

第 21.1 节 二重积分的概念

1. 把重积分 $\iint_D xy d\sigma$ 作为积分和的极限, 计算这个积分值, 其中 $D=[0,1] \times [0,1]$, 并用

直线网

$$x = \frac{i}{n}, y = \frac{j}{n} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n-1)$$

分割这个正方形为许多小正方形, 每个小正方形取其右顶点作为其节点.

2. 证明: 若函数 $f(x, y)$ 在有界闭区域 D 上可积, 则 $f(x, y)$ 在 D 上有界.

3. 证明二重积分中值定理(性质7).

4. 若 $f(x,y)$ 为有界闭区域 D 上的非负连续函数,且在 D 上不恒为零,则

$$\iint_D f(x,y) d\sigma > 0.$$

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

私聊群主拉进题目辅导会员群。

5. 若 $f(x,y)$ 在有界闭区域 D 上连续, 且在 D 内任一子区域 $D' \subset D$ 上有

$$\iint_{D'} f(x,y) d\sigma = 0,$$

则在 D 上 $f(x,y) \equiv 0$.

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

6. 设 $D=[0,1] \times [0,1]$, 证明函数

$$f(x,y) = \begin{cases} 1, & (x,y) \text{ 为 } D \text{ 内有理点(即 } x,y \text{ 皆为有理数)}, \\ 0, & (x,y) \text{ 为 } D \text{ 内非有理点} \end{cases}$$

在 D 上不可积.

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

7. 证明:若 $f(x,y)$ 在有界闭区域 D 上连续, $g(x,y)$ 在 D 上可积且不变号, 则存在一点 $(\xi, \eta) \in D$, 使得

$$\iint_D f(x,y)g(x,y) d\sigma = f(\xi, \eta) \iint_D g(x,y) d\sigma.$$

8. 应用中值定理估计积分

的值.

$$I = \iint_{|x|+|y| \leq 10} \frac{d\sigma}{100 + \cos^2 x + \cos^2 y}$$

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。

第 21.2 节 直角坐标系下二重积分的计算

1. 设 $f(x, y)$ 在区域 D 上连续, 试将二重积分 $\iint_D f(x, y) d\sigma$ 化为不同顺序的累次积分:

(1) D 是由不等式 $y \leq x, y \geq a, x \leq b$ ($0 < a < b$) 所确定的区域;

(2) D 是由不等式 $y \leq x, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1$ 所确定的区域;

(3) D 是由不等式 $x^2 + y^2 \leq 1$ 与 $x + y \geq 1$ 所确定的区域;

(4) $D = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$.

加群:882056847或826633750。教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。

2. 在下列积分中改变累次积分的顺序:

$$(1) \int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy;$$

$$(2) \int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy;$$

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

$$(3) \int_0^{2a} dx \int_{\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{2ax}} f(x,y) dy;$$

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。

私聊群主拉进题目辅导会员群。

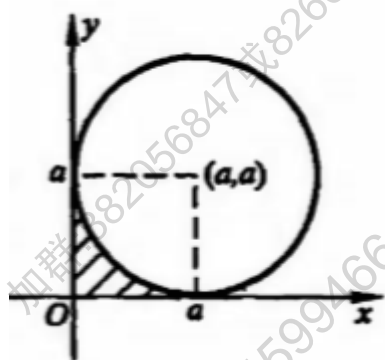
$$(4) \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x,y) dy + \int_1^3 dx \int_0^{\frac{1}{2}(3-x)} f(x,y) dy.$$

3. 计算下列二重积分:

(1) $\iint_D xy^2 d\sigma$, 其中 D 是由抛物线 $y^2 = 2px$ 与直线 $x =$

$\frac{p}{2}$ ($p > 0$) 所围成的区域;

(2) $\iint_D (x^2 + y^2) d\sigma$, 其中 $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, \sqrt{x} \leq y \leq 2\sqrt{x}\}$;



(3) $\iint_D \frac{d\sigma}{\sqrt{2a-x}}$ ($a > 0$), 其中 D 为图 21-9 中阴影部分;

(4) $\iint_D \sqrt{x} d\sigma$, 其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq x\}$.

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

私聊群主拉进题目辅导会员群。

4. 求由坐标平面及 $x=2, y=3, x+y+z=4$ 所围的角柱体的体积。

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。

5. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 证明不等式

$$\left[\int_a^b f(x) dx \right]^2 \leq (b-a) \int_a^b f^2(x) dx,$$

其中等号仅在 $f(x)$ 为常量函数时成立.

