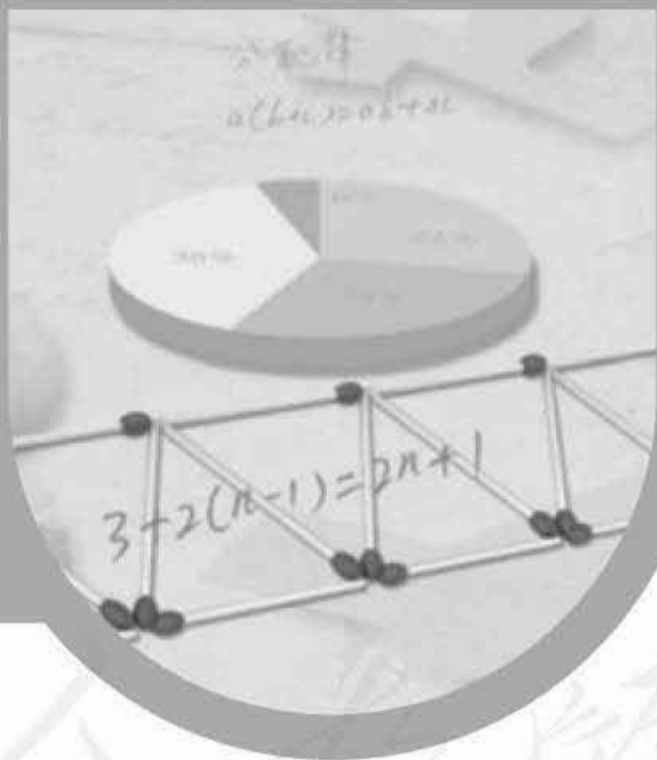


义务教育教科书
(五·四学制)

教师教学用书

数 学

六年级
下册



人民教育出版社 课程教材研究所
中学数学课程教材研究开发中心 编著

人民教育出版社
·北京·

主 编：林 群
副 主 编：田载今 薛 彬 李海东

本册主编：李海东 刘金英
主要编者：章建跃 薛 彬 俞求是 张唯一 刘金英 吴晓燕 雷晓莉
顾洪敏 何志平 张义民 刘士勇 张 韬 陈 艳
责任编辑：刘长明

图书在版编目(CIP)数据

义务教育教科书教师教学用书·五四学制·数学·六年级·下册 / 人民教育出版社课程教材研究所
中学数学课程教材研究开发中心编著. —北京：人民教育出版社，2012. 12
ISBN 978-7-107-25760-5

I. ①义… II. ①人… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV. ①G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 306358 号

义务教育教科书(五·四学制)教师教学用书 数学 六年级 下册

出版发行 人民教育出版社

(北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编：100081)

网 址 <http://www.pep.com.cn>

经 销 全国新华书店

印 刷 ××× 印刷厂

版 次 2012 年 12 月第 1 版

印 次 年 月第 次印刷

开 本 787 毫米 × 1 092 毫米 1/16

印 张 17.75

字 数 409 千字

定 价 22.00 元

版权所有·未经许可不得采用任何方式擅自复制或使本产品任何部分·违者必究
如发现内容质量问题、印装质量问题，请与本社联系。电话：400-810-5788

说 明

为适应实行五·四学制地区小学、初中数学教学的实际需要，人民教育出版社、课程教材研究所小学和中学数学课程教材研究开发中心以《义务教育数学课程标准(2011年版)》为依据，在现有的六·三学制《义务教育教科书·数学》(一~九年级)的基础上，对教科书体系进行了适当变动整合，对教科书内容进行了相应调整改编，编写了这套适合五·四学制需要的教科书。全套书分为八册，每学期一册，内容包括“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”“综合与实践”四个领域，在体系结构的设计上力求反映这些内容之间的联系与综合，使它们成为一个有机的整体，其中对于“综合与实践”领域的内容，以“课题学习”和“数学活动”等形式分散地编排于各章之中。

本套教科书在体例安排上有如下特点：

1. 每章开始均用反映本章主要内容的章前图和引言引入本章内容，使学生了解本章内容的概貌，了解本章的主要思想方法和学习方法，可供学生预习用，也可作为教师导入新课的材料。

