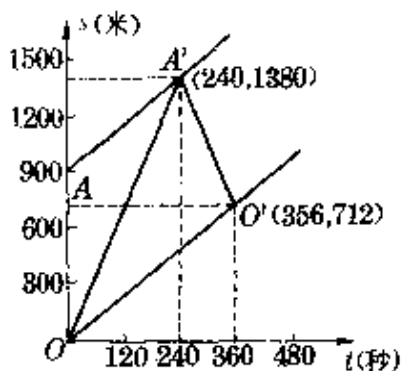


图 195

由图 195 可知,传令兵到达队首地点距原队尾 1380 米,返回队尾时距出发处 712 米,共经历 356 秒.

**例 3**  $A$ 、 $B$  两物体分别以初速  $v_A = 20$  米/秒,  $v_B = 10$  米/秒在同处先后竖直上抛,欲使它们在空中相遇(不考虑相碰),先后抛出的时间间隔  $\Delta t$  应为( $g = 10$  米/秒<sup>2</sup>)

- A.  $\Delta t > 1$  秒;                      B.  $1 \text{ 秒} \leq \Delta t \leq 2 \text{ 秒}$ ;  
 C.  $2 \text{ 秒} \leq \Delta t \leq 3 \text{ 秒}$ ;            D.  $2 \text{ 秒} \leq \Delta t \leq 4 \text{ 秒}$ .

**分析** 上抛为匀减速运动,其  $s-t$  图为开口向下的抛物线.图 196(a)中画出了  $A$ 、 $B$  两物体分别以抛出时刻为计时起点的图线.它们在空中相遇,表示两图线应相交.为此可把  $A$ 、 $B$  两者的  $s-t$  图画在一起,并把  $B$  的  $s-t$  图沿  $t$  轴向右平移,如图 196(b)所示.由两者能相交的条件即可确定相隔时间  $\Delta t$ .

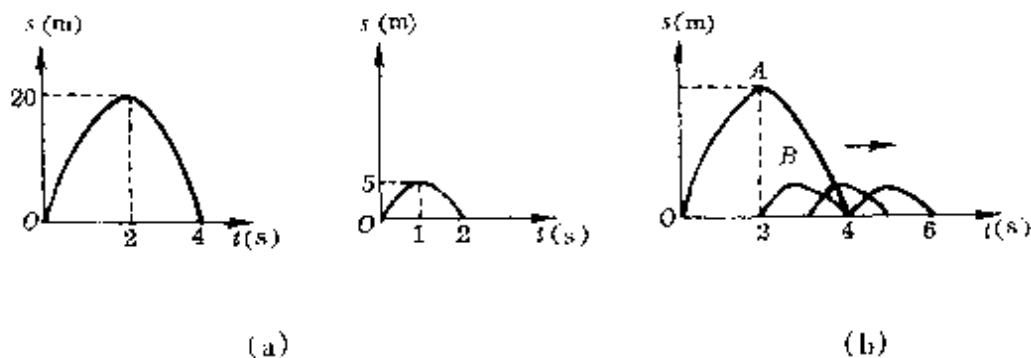


图 196

**解答** 由图 196(b)可知,  $\Delta t = 2$  秒,  $A$ 、 $B$  两物体正好在落回原处时相遇(同时落回原处);  $\Delta t = 4$  秒,正好在  $B$  物体抛出时与  $A$  相遇.因此很容易选出正确答案为 D.

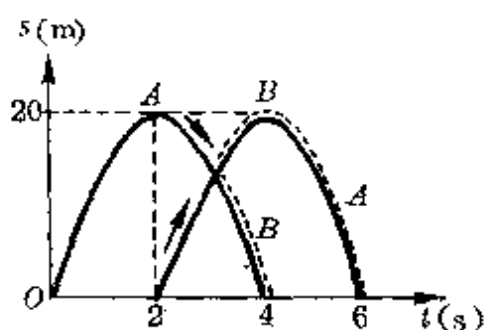
**说明:**从图中还可看出,相遇时  $A$  物体总在下降阶段.对于  $B$  物体,若  $2 \text{ 秒} < \Delta t < 3 \text{ 秒}$ ,总在下降阶段与  $A$  相遇;若  $3 \text{ 秒} < \Delta t < 4 \text{ 秒}$ ,则在上升阶段与  $A$  相遇.

**例 4** 在地面上以初速  $v_0 = 20$  米/秒竖直上抛一个小球  $A$ ,当它到达最高点时,在原处以同样的初速、沿着同一竖直线抛另一个小球  $B$ .两球在空中相遇时发生弹性正碰(碰撞过程中重力冲量不计).若从抛出小球  $A$  开始计时,则两者在空中运动时间分别为多少? ( $g = 10$  米/秒<sup>2</sup>)

**分析** 同上例,画出  $A$ 、 $B$  两球的  $s-t$  图(图 197),其相隔时间和顶点坐标分别为

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{20}{10} \text{秒} = 2 \text{秒},$$

$$s_m = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{400}{20} \text{米} \\ = 20 \text{米}.$$



两图线的交点表示两球相碰。

图 197

**解答** 由图 197 可知,相碰时, A 球正向下运动, B 球在向上运动,不计重力冲量, (A + B) 这一系统碰撞前后的总动量守恒。根据相同小球做弹性正碰时互换速度的结果, A 球将以 B 球的速度运动, B 球将以 A 球的速度运动,它们继续运动时正好互换  $s-t$  图象,如图中虚线所示。因此 A、B 两球在空中运动的时间分别为

$$t_A = 3 \frac{v_0}{g} = 3 \times \frac{20}{10} \text{秒} = 6 \text{秒},$$

$$t_B = \frac{v_0}{g} = \frac{20}{10} \text{秒} = 2 \text{秒}.$$

**例 5** A、B 两小物块以相同的速度  $v_0$  并排地沿着光滑水平轨道运动,至某处物块 B 滑入一条光滑的凹面通道,物块 A 继续沿原光滑水平直轨运动。不计 B 在凹面通道弯曲处的碰撞作用,试问:哪一个物块先到达凹面右端的直轨上(图 198)?

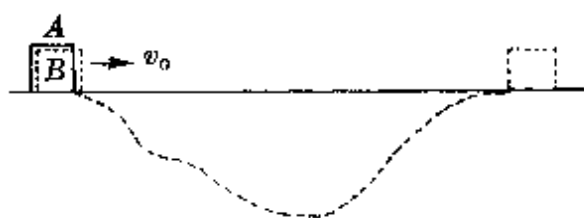


图 198

**分析** B 滑入凹面通道后做变加速运动,如要通过计算比较它与 A 到达右端的时间,是非常困难的,为此,必须另辟蹊径。注意到 A、B 两物体滑到右端时的水平位移相等,又由机械能守恒定

律可知,两者滑到右端时的速度相同,因此可以利用水平位移图象作定性比较.

**解答** 在  $s-t$  直角坐标系的  $s$  轴上取  $O$ 、 $C$  两点表示凹面左、右两端.  $A$  沿光滑直轨做匀速运动,其  $s-t$  图为一斜直线,  $B$  沿曲面做变速运动,其  $s-t$  图为一曲线,各处的斜率大小不同,在滑到最低处前  $B$  的速度一直增大,以后  $B$  的速度逐渐减小,因此其斜率开始增大,以后变小,到达凹面右端时(即通过水平位移  $s = OC$  时)的斜率应等于  $A$  的斜率.可见,  $B$  的  $s-t$  图一定位于  $A$  的上方,如图 199 所示.所以  $B$  到达凹面右端的时间一定小于  $A$  到达右端的时间,即  $t_B < t_A$ .

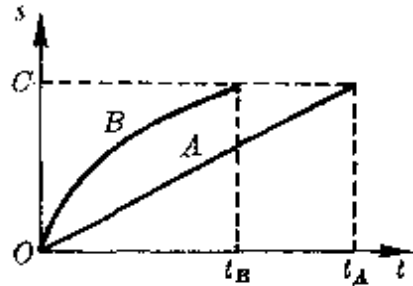


图 199

**说明** 本题揭示一个悖于直觉的真理,沿凹面通过的路程长,反而运动得快.在中学物理中还有类似的其他问题可根据同样方法分析.本题也可通过对水平分速度大小的比较或画出  $v-t$  图作定性判断,读者可自行研究.

**例 6** 如图 200 所示,在光滑水平面的两端对立着两堵竖直的墙  $A$  和  $B$ ,把一根劲度系数是  $k$  的弹簧的左端固定在墙  $A$  上,右端系一个质量为  $m$  的物体 1.用外力压缩弹簧(在弹性限度内)使物体 1 从平衡位置  $O$  向左移动距离  $s_0$ ,紧靠着 1 放一个质量也是  $m$  的物体 2,使弹簧、物体 1 和物体 2 都处于静止状态,然后撤去外力,由于弹簧的作用,物体开始向右滑动.物体 2 和物体 1 分离后继续向右滑动,与墙  $B$  发生完全弹性碰撞.  $B$  和  $O$  之间的距离  $x$  应满足什么条件,才能使物体 2 在返回时恰好与 1 在  $O$  点相遇?设弹簧的质量及物体 1 和物体 2 的宽度都忽略不计.

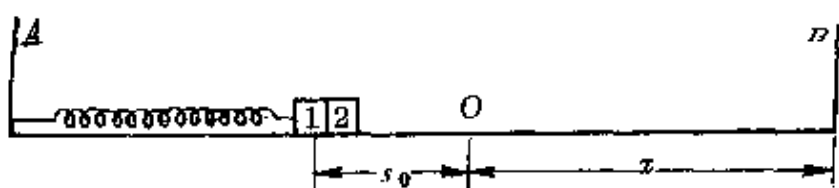


图 200

分析 撤去外力后,1与2一起向右加速运动,至位置O处,弹簧恢复原长,1、2两物体速度达到最大,其值可由

$$\frac{1}{2}ks_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2mv^2,$$

得 
$$v = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{k}{m}} s_0.$$

以后,物体2以速度 $v$ 继续匀速右行,直到与B碰后,改为匀速向左;物体1则在弹簧作用下以O点为平衡位置做简谐运动.欲使它们在O点相遇,应使物体2匀速往返 $2x$ 的时间等于物体1经历 $n$ 个半周期的时间.