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

私聊群主拉进题目辅导会员群。

6. 设平面区域 D 在 x 轴和 y 轴的投影长度分别为 l_x 和 l_y , D 的面积为 S_D , (α, β) 为 D 内任一点, 证明:

$$(1) \left| \iint_D (x - \alpha)(y - \beta) d\sigma \right| \leq l_x l_y S_D;$$

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。
私聊群主拉进题目辅导会员群。

$$(2) \left| \iint_D (x - \alpha)(y - \beta) d\sigma \right| \leq \frac{1}{4} l_x^2 l_y^2$$

7. 设 $D = [0, 1] \times [0, 1]$,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{q_x} + \frac{1}{q_y}, & \text{当 } (x, y) \text{ 为 } D \text{ 中有理点,} \\ 0, & \text{当 } (x, y) \text{ 为 } D \text{ 中非有理点,} \end{cases}$$

其中 q_x 表示有理数 x 化成既约分数后的分母. 证明 $f(x, y)$ 在 D 上的二重积分存在而两个累次积分不存在.

8. 设 $D = [0, 1] \times [0, 1]$,

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{当 } (x, y) \text{ 为 } D \text{ 中有理点, 且 } q_x = q_y \text{ 时,} \\ 0, & \text{当 } (x, y) \text{ 为 } D \text{ 中其他点时,} \end{cases}$$

其中 q_x 意义同第 7 题. 证明 $f(x, y)$ 在 D 上的二重积分不存在而两个累次积分存在.

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。

第 1.3 节 格林公式，曲线积分与路线的无关性

1. 应用格林公式计算下列曲线积分：

(1) $\oint_L (x+y)^2 dx - (x^2+y^2) dy$ ，其中 L 是以 $A(1,1), B(3,2), C(2,5)$ 为顶点的三角形，方向取正向；

(2) $\int_{AB} (e^x \sin y - my) dx + (e^x \cos y - m) dy$ ，其中 m 为常数， AB 为由 $(a,0)$ 到 $(0,0)$ 经过圆 $x^2+y^2=ax$ 上半部的路线。

2. 应用格林公式计算下列曲线所围的平面面积:

(1) 星形线: $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$;

(2) 双纽线: $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$.

3. 证明:若 L 为平面上封闭曲线, l 为任意方向向量, 则

$$\oint_L \cos(\widehat{l, n}) ds = 0,$$

其中 n 为曲线 L 的外法线方向.

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

4. 求积分值 $I = \oint_L [x \cos(\hat{n}, x) + y \cos(\hat{n}, y)] ds$, 其中 L 为包围有界区域的封闭曲线, \hat{n} 为 L 的外法线方向。

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。
加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

5. 验证下列积分与路线无关,并求它们的值:

$$(1) \int_{(0,0)}^{(1,1)} (x-y)(dx-dy);$$

$$(2) \int_{(0,0)}^{(x,y)} (2x \cos y - y^2 \sin x) dx + (2y \cos x - x^2 \sin y) dy;$$

(3) $\int_{(2,1)}^{(1,2)} \frac{ydx - xdy}{x^2}$, 沿在右半平面的路线;

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

(4) $\int_{(1,0)}^{(6,8)} \frac{xdx + ydy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, 沿不通过原点的路线;

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。
加群:882056847或826633750。

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。
私聊群主拉进题目辅导会员群。

(5) $\int_{(2,1)}^{(1,2)} \varphi(x) dx + \psi(y) dy$, 其中 $\varphi(x), \psi(y)$ 为连续函数.

6. 求下列全微分的原函数:

(1) $(x^2 + 2xy - y^2) dx + (x^2 - 2xy - y^2) dy$;

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

$$(2) e^x[e^y(x-y+2)+y]dx+e^y[e^x(x-y)+1]dy;$$

$$(3) f(\sqrt{x^2+y^2})xdx+f(\sqrt{x^2+y^2})ydy.$$

7. 为了使曲线积分

$$\int_L F(x, y) (y dx + x dy)$$

与积分路线无关, 可微函数 $F(x, y)$ 应满足怎样的条件?