2. 正文中设置了“思考”“探究”“归纳”等栏目，栏目中以问题、留白或填空等形式引导学生通过观察、分析、猜想、试验、推理、反思、交流等活动获取数学知识，积累学习经验。

3. 适当安排了“阅读与思考”“观察与猜想”“实验与探究”“信息技术应用”等选学栏目，为加深学生对相关内容的认识，扩大学生的知识面，运用现代信息技术手段学习等提供资源。

4. 正文的边空设有“小贴士”和“云朵”，“小贴士”介绍与正文内容相关的背景知识，“云朵”中是一些有助于理解正文的问题。

5. 每章安排了几个有一定综合性、实践性、开放性的“数学活动”，体现数学知识的综合应用，可供教师结合相关知识的教学或全章复习时选用。

6. 每章安排了“小结”，包括本章的知识结构图和对本章内容的回顾与思考。知识结构图体现了本章知识要点、发展脉络和相互联系；回顾与思考对本章主要内容及其反映的思想方法进行提炼与概括，并通过在重点、难点和关键环节上提出的有思考力度的具体问题，深化学生对本章核心内容及其反映的数学思想方法的理解。

7. 本书的习题分为练习、习题、复习题三类。练习供课上使用，有些练习是对所学内容的巩固，有些练习是相关内容的延伸；习题供课内或课外作业时选用；复习题供复习全章时选用。其中习题、复习题按照习题的功能分为“复习巩固”“综合应用”“拓广探索”三类。

这套教师教学用书与《义务教育教科书(五·四学制)·数学(六~九年级)》相对应，供教师教学时参考使用。全套书分为八册，每册书按章编排，每章内容与相应教科书内容对应。教师教学用书的每一章主要包括以下六部分：

第一部分是总体设计，包括本章学习目标、知识结构框图、内容安排、课时安排、编写本

章时考虑的问题、对本章教学的建议等内容。

第二部分是教材分析，这部分含有教科书相应章节的正文，正文旁有教科书正文的注释及教科书中练习的答案和说明，正文下部按小节分条阐述各小节编写意图，说明本节内容的知识结构、知识点及其发生发展过程（逻辑关系）、重点、学生学习过程中可能出现的困难和问题等。

第三部分是本章习题的参考答案。

第四部分提供了几个教学案例，供教师教学时参考。每一个教学案例是一个课时的课堂教学设计，内容包括内容和内容解析、目标和目标解析、教学问题诊断分析、教学支持条件分析、教学过程设计、目标检测设计等几方面。

第五部分是拓展资源。根据每章的教学内容，为教师提供相应的拓展资料，包括知识内容的拓广延伸和相关史料、拓展性问题等。

第六部分是评价建议和测试题。评价建议从知识技能、数学思考、问题解决、情感态度等几方面为教师提出本章评价建议，并提供了一套测试题供参考，其中说明了每道测试题的设计意图。

本书是六年级下册的教师教学用书，内容包括“有理数”“整式的加减”“几何图形初步”“数据的收集、整理与描述”四章，各章授课时间大致分配如下（仅供参考）：

第七章 有理数	21 课时
第八章 整式的加减	9 课时
第九章 几何图形初步	18 课时
第十章 数据的收集整理与描述	11 课时

除已列出的主要编写者外，参加本册教师教学用书编写、讨论的还有李果民、袁爽、王烁、张淑媛、孙共明、王振红、罗龙江、李兴梅、李玉松、李海等。

本书在编写过程中征求了全国各地部分教师和教研人员的意见，在此表示衷心感谢。

人民教育出版社 课程教材研究所
中学数学课程教材研究开发中心
2012 年 12 月

目 录

第七章 有理数	1
<hr/>	
I 总体设计	1
II 教材分析	11
7.1 正数和负数	12
7.2 有理数	16
7.3 有理数的加减法	26
7.4 有理数的乘除法	38
7.5 有理数的乘方	51
数学活动	59
小结	60
复习题 7	61
III 习题解答	63
IV 教学设计案例	67
7.1 正数和负数 (第 1 课时)	67
7.2.2 数轴	70
7.3.1 有理数的加法 (第 1 课时)	74
7.4.1 有理数的乘法 (第 1 课时)	78
V 拓展资源	82
VI 评价建议与测试题	89
第八章 整式的加减	92
<hr/>	
I 总体设计	92
II 教材分析	97
8.1 整式	98
8.2 整式的加减	106

