

1. 求以下数列的上、下极限：

(1)  $\{1+(-1)^n\}$ ;

(2)  $\left\{(-1)^n \frac{n}{2n+1}\right\}$

(3)  $\{2n+1\}$ ;

(4)  $\left\{\frac{2n}{n+1} \sin \frac{n\pi}{4}\right\}$ .

(5)  $\left\{\frac{n^2+1}{n} \sin \frac{\pi}{n}\right\}$ ;

(6)  $\left\{\sqrt[n]{\left|\cos \frac{n\pi}{3}\right|}\right\}$ .

2. 设  $\{a_n\}, \{b_n\}$  为有界数列, 证明:

(1)  $\underline{\lim} a_n = -\overline{\lim} (-a_n);$

(2)  $\underline{\lim} a_n + \underline{\lim} b_n \leq \underline{\lim} (a_n + b_n);$

(3) 若  $a_n > 0, b_n > 0$  ( $n=1, 2, \dots$ ), 则

$$\underline{\lim} a_n \cdot \underline{\lim} b_n \leq \underline{\lim} a_n b_n, \overline{\lim} a_n \cdot \overline{\lim} b_n \geq \overline{\lim} a_n b_n;$$

(4) 若  $a_n > 0, \underline{\lim} a_n > 0$ , 则  $\underline{\lim} \frac{1}{a_n} = \frac{1}{\overline{\lim} a_n}$ .

3. 证明:若  $\{a_n\}$  为递增数列, 则  $\overline{\lim} a_n = \lim a_n$ .

4. 证明:若  $a_n > 0$  ( $n=1, 2, \dots$ ) 且  $\overline{\lim} a_n \cdot \overline{\lim} \frac{1}{a_n} = 1$ , 则数列  $\{a_n\}$  收敛.

5. 证明定理 7.8.

## 6. 证明定理 7.9.

加群:882056847或826633750。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。私聊群主拉进题目辅导会员群。

教师qq:1374599466, 微博: 博硕数学。

加群:882056847或826633750。