8. 计算曲线积分

$$\int_{AMB} [\varphi(y)e^x - my] dx + [\varphi'(y)e^x - m] dy,$$

其中 $\varphi(y)$ 和 $\varphi'(y)$ 为连续函数, AMB 为连接点 $A(x_1, y_1)$ 和点 $B(x_2, y_2)$ 的任何路线, 但与直线段 AB 围成已知大小为 S 的面积.

9. 设函数 $f(u)$ 具有一阶连续导数, 证明对任何光滑封闭曲线 L , 有

$$\oint_L f(xy)(ydx + xdy) = 0.$$

10. 设函数 $u(x, y)$ 在由封闭的光滑曲线 L 所围的区域 D 上具有二阶连续偏导数, 证明

$$\iint_D \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) d\sigma = \oint_L \frac{\partial u}{\partial n} ds,$$

其中 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 是 $u(x, y)$ 沿 L 外法线方向 n 的方向导数.

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

私聊群主拉进题目辅导会员群。

第 21.4 二重积分的变量代换

1. 对积分 $\iint_D f(x,y) dx dy$ 进行极坐标变换并写出变换后不同顺序的累次积分:

(1) 当 D 为由不等式 $a^2 \leq x^2 + y^2 \leq b^2, y \geq 0$ 所确定的区域;

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。

$$(2) D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq y, x \geq 0\};$$

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

$$(3) D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq x + y \leq 1\}.$$

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。

2. 用极坐标计算下列二重积分:

(1) $\iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) \mid \pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2\}$;

(2) $\iint_D (x + y) dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq x + y\}$;

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

(3) $\iint_D |xy| \, dx dy$, 其中 D 为圆域 $x^2 + y^2 \leq a^2$;

加群:882056847或826633750。私聊群:拉进题目辅导会员群。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。

(4) $\iint_D f(x^2 + y^2) dx dy$, 其中 D 为圆域 $x^2 + y^2 \leq R^2$.

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

私聊群主拉进题目辅导会员群。

3. 在下列积分中引入新变量 u, v 后, 试将它化为累次积分:

(1) $\int_0^2 dx \int_{1-x}^{2-x} f(x, y) dy$, 若 $u = x + y, v = x - y$;

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

(2) $\iint_D f(x,y) dx dy$, 其中 $D = \{(x,y) \mid \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \sqrt{a}, x \geq 0, y \geq 0\}$, 若 $x = u \cos^4 v, y = u \sin^4 v$;

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

(3) $\iint_D f(x,y) dx dy$, 其中 $D = \{(x,y) \mid x + y \leq a, x \geq 0, y \geq 0\}$, 若 $x + y = u, y = uv$ 。

4. 试作适当变换,计算下列积分:

(1) $\iint_D (x+y)\sin(x-y) dx dy, D = \{(x,y) \mid 0 \leq x+y \leq \pi, 0 \leq x-y \leq \pi\};$

(2) $\iint_D e^{\frac{x}{y}} dx dy, D = \{(x,y) \mid x+y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}.$

加群:882056847或826633750。

5. 求由下列曲面所围立体 V 的体积:

(1) V 是由 $z=x^2+y^2$ 和 $z=x+y$ 所围的立体;

教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。
加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。

(2) V 是由曲面 $x^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ 和 $2x = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ 所围的立体.

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

6. 求由下列曲线所围的平面图形面积:

(1) $x+y=a, x+y=b, y=\alpha x, y=\beta x$ ($0 < a < b, 0 < \alpha < \beta$);

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。
加群:882056847或826633750。

$$(2) \left(\frac{x^2 + y^2}{a^2 + b^2} \right)^2 = x^2 + y^2;$$

$$(3) (x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2) \quad (x^2 + y^2 \geq a^2).$$

7. 设 $f(x, y)$ 为连续函数, 且 $f(x, y) = f(y, x)$. 证明:

$$\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy = \int_0^1 dx \int_0^x f(1-x, 1-y) dy.$$

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。

8. 试作适当变换,把下列二重积分化为单重积分:

(1) $\iint_D f(\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, 其中 D 为圆域 $x^2 + y^2 \leq 1$;

(2) $\iint_D f(\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) \mid |y| \leq |x|, |x| \leq 1\}$;

(3) $\iint_D f(x+y) dx dy$, 其中 $D = \{(x,y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$;

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

私聊群主拉进题目辅导会员群。

(4) $\iint_D f(xy) dx dy$, 其中 $D = \{(x,y) \mid x \leq y \leq 4x, 1 \leq xy \leq 2\}$.