解答 从O点分离开始计时,规定向右为位移正方向,作出两物体的位移—时间图象,如图201所示.

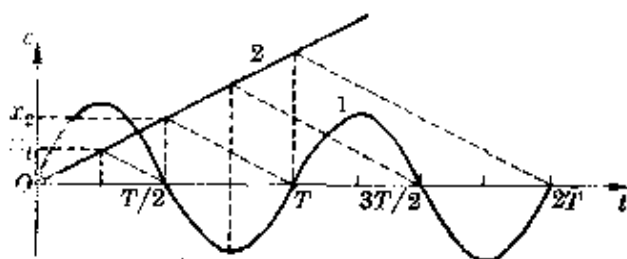


图 201

物体1做简谐运动,位移图象是一条正弦曲线,其周期 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ,它经过O点的时刻对应着 $x=0$ 的那些点.

物体2先向右做匀速运动,后向左做匀速运动,其位移图象是

一条斜率大小相同的折线.欲使它在  $O$  点与物体 1 相遇,必须在物体 1 经过  $\frac{T}{4}$ 、 $2 \times \frac{T}{4}$ 、 $3 \times \frac{T}{4}$ 、 $\dots$ 、 $n \cdot \frac{T}{4}$  时,物体 2 跟  $B$  墙相碰折回,于是得  $O$  与  $B$  墙间距应为

$$\begin{aligned} x &= nx_1 = n \cdot v \frac{T}{4} = n \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{k}{m}} s_0 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{4} n\pi s_0. \end{aligned}$$

### 速度图象

速度图象通常是指运动物体的速度与时间的关系.

物体做匀速直线运动和匀变速直线运动时,画出的速度图象都是一条直线,这是两种最为常用的图象.

物体做非匀变速运动时,速度图象为一条曲线,各处斜率不同.

有时,还需要画出速度—位移图象,研究速度随位移变化的规律.

**例 1** 一物体由静止开始沿直线运动,开始以加速度  $a_1$  做匀加速运动,接着以大小为  $a_2$  的加速度做匀减速运动直到静止,物体的位移为  $s$ .试求物体运动的时间和运动中的最大速度.

**分析** 物体运动的  $v-t$  图如图 202 所示.其中做匀加速运动的时间为  $t_1$ ,匀减速运动的时间为  $t_2$ ,运动中的最大速度为  $v_m$ .这个物体在  $t = t_1 + t_2$  内的位移等于图线下方三角形的面积,它也等于在同样时间内,从静止出发,末速为  $v_m$  的一个匀加速直线运动的位移(如图 202 中虚线所示直角三

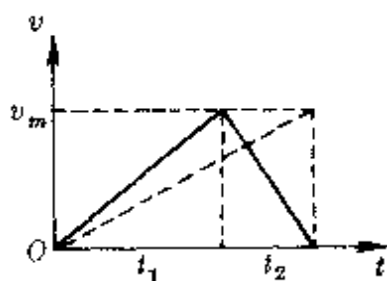


图 202



角形的面积).

**解答** 设假想的这个匀加速运动的加速度为  $a$ , 根据物体的运动规律可知

$$t_1 = \frac{v_m}{a_1}, \quad t_2 = \frac{v_m}{a_2}, \quad t = \frac{v_m}{a},$$

由  $t_1 + t_2 = t$ ,

即 
$$\frac{v_m}{a_1} + \frac{v_m}{a_2} = \frac{v_m}{a},$$

得 
$$a = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2}.$$

所以物体的运动时间和运动中的最大速度分别为

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2s(a_1 + a_2)}{a_1 a_2}},$$

$$v_m = \sqrt{2as} = \sqrt{\frac{2a_1 a_2 s}{a_1 + a_2}}.$$

**例 2** 甲、乙两物体同时同地同向运动, 甲做速度为  $v_0$  的匀速直线运动, 乙做初速度为零的匀加速直线运动, 则从开始运动到再次相遇, 可以求出的物理量为

- A. 乙追上甲时乙的速度;
- B. 乙追上甲时乙的位移;
- C. 乙追上甲时乙的运动时间;
- D. 上述三者均不能求出.

**分析** 甲的  $v-t$  图为一 条平行于  $t$  轴的直线, 在某段时间内的位移对应一个矩形的面积. 乙的  $v-t$  图为一 条过原点的倾斜直线, 在某段时间内的位移对应一个直角三角形的面积. 当乙追上甲时, 要求两速度图线下方对应的矩形面积恰等于三角形的面积(图

203).

**解答** 由上面的分析知,只有当乙做匀加速运动的瞬时速度等于  $2v_0$  时,在这段时间内两物体的位移才相等(图 203 中画有斜线的两块面积相等).乙的加速度不同时,

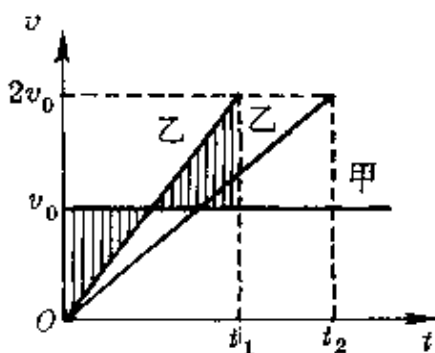


图 203

其  $v-t$  图的斜率不同,但只要达到  $v_乙 = 2v_0$ ,同样可使两者位移相同(即相遇),仅是运动的时间不同(如图 203 中  $t_1$ 、 $t_2$  所示).所以正确答案为 A.

**例 3**  $A$ 、 $B$  两物体的质量分别为  $m_1$ 、 $m_2$ ,  $m_1$  原来静止,  $m_2$  以速度  $v_0$  向右运动,如图 204 所示.它们同时开始受到向右的大小相同的恒力作用后,在  $m_1 < m_2$ 、 $m_1 = m_2$ 、 $m_1 > m_2$  三种情况下,它们能否达到相同的速度?

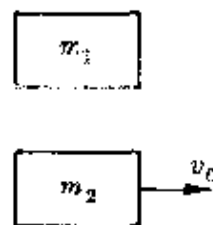


图 204

**分析** 两物体原来都处于力平衡状态,受到恒力  $F$  作用后,质量为  $m_1$  的物体  $A$  做初速为零的匀加速运动,质量为  $m_2$  的物体  $B$  做初速不为零的匀加速运动.两者的加速度分别为

$$a_1 = \frac{F}{m_1}, \quad a_2 = \frac{F}{m_2}.$$

作出它们的  $v-t$  图,根据两图线能否相交可判知它们能否达到相同的速度.

**解答** 对应于  $m_1 < m_2$ 、 $m_1 = m_2$ 、 $m_1 > m_2$  三种情况,作出两物体的  $v-t$  图如图 205 中(a)、(b)、(c)所示.显然,只有在  $m_1 < m_2$  即  $a_1 > a_2$  的情况下,两图线才可能相交,表示可能达到相同的速

度.

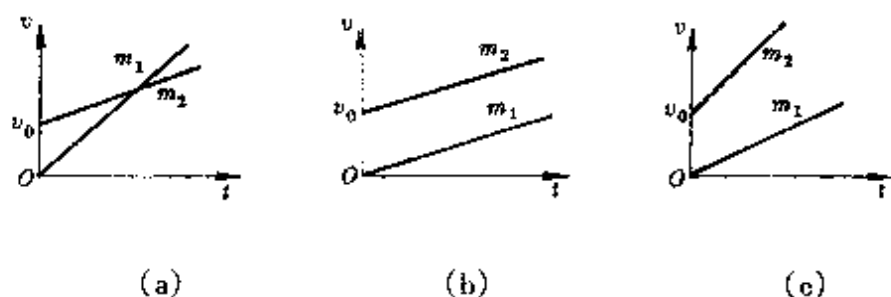


图 205

**例 4** 如图 206 所示,物体以 4 米/秒的速度从光滑斜面底端  $D$  开始上滑,途经  $A$ 、 $B$  两点,已知在  $A$  点时的速度是  $B$  点时的 2 倍,由  $B$  点再经 0.5 秒滑到最高点  $C$ ,速度恰好为零.已知  $A$ 、 $B$  间 距 0.9 米,试求斜面长度及物体由底端  $D$  滑至  $B$  点的时间.

**分析** 物体沿光滑斜面上滑做匀减速运动,其  $v-t$  图如图 207 所示.若从顶点  $C$  静止下滑,就是一个加速度大小相同的匀加速运动,它经过  $B$  点和  $A$  点的速度大小与上滑时经过这两点的速度大小相同.

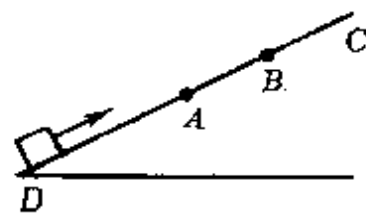


图 206

**解答** 由  $v_A = 2v_B$  从逆向运动可知,从  $C$  加速下滑到  $A$  的时间应等于  $C$  滑到  $B$  的时间的 2 倍,因此

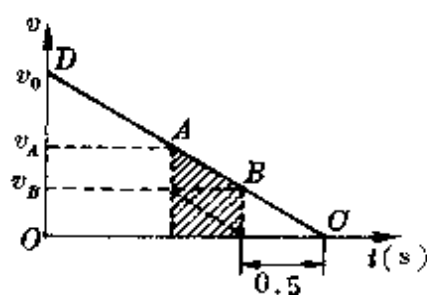


图 207

$$s_{CB} = \frac{1}{3} s_{AB} = 0.3 \text{ 米,}$$

$$v_B = \frac{2s_{CB}}{t_{CB}} = \frac{2 \times 0.3}{0.5} \text{ 米/秒} = 1.2 \text{ 米/秒,}$$

$$t_{CD} = \frac{v_D}{v_B} t_{CB} = \frac{4}{1.2} \times 0.5 \text{ 秒} = \frac{5}{3} \text{ 秒}.$$

所以从底端  $D$  滑到  $B$  的时间和斜面长度分别为

$$t_{DB} = t_{DC} - t_{BC} = \frac{5}{3} \text{ 秒} - 0.5 \text{ 秒} = \frac{7}{6} \text{ 秒},$$

$$s = \bar{v}_{DC} t_{CD} = \frac{v_D}{2} t_{CD} = \frac{4}{2} \times \frac{5}{3} \text{ 米} = \frac{10}{3} \text{ 米}.$$