数学活动	116
小结	118
复习题 8	119
III 习题解答	121
IV 教学设计案例	123
8.1 整式 (第 1 课时)	123
8.2 整式的加减 (第 1 课时)	128
数学活动	133
V 拓展资源	138
VI 评价建议与测试题	140

第九章 几何图形初步 144

I 总体设计	144
II 教材分析	149
9.1 几何图形	150
9.2 直线、射线、线段	161
9.3 角	168
9.4 课题学习 设计制作长方体形状的包装纸盒	178
数学活动	180
小结	182
复习题 9	183
III 习题解答	187
IV 教学设计案例	192
9.1.2 点、线、面、体	192
9.2 直线、射线、线段 (第 1 课时)	197
9.3.2 角的比较与运算 (第 1 课时)	202
V 拓展资源	208
VI 评价建议与测试题	213

第十章 数据的收集、整理与描述 216

I 总体设计	216
II 教材分析	223

10.1 统计调查	224
10.2 直方图	234
10.3 课题学习 从数据谈节水	242
数学活动	245
小结	246
复习题 10	251
III 习题解答	251
IV 教学设计案例	257
10.1 统计调查 (第 2 课时)	257
10.2 直方图 (第 1 课时)	261
V 拓展资源	265
VI 评价建议与测试题	269

人教版®

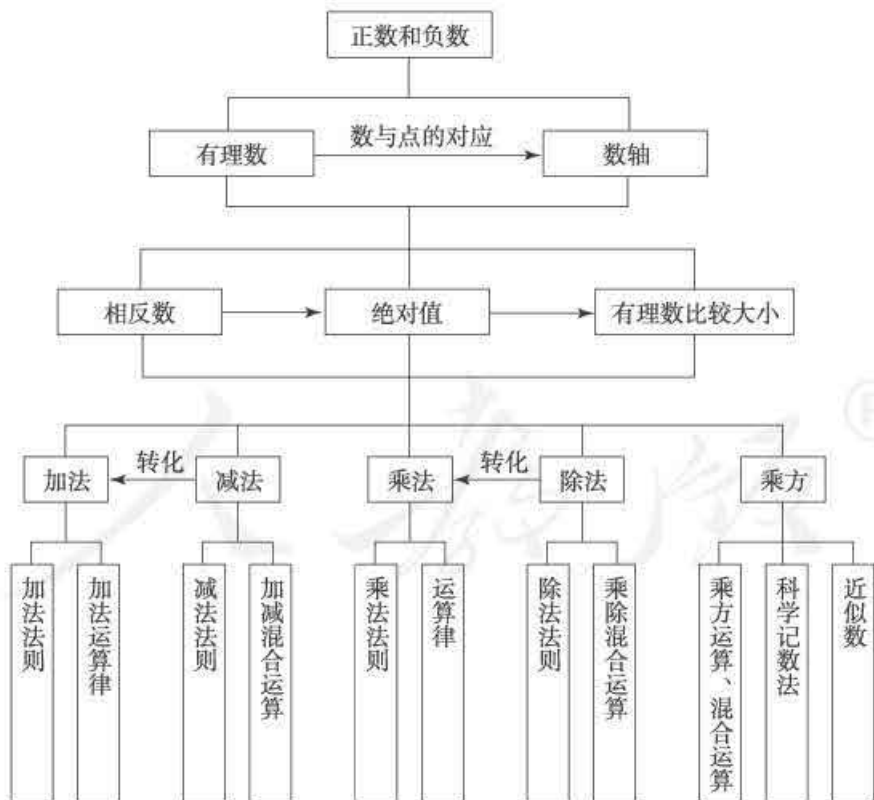
第七章 有理数

I 总体设计

一、本章学习目标

1. 理解有理数的意义，能用数轴上的点表示有理数，能比较有理数的大小.
2. 能借助数轴理解相反数和绝对值的意义，掌握求有理数的相反数与绝对值的方法，知道 $|a|$ 的含义（这里 a 表示有理数）.
3. 理解乘方的意义，掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算（以三步以内为主）.
4. 理解有理数的运算律，能运用运算律简化运算.
5. 能运用有理数的运算解决简单的问题.