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

私聊群主拉进题目辅导会员群。

第 21.5 三重积分

1. 计算下列积分:

(1) $\iiint_V (xy + z^2) dx dy dz$, 其中 $V = [-2, 5] \times [-3, 3] \times [0, 1]$;

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。
加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。
加群:882056847或826633750。

(2) $\iiint_V x \cos y \cos z \, dx \, dy \, dz$, 其中 $V = [0, 1] \times [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{\pi}{2}]$;

(3) $\iiint_V \frac{dx \, dy \, dz}{(1+x+y+z)^3}$, 其中 V 是由 $x+y+z=1$ 与三个坐标面所围成的区域;

(4) $\iiint_V y \cos(x+z) dx dy dz$, 其中 V 是由 $y = \sqrt{x}, y = 0, z = 0$ 及 $x+z = \frac{\pi}{2}$ 所围成的区域.

2. 试改变下列累次积分的顺序:

(1) $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{x+y} f(x,y,z) dz;$

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

$$(2) \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^{x^2+y^2} f(x,y,z) dz$$

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。

3. 计算下列三重积分与累次积分:

(1) $\iiint_V z^2 dx dy dz$, 其中 V 由 $x^2 + y^2 + z^2 \leq r^2$ 和 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2rz$ 所确定;

(2) $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} z^2 dz$.

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。
加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。
加群:882056847或826633750。

4. 利用适当的坐标变换,计算下列各曲面所围成的体积:

(1) $x = x^2 + y^2, z = 2(x^2 + y^2), y = x, y = x^2$;

(2) $\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1 \quad (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, a > 0, b > 0, c > 0)$.

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

5. 设球体 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2x$ 上各点的密度等于该点到坐标原点的距离,求这球体的质量。

加群:882056847或826633750。

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

6. 证明定理 21.16 及其推论.

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。

7. 设 $V = \left\{ (x, y, z) \mid \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1 \right\}$, 计算下列积分:

$$(1) \iiint \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2}} dx dy dz;$$

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

$$(2) \iiint e^{\sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}}} dx dy dz.$$

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

私聊群主拉进题目辅导会员群。

第 21.5 重积分的应用

1. 求曲面 $az=xy$ 包含在圆柱 $x^2+y^2=a^2$ 内那部分的面积.

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。

2. 求锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 被柱面 $x^2 = 2x$ 所截部分的曲面面积.

3. 求下列均匀密度的平面薄板质心:

(1) 半椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1, y \geq 0$;

(2) 高为 h , 底分别为 a 和 b 的等腰梯形.

4. 求下列均匀密度物体的质心:

(1) $z \leq 1 - x^2 - y^2, z \geq 0$;

(2) 由坐标面及平面 $x + 2y - z = 1$ 所围的四面体.

加群:882056847或826633750。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。
教师qq:1374599466, 微博:博硕数学。

加群:882056847或826633750。

5. 求下列均匀密度的平面薄板的转动惯量：

(1) 半径为 R 的圆关于其切线的转动惯量；

(2) 边长为 a 和 b , 且夹角为 φ 的平行四边形, 关于底边 b 的转动惯量.

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。

6. 计算下列引力:

- (1) 均匀薄片 $x^2+y^2 \leq R^2, z=0$ 对于轴上一点 $(0,0,c)$ ($c>0$) 处的单位质量的引力;
- (2) 均匀柱体 $x^2+y^2 \leq a^2, 0 \leq z \leq h$ 对于点 $P(0,0,c)$ ($c>h$) 处的单位质量的引力;
- (3) 均匀密度的正圆锥体(高 h , 底半径 R) 对于在它的顶点处质量为 m 的质点的引力.

7. 求曲面

$$\begin{cases} x = (b + a \cos \psi) \cos \varphi, \\ y = (b + a \cos \psi) \sin \varphi, \\ z = a \sin \psi, \end{cases} \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq \psi \leq 2\pi$$

的面积, 其中常数 a, b 满足 $0 \leq a \leq b$.

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

8. 求螺旋面

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi, \\ y = r \sin \varphi, \\ z = b\varphi, \end{cases}$$

$$0 \leq r \leq a, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

的面积.

加群:882056847或826633750。

9. 求边长为 a 密度均匀的立方体关于其任一棱边的转动惯量.

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。