**例 5** 在地面上竖直上抛一个小球, 通过楼上 1.5 米高的窗口时间为 0.1 秒. 当小球回落时, 从窗口底落到地面的时间为 0.2 秒, 求小球到达的最大高度. 取  $g = 10 \text{ 米/秒}^2$ .

**分析** 设窗口底离地高  $h_0$ , 窗口高  $h$ , 小球的运动示意图和  $v-t$  图分别如图 208 和图 209 所示.

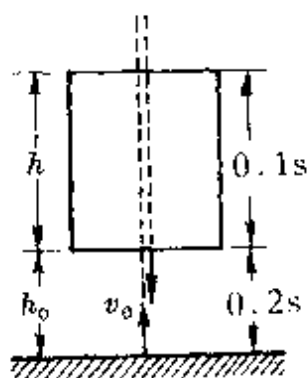


图 208

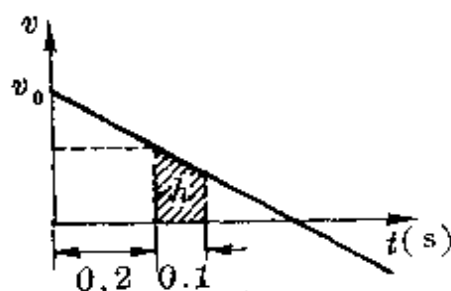


图 209

根据上抛运动的特点, 小球下落过程中, 从窗口底落到地面的时间等于上升过程中从地面到达窗口底的时间, 因此在  $v-t$  图上小球的上升阶段, 小球经过窗口底和窗顶所对应的时刻  $t_1 = 0.2$  秒,  $t_2 = 0.3$  秒.

**解答** 由  $v-t$  图中对应窗高的一块面积可得

$$\frac{(v_0 - gt_1) + (v_0 - gt_2)}{2} (t_1 - t_2) = h.$$

即 
$$\frac{(v_0 - 10 \times 0.2) + (v_0 - 10 \times 0.3)}{2} \times 0.1 = 1.5.$$

得  $v_0 = 17.5$  米/秒.

所以小球能上升的最大高度为

$$h_m = \frac{v_0^2}{2g} = 15.31 \text{ 米}.$$

**例 6** 图 210 为两个光滑的斜面, 高相同, 右边由两部分组成, 且  $AB + BC = AD$ . 两小球  $a$ 、 $b$  分别从  $A$  点沿两侧斜面由静止滑下, 不计转折处的能量损失, 哪一边的小球先滑到斜面底部?

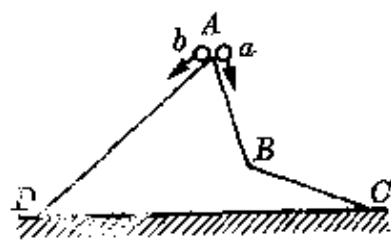


图 210

**分析** 两小球从等高处沿光滑斜面静止下滑, 由于两边斜面倾角不同, 下滑的加速度不同. 根据机械能守恒定律, 两球到达底端的速度大小相等. 画出的  $v-t$  图如图 211 所示, 其中的折线为沿  $ABC$  斜面下滑的  $a$  球的速度图象, 直线为沿  $AD$  斜面下滑的  $b$  球的速度图象.

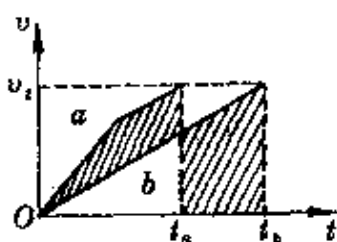


图 211

**解答** 因为  $v-t$  图上相应的一块面积表示位移的大小, 要求  $a$ 、 $b$  两图线下方的面积相等 (等于斜面总长度), 必须使图中画有斜线部分的两块面积相等, 显然, 一定有关系式  $t_a < t_b$ , 即沿  $ABC$  一边滑下的小球先到达底端.

**说明** 本题用  $v-t$  图求解是最简单和巧妙的方法. 类似本题的还有许多情况, 有时即使是非匀变速运动, 也可根据同样的道理作比较研究. 如图 212 所示,  $ABC$  为光滑曲面, 其长度与光滑斜面  $AD$  相同, 要求比较  $a$ 、 $b$  两小球从等高处由静止下滑到底端时

间时,同样可作出它们的  $v-t$  图,如图 213 所示.其中沿  $AD$  下滑的  $b$  球的  $v-t$  图为一斜直线,其斜率恒定.沿  $ABC$  下滑的  $a$  球的  $v-t$  图为一曲线,其斜率是变化的.由于两斜面总长度相同,要求它们的  $v-t$  图与  $t$  轴间一块面积相等(即图中画有斜线部分的两块面积相等),必然有关系式  $t_a < t_b$ ,所以沿曲面  $ABC$  下滑得快.



图 212

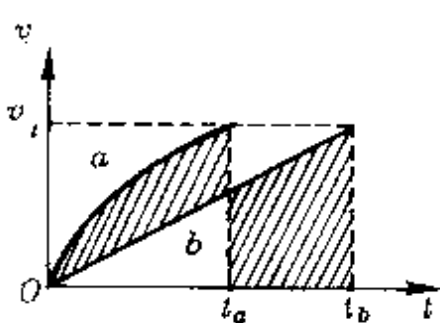


图 213

**例 7** 质量为  $m$  的物体  $A$  以速度  $v_0$  从平台上滑到与平台等高的静止小车  $B$  上,小车质量为  $M$ ,放在光滑水平地面上(图 214).物体  $A$  与小车之间的动摩擦因数为  $\mu$ .不计  $A$  的体积,为使  $A$  在小车  $B$  上不致滑出,小车的长度  $l$  至少为多少?



图 214

**分析**  $A$  滑上  $B$  后,在摩擦力作用下  $A$  做匀减速运动,  $B$  做

匀加速运动.要求  $A$  不致滑出小车,必须使  $A$  滑到小车右端时两者相对静止.

**解答** 设  $A$  滑至小车右端相对静止的共同速度为  $u$ ,由水平方向动量守恒

$$mv_0 = (m + M)u,$$

得 
$$u = \frac{m}{m + M}v_0.$$

达到这个速度所需时间可根据小车的动量变化得

$$t = \frac{Mu}{f} = \frac{Mu}{\mu mg} = \frac{Mv_0}{\mu(m+M)g}$$

作出木块 A 滑上小车至相对静止时两者的  $v-t$  图(图 215). 小车长度至少应等于它们达到相对静止时的位移之差, 它等于  $v-t$  图上画有斜线的这块三角形的面积. 所以

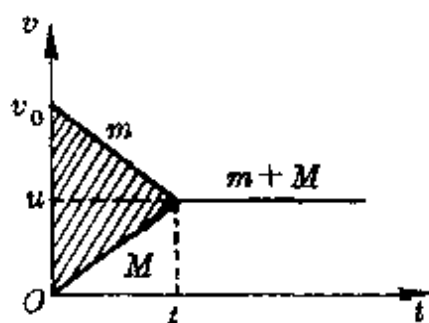


图 215

$$l = \frac{1}{2} v_0 t = \frac{1}{2} v_0 \frac{Mv_0}{\mu(m+M)g}$$

$$= \frac{Mv_0^2}{2\mu(m+M)g}$$

**例 8** 在光滑水平地面上有一个质量为  $M$  的盒子 A, 其内部长  $l = 1.0$  米, 盒子中央有一质量为  $m$  的滑块 B(大小不计), 且  $m = M$ . B 与 A 之间的动摩擦因数  $\mu = 0.05$ . 开始 B 是静止的, 现给 B 以初速  $v_0 = 5.0$  米/秒向右运动(图 216). 假设 B 与 A 前后两壁的碰撞为完全弹性的. 试求: B 与 A 相对静止时, A 对地的位移为多少?

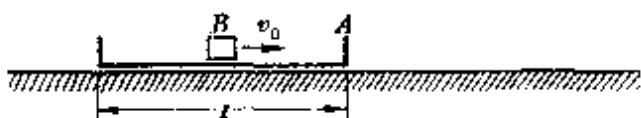


图 216

**分析** B 右行时, 由于摩擦, B 做匀减速运动, A 做匀加速运动. 加速度大小相同,  $a = \mu g$ . 碰壁后, 由于  $m = M$ , 两者互换速度, 从而使 A 与 B 所受摩擦力方向与原来相反, 两者互换运动状态. 结果使两者交替做着对地始终向右的匀加速运动和匀减速运动, 直到相对静止. 两者的速度图线如图 217 所示. 其中实线为 A 的速度图线, 虚线为 B 的速度图线, 它们的斜率大小相等.

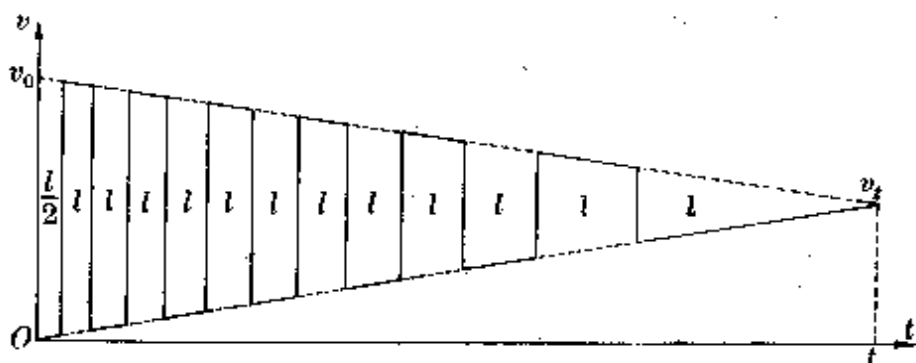


图 217

**解答** 由水平方向动量守恒得两者相对静止时的速度和达到相对静止的时间分别为

$$v_t = \frac{m}{m+M}v_0 = \frac{1}{2}v_0 = 2.5 \text{ 米/秒,}$$

$$t = \frac{v_t}{a} = \frac{v_t}{\mu g} = \frac{2.5}{0.05 \times 10} \text{ 秒} = 5 \text{ 秒.}$$

从开始运动至相对静止的过程中, A 对地的位移等于图 217 中实线下方的面积, 它等于图中以  $t$  轴为底边的三角形面积再加  $6l$ , 即

$$s_A = \frac{1}{2}v_t t + 6l = \frac{1}{2} \times 2.5 \times 5 \text{ 米} + 6 \times 1 \text{ 米} = 12.25 \text{ 米.}$$

**说明** 例 7 和例 8 是两个很典型的综合题, 可用多种方法求解. 最巧妙的莫过于图解法, 读者可自行比较研究.

**例 9** 如图 218 所示, 甲、乙两小孩各乘一辆冰车在水平冰面上游戏. 甲和他的冰车质量共为  $M = 30$  千克, 乙和他的



图 218

冰车质量也为 30 千克. 游戏时, 甲推着一个质量  $m = 15$  千克的箱子, 和它一起以大小为  $v_0 = 2$  米/秒的速度滑行, 乙以同样大小的



速度迎面滑来. 为了避免相撞, 甲突然将箱子沿冰面推出, 箱子滑到乙处, 乙迅速抓住. 若不计冰面摩擦, 试分析甲以不同速度(相对于地)推出箱子后, 甲、乙两者可能发生的情况.

**分析** 甲推出箱子和乙抓住箱子前后, (甲 + 箱) 和 (乙 + 箱) 水平方向动量守恒, 设推出箱子速度为  $v$ , 由

$$(M + m)v_0 = Mv_1 + mv,$$

$$mv - Mv_0 = (M + m)v_2,$$

分别得甲推出箱、乙抓住箱后的速度为

$$v_1 = \frac{(M + m)v_0 - mv}{M}, v_2 = \frac{mv - Mv_0}{M + m}.$$

两者可能出现的各种运动情况, 决定于  $v_1$ 、 $v_2$  的大小和方向. 较方便的办法是作出它们的图线进行分析研究.

**解答** 由  $v_1$ 、 $v_2$  的表达式代入数据得

$$v_1 = \frac{(30 + 15) \times 2 - 15v}{30} = 3 - \frac{1}{2}v,$$

$$v_2 = \frac{15v - 30 \times 2}{30 + 15} = -\frac{4}{3} + \frac{1}{3}v.$$

作出  $v_1 - v$ 、 $v_2 - v$  的图象, 如图 219 所示. 得两图线交点的速度值  $v_p = 5.2$  米/秒.

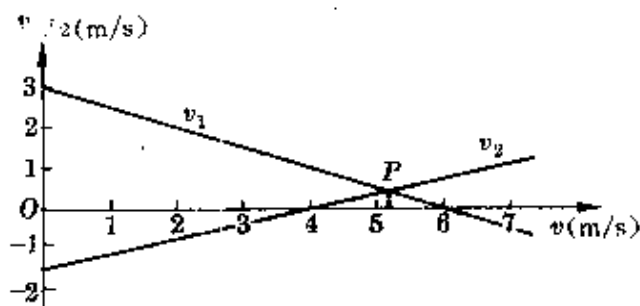


图 219

由图可知,当甲以不同速度  $v$  推出箱子时,可能出现的情况如下:

(1)  $v < 4$  米/秒,则  $v_1 > 0, v_2 < 0$ ,表示两者均沿原方向运动,会发生相撞;

(2)  $v = 4$  米/秒,  $v_1 > 0, v_2 = 0$ ,表示乙抓到箱子后刚好静止,甲按原方向运动,也会相撞;

(3)  $4 \text{ 米/秒} < v < 5.2 \text{ 米/秒}$ ,  $v_1 > 0, v_2 > 0$ ,甲、乙两者同向运动,但因  $v_1 > v_2$ ,甲会追上乙相撞;

(4)  $v = 5.2$  米/秒,  $v_1 = v_2$ ,甲、乙两者同向同速运动,刚好不会相撞;

(5)  $5.2 \text{ 米/秒} < v < 6 \text{ 米/秒}$ ,  $v_1 > 0, v_2 > 0$ ,甲、乙两者同向运动,但因  $v_1 < v_2$ ,甲落后于乙,不会相撞;

(6)  $v = 6$  米/秒,  $v_1 = 0, v_2 > 0$ ,甲推出箱后刚好静止,乙按甲原来的方向运动,不会相撞;

(7)  $v > 6$  米/秒,  $v_1 < 0, v_2 > 0$ ,甲、乙两者反向运动,不会相撞。

说明:本题从图上可以很直观地看出各种可能情况.如采用计算法,是很难作出完整的分析的。

等温线、等容  
线、等压线

一定质量理想气体发生等温变化时,其压强与体积间遵守玻意耳定律,其公式为

$$p_1 V_1 = p_2 V_2.$$

在  $p$ - $V$  直角坐标上是一条双曲线.温度越高,双曲线越往上移,如图 220 所示.  $p$ - $V$  图线上与  $V$  轴及对应两个不同体积所夹的一块面积,反映了功的大小。

一定质量理想气体发生等容变化或等压变化时,分别遵守查

理定律和盖·吕萨克定律,其公式为

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}, \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

因此在  $p-T$  平面上和  $V-T$  平面上可以用通过原点的斜直线表示,如图 221 和图 222 所示,分别称为等容线和等压线.图线越陡直,等容线所对应的体积越小,等压线所对应的压强越小.

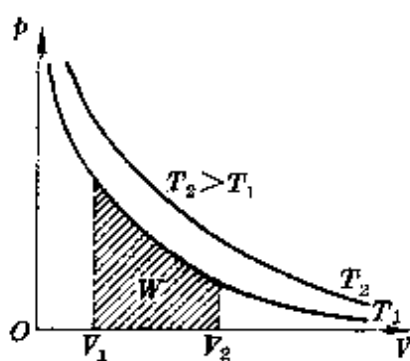


图 220

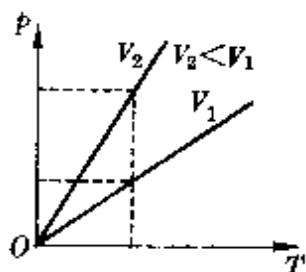


图 221

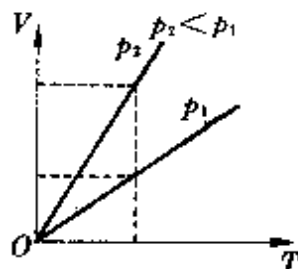


图 222

一定质量理想气体等值过程中的这些图线,在研究和解决物理问题中有广泛的应用.

**例 1** 一定质量的理想气体,保持体积不变,温度由  $27.3^{\circ}\text{C}$  降到  $-27.3^{\circ}\text{C}$ ,则气体压强的减少量等于它在  $0^{\circ}\text{C}$  时压强的

- A. 0.1 倍;      B. 0.2 倍;  
C. 2 倍;        D. 27.3 倍.

**分析** 在  $p-t$  直角坐标系中的等容线,是一条不通过坐标原点的倾斜直线,它在纵轴  $p$  上的截距等于  $0^{\circ}\text{C}$  时的压强,它的延长线与  $t$  轴的交点即为绝对零度  $-273^{\circ}\text{C}$ .

**解答** 根据图 223,由相似三角形对应边成比例关系得

$$\frac{\Delta p}{2 \times 27.3} = \frac{p_0}{273},$$

$$\text{得 } \Delta p = \frac{2 \times 27.3}{273} p_0 = \frac{2}{10} p_0.$$

正确答案为 B.

例 2 图 224 中 A、B 为两个容积较大的相同球形容器,用很细的 U 形管相连,两容器内充以温

度均为  $T_0$  的同种气体,平衡时,两边水银柱高度差  $h$ .当两容器内气体温度降低为  $T$  时,水银柱高度差如何变化?

分析 温度降低时,两容器内气体的状态发生变化.不计细管容积时,两者都发生一次等容变化,它们的等容线如图 225 所示.

解答 由图 225 可知,温度降低时,原来压强强大的容器 B 内气体压强的减小量较大,因此右边水银面将升高,即水银柱高度差减小.

设温度降低前后 A、B 两容器内压强分别为  $p_A$ 、 $p_B$ 、 $p_A'$ 、 $p_B'$ ,后来水银柱高度差为  $h'$ ,压强单位用厘米汞柱,则温度降低前后有关系式

$$p_B - p_A = h \text{ (厘米汞柱),}$$

$$p_B' - p_A' = h' \text{ (厘米汞柱).}$$

它们分别为夹于两等容线间的一段线段.由几何知识立即可知

$$\frac{h'}{h} = \frac{T}{T_0}.$$

即

$$h' = \frac{T}{T_0} h.$$

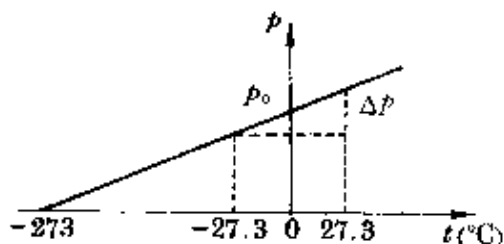


图 223

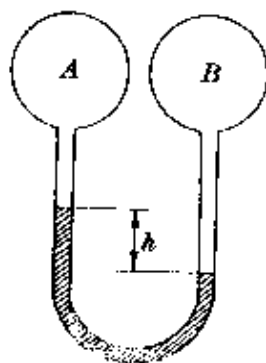


图 224

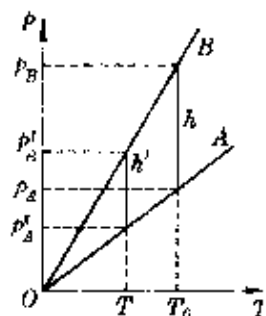


图 225

**例3**  $A$ 、 $B$  两相同的固定气缸中分别盛有等质量的同种气体, 它们的温度相同. 两缸的活塞分别通过滑轮系统挂一质量为  $m_A$  和  $m_B$  的重物, 且  $m_A < m_B$  (图 226). 不计活塞和滑轮系统的摩擦, 当两缸内气体温度都升高  $10^\circ\text{C}$  后, 哪一边的重物下降得更多些?

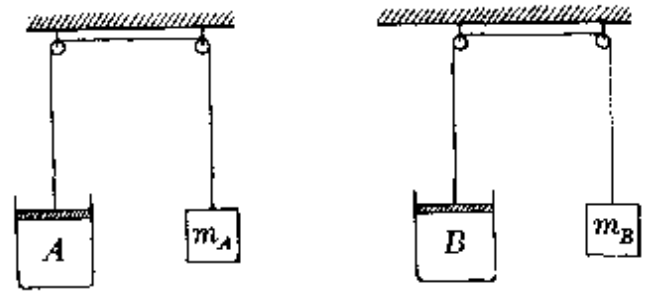


图 226

**分析** 温度升高时, 缸内气体状态发生变化. 由于作用在两气缸活塞面上的大气压强不变, 因此两缸内气体作等压膨胀. 其  $V-T$  图如图 227 所示.

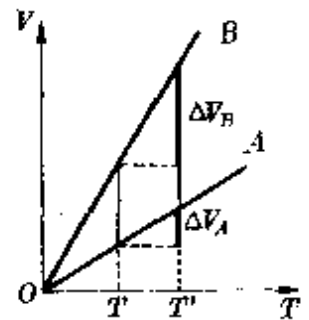


图 227

**解答** 由于悬挂物的质量  $m_A < m_B$ , 表示原来缸内气体的压强  $p_A > p_B$ . 而原来两缸气体体积则为  $V_A < V_B$ . 当两缸气体温度从  $T$  升高到  $T'$  时, 由图可知, 原来体积较大的  $B$  汽缸内的气体体积增加得多, 所以质量为  $m_B$  的重物下降得更多些.

**例4**  $1\text{mol}$  理想气体保持体积不变时温度升高  $1\text{K}$ , 保持压强不变时温度升高  $1\text{K}$ , 两情况中吸收的热量相差多少?

**分析** 体积不变时温度升高所需的热量, 仅用于增加气体的内能, 压强不变时温度升高所需的热量一方面用于增加气体的内能, 另一方面还用于气体膨胀做功. 由于理想气体内能仅与温度有关, 因此两情况下  $1\text{mol}$  气体内能的增加相同, 显然, 等压时吸收的热量多些. 相差的这部分热量等于膨胀时对外做的功量, 数值上等于  $p-V$  图中相应的一块面积, 如图 228 中画有斜线的矩形所示.

**解答** 设原来温度  $T$  时  $1\text{mol}$  理想气体的压强为  $p$ 、体积为

$V$ , 温度升高  $1\text{K}$  等压膨胀到体积  $V'$ , 在这个过程中气体对外做功

$$W = p(V' - V) = p\Delta V.$$

由盖·吕萨克定律,  $\frac{V}{V'} = \frac{T}{T'}$ , 因

此

$$\Delta V = V' - V = \frac{\Delta T}{T}V,$$

$$\text{所以 } W = p\Delta V = \frac{pV}{T}\Delta T.$$

根据  $1\text{mol}$  理想气体的克拉珀龙方程,  $\frac{pV}{T} = R$  ( $R$  为气体普适恒量), 又  $\Delta T = 1\text{K}$ , 于是

$$W = R.$$

所以,  $1\text{mol}$  理想气体等压时升温  $1\text{K}$  吸收的热量比等容时升温  $1\text{K}$  吸收的热量数量上多  $R$ .

**说明**  $1\text{mol}$  气体在等压和等容时升高  $1\text{K}$  所吸收的热量分别称为定压摩尔比热和定容摩尔比热, 常用  $c_p$  和  $c_v$  表示. 由上述关系可知

$$c_p = c_v + R.$$

**例 5**  $0.1\text{mol}$  氦气从状态  $A$  沿直线变化到状态  $B$  (图 229), 在这个变化过程中, 氦气的最高温度是多少?  $R = 0.082$  大气压·升/摩·开.

**分析** 根据克拉珀龙方程

$$pV = \frac{m}{M}RT = nRT.$$

当一定质量气体的  $pV$  之积最大时, 所对应的温度最高. 这样, 原

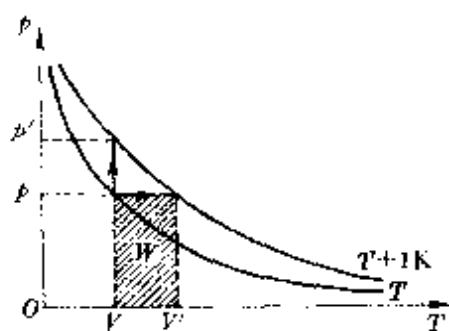


图 228

题就转化为确定沿  $AB$  直线过程中  $pV$  之积最大值的问题。

**解答** 由几何知识写出原  $AB$  直线方程

$$\frac{p - p_A}{p_A - p_B} = \frac{V - V_A}{V_A - V_B}$$

代入数据得 
$$\frac{p - 4}{4 - 1} = \frac{V - 1}{1 - 3}$$

把它化为截距式直线方程

$$\frac{p}{5.5} + \frac{V}{11/3} = 1$$

由此得这条图线向两端延伸时,在  $p$  轴和  $V$  轴上的截距分别为

$$p_m = 5.5 \text{ 大气压}, \quad V_m = \frac{11}{3}$$

升。

根据几何知识可知,在这条图线与两坐标轴所构成的三角形内,能作出的最大矩形的边长为  $p_m/2$  和  $V_m/2$ ,这个状态所对应的  $C$  点的温度为最高(图 230)。由克拉珀龙方程得

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{(pV)_m}{nR} = \frac{p_m V_m}{4nR} = \frac{5.5 \times 11/3}{4 \times 0.1 \times 0.082} \text{ 开} \\ &= 614.8 \text{ 开。} \end{aligned}$$

### 伏安特性线

一个电动势和内阻确定的直流电源,接上不同负载电阻时,其输出电压与电流之间的关系如图 231 所示。这就是电源的伏安特性线(或称电源工作负载线)。它在纵轴和横轴上的截距表示电动势  $\mathcal{E}$  和短路电流  $I_s$  的大小( $I_s =$

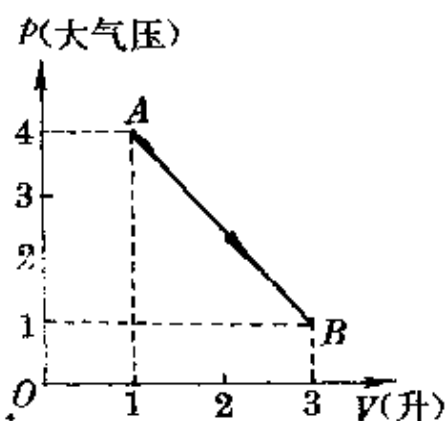


图 229

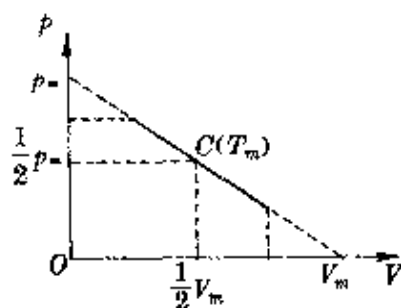


图 230

$\mathcal{E}/r$ ). 可见, 电源的工作负载线完全由电源本身确定.

当外电阻取某一定值  $R$  时, 便有确定的输出电压  $U_R$  和电流  $I_R$ . 其值等于电阻的伏安特性线与电源负载线的交点, 如图中  $Q$  点所示. 此时电路处

于一个确定的工作状态,  $Q$  点称为工作点. 可见, 电路的实际工作状态同时依赖于电源和负载. 与工作点相应的一块面积(图中虚线与坐标轴所围部分), 数值上等于输出功率的大小.

如果接入电源的是一段含源电路, 如图 232 所示, 相当于对电源充电, 根据欧姆定律

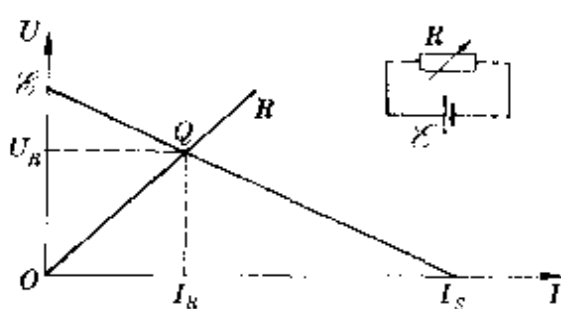


图 231

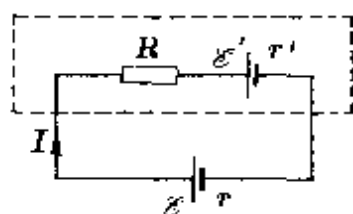


图 232

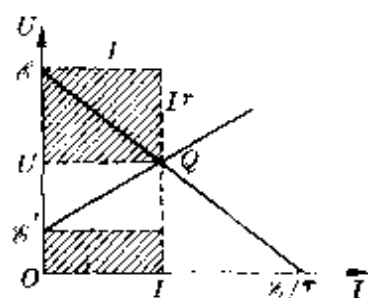


图 233

$$U = \mathcal{E} - Ir, \quad \text{①}$$

$$U = I(R + r') + \mathcal{E}'. \quad \text{②}$$

方程①对应的是电源工作负载线, 仍保持不变. 方程②对应的是一条不过原点的斜线, 它在纵轴上的截距等于反电动势  $\mathcal{E}'$ . 这两条线的交点  $Q$  就是工作点(图 233). 由图中易见, 与工作点相应的矩形面积( $UI$ )等于电源输出功率, 另外两块用斜线表示的矩形面积, 分别表示电源内部的热功率和含反电势的用电器所吸收的



功率,即

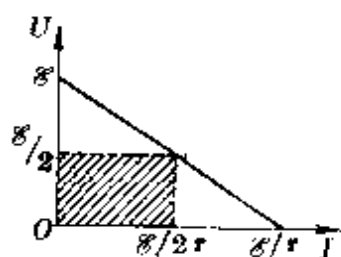
$$P_{\text{出}} = UI, \quad P_{\text{内}} = I^2 r, \quad P_{\text{吸}} = \mathcal{E}' I.$$

**例 1** 一电源的电动势为  $\mathcal{E}$ , 内阻为  $r$ , 试问: 当外电阻  $R$  多大时, 电源的输出功率最大? 最大输出功率为多少?

**分析** 电源的输出功率为

$$P = UI,$$

要求其取最大值, 相当于在外电路的  $U-I$  图线和两坐标轴构成的直角三角形内求作一个最大的矩形(图 234).



**解答** 由  $U-I$  图结合几何知识可知,  $UI$  乘积最大时的电压、电流值分别为

图 234

$$U = \frac{\mathcal{E}}{2}, \quad I = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathcal{E}}{r},$$

$$\text{所以 } p_m = UI = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}, \quad R = \frac{U}{I} = r.$$

即外电路电阻等于电源内阻时输出功率最大. 其值为  $\frac{\mathcal{E}^2}{4r}$ , 完全由电源本身决定.

**例 2** 图 235(a) 为二极管  $D$  的伏安特性曲线, 把这个二极管接入电路如图 235(b) 所示, 已知  $R = 3$  欧,  $U = 1.2$  伏, 试求通过二极管的电流和它两端的电压.

**分析** 如果把电阻  $R$  作为电源内阻[图 235(c)], 负载就只是一个二极管, 只需确定图(c)中电源的负载线, 由它与二极管的伏安特性线的交点即可确定工作点.

**解答** 设电路中电流为  $I$ , 由

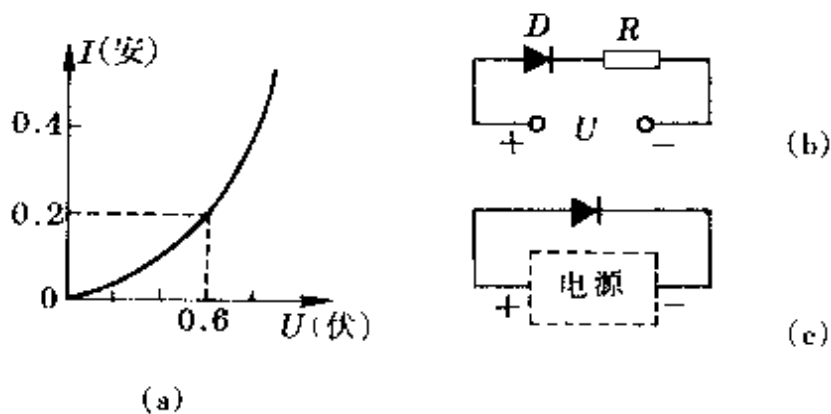


图 235

$$U = U_D + IR, \text{ 即 } 1.2 = U_D + 3I,$$

把它化成截距式方程为

$$\frac{I}{0.4} + \frac{U_D}{1.2} = 1.$$

它在  $U-I$  直角坐标系两轴上的截距分别为 1.2 伏和 0.4 安, 可以看成是电动势  $\mathcal{E} = 1.2$  伏, 内阻  $r = 3$  欧的一个电源的负载线, 它与二极管伏安特性线的交点  $Q$  就是电路的工作点. 由图 236 可知, 通过二极管的电流为 0.2 安, 二极管两端电压为 0.6 伏.

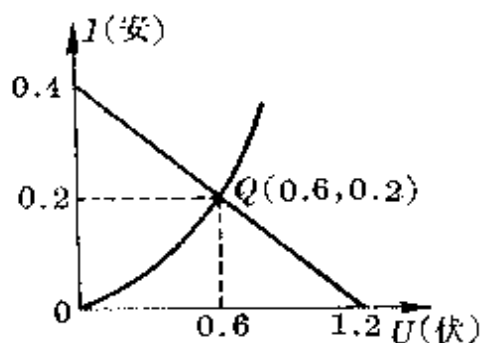


图 236

**例 3** “220V、60W” 的白炽灯 A 和 “220V、100W” 的白炽灯 B 的伏安特性曲线如图 237 所示, 现将 A、B 两灯串联在  $U_0 = 220$  伏电源上时, 两灯的实际功率各为多少?

**分析** 为确定两灯实际功率, 必须找出两灯的电压和电流, 即需确定电路的工作点. 根据串联时两灯总电压为 220 伏不变, 可以  $U = 110$  伏为对称轴, 画出与 A 灯伏安特性线对称的  $A'$  线, 它与 B 的特性线的交点  $Q$  就是工作点.

**解答** 利用上面的方法得工作点  $Q$  (图 238). 查出它所对应的电压  $U_Q = 55$  伏, 电流  $I_Q = 0.25$  安. 所以  $A$ 、 $B$  两灯实际功率分别为

$$P_A = I_Q(220 - U_Q) \\ = 41.25 \text{ 瓦,}$$

$$P_B = I_Q U_Q = 13.75 \text{ 瓦.}$$

**说明** 白炽灯灯丝(钨丝)对温度的关系很大, 如果按电灯标志分别算出它们的电阻

$$R_A = \frac{220^2}{60} \text{ 欧} = 806.7 \text{ 欧,}$$

$$R_B = \frac{220^2}{100} \text{ 欧} = 484 \text{ 欧.}$$

再根据其阻值大小, 由串联分压算出两灯电压

$$U_A = \frac{R_A}{R_A + R_B} U_0, \quad U_B = \frac{R_B}{R_A + R_B} U_0,$$

然后算出功率, 是不正确的. 这种算法只有在假定电阻不随温度改变时才适用.

**例 4** 把一个“10V、2.0W”的用电器  $A$  (纯电阻) 接到某一电动势和内阻都不变的电源上, 用电器  $A$  实际消耗的功率是 2.0W. 换上另一个“10V、5.0W”的用电器  $B$  (纯电阻) 接到这一电源上, 用电器  $B$  实际消耗的功率有没有可能反而小于 2.0W? 你如果认为不可能, 说明理由. 如果认为可能, 试求出用电器  $B$  实际消耗的功率小于 2.0W 的条件.

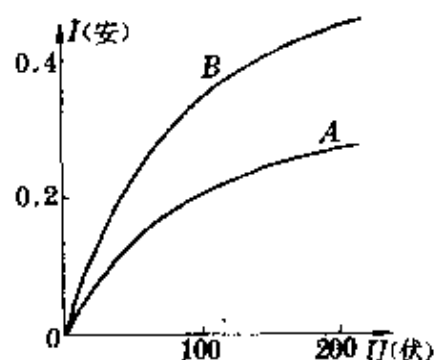


图 237

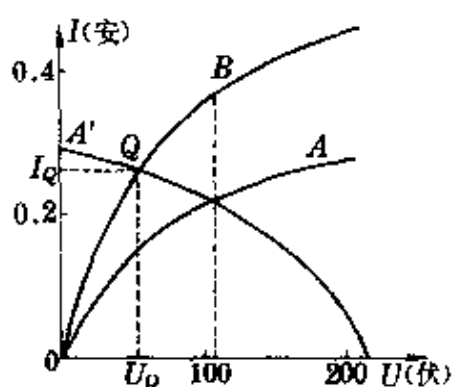


图 238

分析 A、B 两用电器正常工作时的电阻分别为

$$R_A = \frac{10^2}{2} \text{ 欧} = 50 \text{ 欧}, \quad R_B = \frac{10^2}{5} \text{ 欧} = 20 \text{ 欧}.$$

它们在  $U-I$  坐标系中的特性线为两条斜直线, 其斜率分别为  $\operatorname{tg}\alpha_A = 50, \operatorname{tg}\alpha_B = 20$ .

把 A 接入电源时恰达额定功率, 表示所对应的工作点  $Q_A$  的电压和电流分别为

$$U_A = 10 \text{ 伏}, \quad I_A = 0.2 \text{ 安}.$$

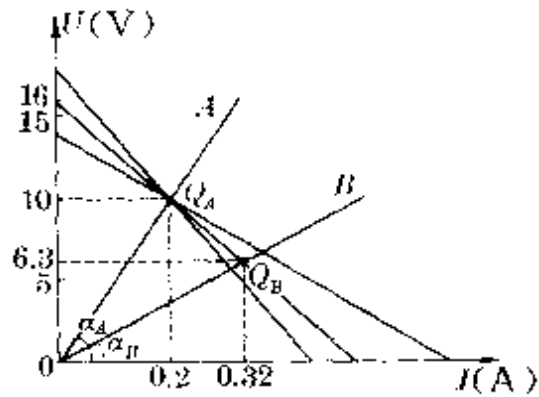


图 239

安.

假定把 B 接入该电源时消耗功率也等于 2 瓦, 不考虑电阻变化时, 对应的工作点  $Q_B$  的状态是

$$U_B = \sqrt{P_B R_B} = \sqrt{2 \times 20} \text{ 伏} \approx 6.32 \text{ 伏} \approx 6.3 \text{ 伏},$$

$$I = \sqrt{P_B / R_B} = \sqrt{2 / 20} \text{ 安} = 0.32 \text{ 安}.$$

连结  $Q_A$ 、 $Q_B$  两点, 这样就作出了这个电源的负载工作线. 由相似三角形和倾角的正切值分别得电动势和内阻约为

$$\mathcal{E} = 16 \text{ 伏}, \quad r = 30 \text{ 欧}.$$

应该注意,  $Q_A$  确是电源负载线通过的一点, 而  $Q_B$  是假定用电器 B 消耗功率为 2 瓦时电源负载线通过的点, 这也就是说, 如果电源负载线绕  $Q_A$  而取不同斜率时, 接入用电器 B 时消耗的功率就可能不等于 2 瓦.

**解答** 根据上述分析, 将作出的电源负载线绕工作点  $Q_A$  顺时针方向转动, 它与用电器 B 的特性线交点落在  $Q_B$  下方, 对应的电压、电流值都比工作点  $Q_B$  时的值小, 表示接入 B 时消耗的功率

可能小于 2 瓦,对应的电源应满足的条件是

$$\mathcal{E} > 16 \text{ 伏}, \quad r > 30 \text{ 欧}.$$

若将电源负载线绕  $Q_A$  逆时针方向转动,它与  $B$  的特性线交点落在  $Q_B$  上方,对应的电压、电流值都比  $Q_B$  时大,表示接入  $B$  消耗的功率大于 2 瓦.可见接入  $B$  后消耗的功率反而小于 2.0 瓦的结论是正确的.

**例 5** 如图 240 所示,电路的外加电压恒为  $U = 6.5$  伏,用来给电动势  $\mathcal{E}' = 6.0$  伏,内阻  $r' = 0.15$  欧的蓄电池充电,为了使得充电电流  $I = 2$  安,应串联的电阻  $R$  多大? 充电过程中电路消耗的功率、发热功率和蓄电池所吸收的功率各为多少?

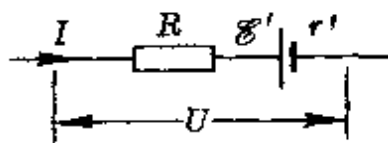


图 240

**分析** 外加电压  $U$  恒定,其负载线为一水平直线,已知  $I = 2$  安,于是立即可在  $U-I$  图上确定工作点  $Q$  (图 241).它与纵轴上过  $\mathcal{E}' = 6$  伏的点的连线  $QB$ ,表示对这条含源电路充电时的伏安特性线.

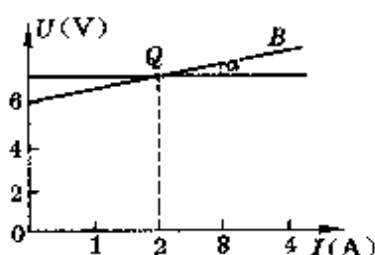


图 241

**解答**  $QB$  线的斜率等于这条电路的总电阻,即

$$R + r = \operatorname{tg} \alpha = \frac{U - \mathcal{E}'}{I} = \frac{6.5 - 6}{2} = 0.25 \text{ 欧},$$

所以  $R = 0.25 \text{ 欧} - 0.15 \text{ 欧} = 0.1 \text{ 欧}.$

电路消耗功率等于与工作点  $Q$  对应的矩形面积,即

$$P = UI = 6.5 \times 2 \text{ 瓦} = 13 \text{ 瓦}.$$

蓄电池所吸收的功率数值上等于由  $\mathcal{E}'$ 、 $I$  组成的矩形面积,

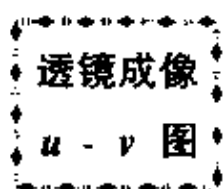
即

$$P_{\text{电}} = \mathcal{E}' I = 6 \times 2 \text{ 瓦} = 12 \text{ 瓦}.$$

发热功率等于由  $(U - \mathcal{E}')$  和  $I$  组成的矩形面积, 即

$$P_{\text{热}} = (U - \mathcal{E}') I = (6.5 - 6) \times 2 \text{ 瓦} = 1 \text{ 瓦}.$$

显然,  $P = P_{\text{电}} + P_{\text{热}}$ , 这正是能的守恒和转换的必然结果.



透镜成像公式

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f},$$

可以改写为  $\frac{f}{u} + \frac{f}{v} = 1$ .

对照直线的截距式方程

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1,$$

我们可以在  $xy$  直角坐标系中作出这样一条直线

$$\frac{x}{u} + \frac{y}{v} = 1.$$

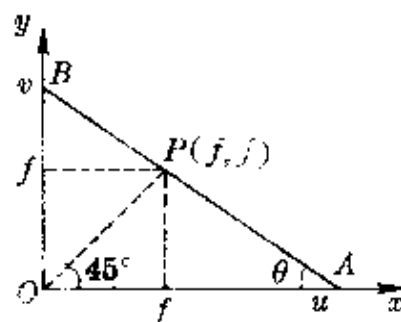


图 242

它在  $x$ 、 $y$  两轴上的截距分别为  $u$  与  $v$ .

这条直线一定通过坐标为  $(f, f)$  的  $P$  点. 当两坐标轴分度相同时, 它与原点  $O$  的连线及与两坐标轴夹角均为  $45^\circ$ , 如图 242 所示. 如果知道了  $u$ 、 $v$ 、 $f$  三个量中的任意两个, 就可以利用这个  $u$ - $v$  图求出第三个量. 这条图线的斜率大小等于成像放大率, 即

$$m = \frac{|v|}{u} = \text{tg}\theta, \text{ 或 } m = \text{tg}\theta = \frac{v-f}{f} = \frac{f}{u-f}.$$

必须注意, 这条图线并不反映成像中  $u$ 、 $v$ 、 $f$  三个量之间的动态关系 (严格说, 不能称为图象), 而仅有其中的三个特征点 (两轴上的交点和  $P$ ) 间有确定的关系.

利用这种  $u$ - $v$  图, 可以很直观地反映各种不同的成像情况, 如

凸透镜成像时,各不同情况中的物距和像距都在绕点  $P(f, f)$  为轴转动的直线与两轴的交点上,如图 243 所示.而在凹透镜成像中,物、像位置都在以图 244 中  $P$  点为轴转动的直线与两轴的交点上.

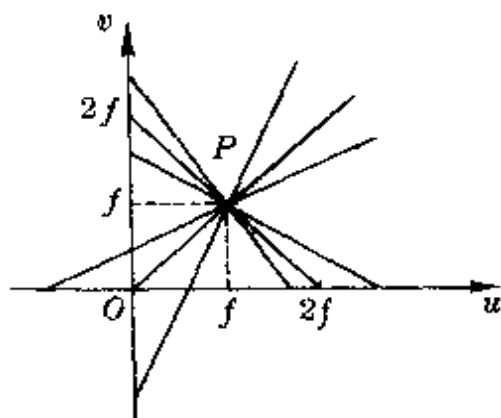


图 243

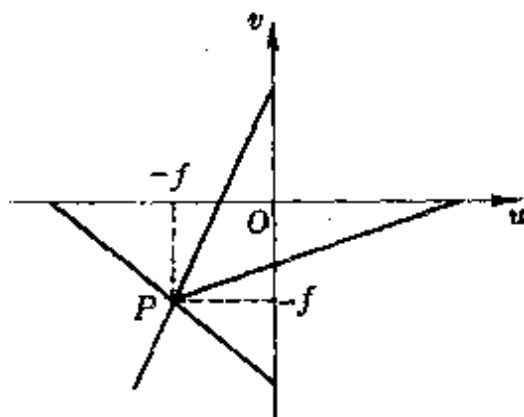


图 244

**例 1** 凸透镜焦距  $f = 15$  厘米,离透镜  $v = 45$  厘米处的屏上有一倒像,测得像高  $h = 12$  厘米,试求物体的位置和高度.

**分析** 像距  $v$  和焦距  $f$  已知,成像图线在纵轴上的截距和点  $P$  已确定,作出的图线如图 245 所示.

**解答** 由作出的成像图线可知

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{OB}{OA} = \frac{BD}{DP}.$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } OA &= \frac{DP}{BD} \cdot OB \\ &= \frac{15}{30} \times 45 \text{ 厘米} = 22.5 \text{ 厘米}, \end{aligned}$$

放大率

$$m = \operatorname{tg} \theta = \frac{OB}{OA} = \frac{45}{22.5} = 2.$$

所以,物距为 22.5 厘米,物高为 6 厘米.

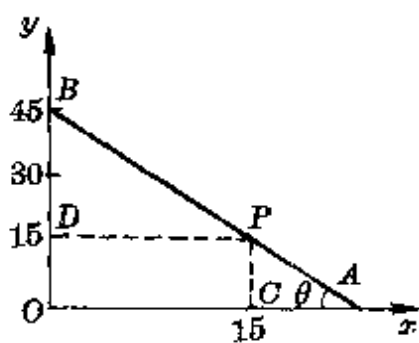


图 245

**例 2** 凸透镜焦距是  $f$ , 物体放在透镜前  $f/2$  处, 试求成像位置及像高.

**分析** 题中已知成像图线在  $x$  轴上的截距  $f/2$  和点  $P$  的坐标, 作出的图象如图 246 所示.

**解答** 根据作出的成像图象, 由  $\triangle OAB \sim \triangle ACP$  得

$$OB = CP = f,$$

即  $B$  点坐标为  $(0, -f)$ . 成像放大率为

$$m = \frac{|v|}{u} = \frac{f}{f/2} = 2.$$

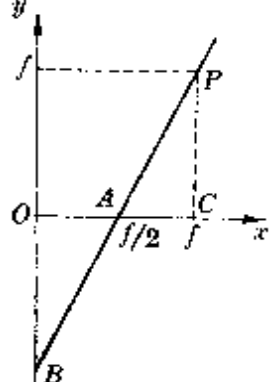


图 246

所以, 物体通过凸透镜在同侧距透镜  $f$  处, 得到一个放大 2 倍的虚像.

**例 3** 物体放在透镜前  $u = 40$  厘米处, 在离透镜为 20 厘米处得到一个虚像, 求透镜的焦距.

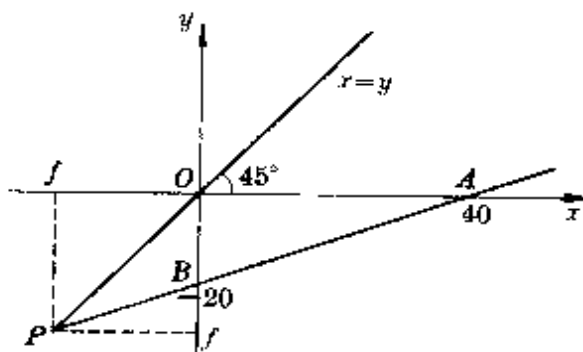


图 247

**分析** 由题中条件知成像图线在  $x$  轴上的截距为 40 厘米, 根据上题成虚像可知,

它在  $y$  轴上的截距为  $-20$  厘米, 作出的成像图线如图 247 所示.

**解答** 在成像图平面上作出辅助线  $x = y$ , 它与  $AB$  线延长线的交点  $P$  的坐标, 即等于透镜的焦距大小. 由图可知,  $f$  取负值, 表示是凹透镜.

由图中可知  $AB$  线的斜率

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{|OB|}{OA} = \frac{|f|}{|f| + u} = \frac{|v|}{u},$$



代入数据,得  $\frac{|f|}{|f|+40} = \frac{20}{40}$ .

所以  $|f| = 40$  厘米.

**例 4** 一物体放在透镜前 20 厘米处恰能得到放大 3 倍的像,试求该透镜的焦距.

**分析** 成放大像必为凸透镜 成实像时,  $v = 3u = 60$  厘米;成虚像时,  $v = -3u = -60$  厘米. 分别在直角坐标轴上取  $u = 20$  厘米,  $v = \pm 60$  厘米的三点,即可画出凸透镜成像的  $u-v$  图(图 248),过原点作分角线,它与两  $u-v$  图线的交点坐标即为  $(f, f)$  或  $(f', f')$ .

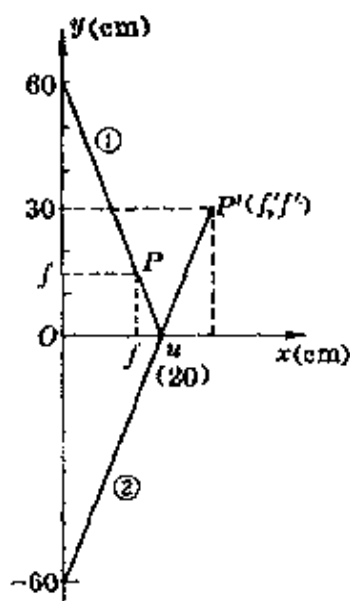


图 248

**解答** 根据作出的  $u-v$  图,从图线 ①、②可知

$$m = \frac{f}{20-f} = 3, \quad \text{或} \quad m = \frac{f'}{f'-20} = 3,$$

分别得

$$f = 15 \text{ 厘米, 或 } f' = 30 \text{ 厘米.}$$

所以,这个透镜的焦距可能取两个值.

**例 5** 凸透镜的焦距为  $f$ ,试用图解法证明成实像时,物、像位置可以互换.

**证明** 作出透镜成像图线如图 249 所示.过原点作分角线得交点  $P$ ,其坐标为  $(f, f)$ .由图可知

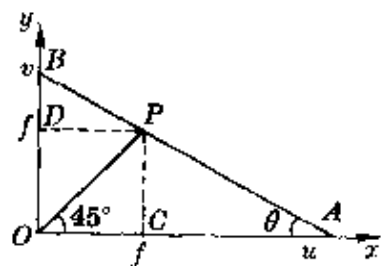


图 249

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{OB}{OA} = \frac{v}{u} = \frac{v-f}{f} = \frac{f}{u-f},$$

$$\therefore \frac{v-f}{f} = \frac{f}{u-f} \quad \text{①}$$

如果把物距换成  $u'$ , 相应的像距为  $v'$ , 同样应该有关系式

$$\frac{v'-f}{f} = \frac{f}{u'-f} \quad \text{②}$$

显然, 如果  $u' = v$ , 也就是第二次物距等于第一次像距时, 则②式中

$$\frac{f}{u'-f} = \frac{f}{v-f}$$

把①式左右各取倒数, 为  $\frac{f}{v-f} = \frac{u-f}{f}$ , 因此

$$\frac{f}{u'-f} = \frac{u-f}{f} \quad \text{③}$$

比较②、③两式可知

$$v' = u.$$

这就是说, 第二次的像距  $v'$  也一定等于第一次的物距  $u$ . 表明物、像位置可以互换.

**例 6** 如图 250 所示, 光点在凸透镜的主轴上  $2f$  外沿主轴向光心靠拢时, 若某瞬间的速度为  $v_0$ , 试求该瞬间像点远离光心的速度.

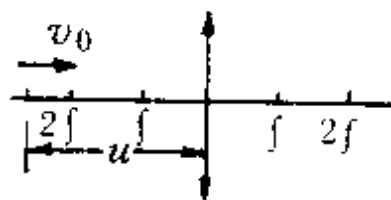


图 250

**分析** 一般情况下, 物体瞬时速度的计算要用高等数学的微分法. 为了能用初等数学求解, 必须另辟蹊径. 注意到本节开头的叙述, 凸透镜成像中物、像的位置, 都在以  $P$  点  $(f, f)$  为轴转动的直线与两坐标轴的交点上. 因此, 某瞬间光点沿主轴向光心靠拢的速度  $v_0$ , 相当于绕  $P$  点转动的这根长度可变的直线(棒)转动过程中棒端沿  $x$  轴的滑行速度. 对应的像点远

离光心的速度  $v_0'$ ，同样可看作是这根棒端沿  $y$  轴的滑行速度(图 251)。

**解答** 根据上面从类比思考得来的分析，在画出的  $u-v$  图中，把光点速度  $v_0$  分解为  $v_1$  和  $v_2$ ，对应的像点速度  $v_0'$  分解为  $v_3$ 、 $v_4$ 。由于这根直线绕  $P$  转动过程中长度是变化的，因此  $v_2 \neq v_4$ ，但棒上各处角速度相同，设为  $\omega$ ，则

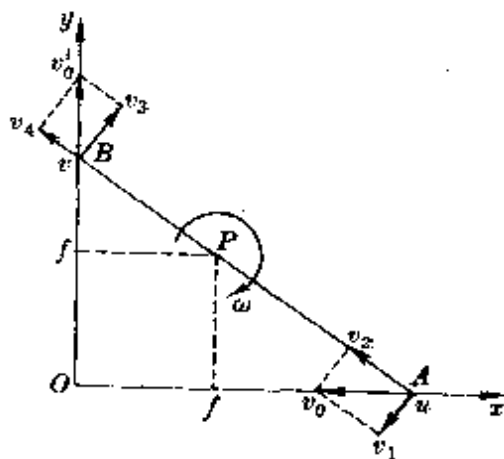


图 251

$$\omega = \frac{v_1}{AP} = \frac{v_3}{BP}.$$

式中  $v_1 = v_0 \sin \alpha$ ， $v_3 = v_0' \cos \alpha$ 。代入上式得

$$v_0' = v_0 \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{BP}{AP}.$$

因为  $\operatorname{tg} \alpha = m$ ， $\frac{BP}{AP} = \frac{v-f}{f} = m$ ，( $m$  为放大率)

所以  $v_0' = m^2 v_0$ ，

或  $v_0' = \left( \frac{v-f}{f} \right)^2 v_0 = \left( \frac{f}{u-f} \right)^2 v_0$ 。

**说明** 由上面得出像点速度的表达式可知：

当  $u > 2f$  时， $\left( \frac{f}{u-f} \right)^2 < 1$ ， $v_0' < v_0$  (像速小于物速)；

当  $u = 2f$  时， $v_0' = v_0$  (像速等于物速)；

当  $f < u < 2f$  时， $\left( \frac{f}{u-f} \right)^2 > 1$ ， $v_0' > v_0$  (像速大于物速)；

当  $0 < u < f$  时， $\left( \frac{f}{u-f} \right)^2 > 1$ ， $v_0' > v_0$  (像速大于物速)。

上面从  $u-v$  图导出的像点瞬时速度表达式，能否适用于凹透

镜、凹面镜、凸面镜等光具,读者仍可根据  $u-v$  图结合类比思考进行研究.

上面我们仅以几类图示和图象为主,侧重于物理计算的应用分别作了介绍.实际上,对具体问题的分析中,物理图示与图象往往彼此渗透、互相补充,各种图示和图象也交错应用,许多图象之间还常需进行变换(如从  $s-t$  图画  $v-t$  图,从  $v-t$  图画  $a-t$  图或  $F-t$  图,从  $p-V$  图画  $p-T$  图、 $V-T$  图等).应该认识到,只有深刻地认识了图,透彻了解图的联系,掌握了图的变换,才会灵活地、创造性地应用图,才能更好地发挥图的作用.

## 结 束 语

记得笔者读初中时,数学老师曾绘声绘色地讲了一个著名的哥尼斯堡(Königsberg)七桥问题.老师在黑板上画了一条河,河中有两个小岛,又用彩色粉笔画了七座桥,把两个岛及岛与河岸联络起来,要求从任何一个岛或任何一岸开始,通过每一座桥正好一次,再回到起点.一石激起千层浪,教室里沸腾起来了,下课后还在七嘴八舌地争着、画着,当然,结果都失败了.老师说,著名科学家欧勒(L. Euler, 瑞士, 1707—1783)在 1736 年已作出论证,这是无法实现的问题,欧勒并由此发展了一门新的学科——拓扑学.当然,当时是不可能懂的(今天,对此也知之甚少),但老师的话却意味深长:“一幅图,可能是一座丰富的宝库.”

今天,当我们把这本小册子奉献给读者时,对老师的话体会得更深了.虽然我们书中的图(无论是图示还是图象)远不如哥尼斯堡七桥问题的图那样神秘、深邃,但图的意义、功能、丰富的内涵、巧妙的应用,都同样是那样地动人和富有魅力.

图是实际客体的抽象,图又直观、形象,人们创造了图,图又启发了人们,开发了各种图解法,扩展了图象应用的领域.如果本书能使读者通过识图、用图、变图,不仅更透彻地理解了物理概念和物理规律,还在思维上产生了新的飞跃的话,作者将感到无比的欣慰.

最后,借此机会,对阅读本书初稿并提出宝贵意见的江苏省中

学物理教学研究会名誉理事长吴保证先生、苏州大学物理系倪汉彬教授、江苏省物理特级教师贾广善先生、南京市教研室刘国钧先生表示衷心的感谢。

**作 者**

1993年春于苏州九百居

## 主要参考资料

- [1] M. 克莱茵《古今数学思想》，第二册，上海科技出版社，1979年版。
- [2] 梁宗巨《世界数学史简编》，辽宁人民出版社，1980年8月第1版。
- [3] 阎康年著《牛顿的科学发现与科学思想》，湖南教育出版社，1983年12月第1版。
- [4] 秦关根著《法拉第》，中国青年出版社，1982年4月第1版。
- [5] 申先甲主编《物理学史教程》，湖南教育出版社，1987年1月第1版。
- [6] 北京物理学会《物理学史专题讲座汇编》。
- [7] D. 哈里德、R. 瑞斯尼克合著《物理学》，李仲卿等译，高等教育出版社，1965年第1版。
- [8] 程守洙、江之永主编《普通物理学》，人民教育出版社，1978年第3版。
- [9] 谭树杰、王华编著《物理学上的重大实验》，科学技术文献出版社，1987年版。
- [10] 上海市物理学会普及工作委员会《上海物理报》(缩印本)。