二、本章知识结构框图



三、内容安排

数及其运算是中小学数学课程的核心内容。前两个学段已经安排了自然数、正分数及其运算等学习内容，还要求学生“在熟悉的生活情境中，了解负数的意义，会用负数表示日常生活中的一些量”。本章借助生活实例引入负数，通过添加负数这一类“新数”，使数的范围扩张到有理数，再利用学生的日常生活经验、数轴的几何直观等，通过具体实例的归纳，将正数和负数之间的运算归结到正数之间的运算，进而定义有理数的运算，得出运算法则，并运用有理数的运算解决简单的问题。本章的知识及其思想方法也是后续学习的基础。

引入负数是实际的需要，也是学习后续内容，特别是“数与代数”内容的需要，学生可以从中学会根据实际和数学的需要引入新数的好处。

数轴是数形结合思想的产物。引进数轴后，可以用数轴上的点直观地表示有理数，从而也为学生提供了理解相反数、绝对值的直观工具，同时也为学习有理数的运算法则作了准备。引入相反数的概念，一方面可以加深对相反意义的量的认识，另一方面可以为学习绝对值、有理数运算作准备。绝对值概念借助距离概念加以定义。在数轴上，一个点由方向和距离（长度）确定；相应地，一个实数由符号与绝对值确定。这里，“方向”与“符号”对应，“距离”与“绝对值”对应，又一次体现了数与形的结合、转化。所以，绝对值概念可以促进数轴概念的理解，同时也是数的大小比较、数的运算的基础。

在“数与代数”中，运算是核心内容。“引进一种新的数，就要研究相应的运算；定义一种运算，就要研究相应的运算律”，这是代数的核心思想。在数系、运算法则和运算律（即对任何数都成立的通性）中获得的知识，可以方便地迁移到“以字母表示数”后的学习内容中去。因此，本章的重点是有理数的运算和运算律。当然，运算律的作用在此只是“牛刀小试”，其真正的威力要在后续代数学习中才能逐步体现。

加法与乘法都是在介绍运算法则——着重是符号法则的基础上，进行基本运算，然后结合具体例子引入运算律，并运用运算律简化运算。

减法与除法，则是着重介绍如何向加法与乘法转化，从而利用加法与乘法的运算法则、运算律进行运算。乘方是几个相同因数的乘积，因此可以利用乘法运算。科学记数法与乘方有关，因而可进一步加以介绍。近似数在实际问题中有广泛的应用，有必要在本章作进一步的认识。

利用计算器计算分两次安排，一次在加减乘除运算之后，一次在乘方运算之后。学会了使用计算器进行有理数运算，较复杂的计算就可以用计算器完成。简单的有理数运算仍需要学生熟练地用笔算完成。

四、课时安排

本章教学约需 21 课时，具体安排如下：

7.1 正数和负数	约 2 课时
7.2 有理数	约 4 课时
7.3 有理数的加减法	约 5 课时

7.4 有理数的乘除法 约 5 课时

7.5 有理数的乘方 约 3 课时

数学活动

小结 约 2 课时

五、编写本章时考虑的问题

本章内容的安排，核心是在借助学生的生活经验引入负数的基础上，让学生学会用运算法则进行运算，体会运算法则的逻辑相容性，从具体实例中归纳运算律。

1. 加强与学生已有经验的联系

以学生的认知基础为起点是教材编写的基本原则。这里，学生的已有经验包含两方面，即与刻画“事物的相反意义”相关的生活经验和小学阶段对“数及其运算”的认识经验。

(1) 从学生熟悉的现实问题出发引入有关内容

学生在日常生活中碰到过许多具有相反意义的事物，例如“增与减”“收入与支出”“上升与下降”“前进与后退”等，也积累了一定的刻画“事物的相反意义”的经验。利用这些经验引入负数概念和有关运算法则，有利于学生的理解。教材编写过程中充分发挥了这些经验的作用。例如：

章引言中，用温度的零上、零下和温差、农作物产量的增长率（负增长）、零花钱的收入和支出等，引出全章内容；

在引入正数、负数的概念时，使用了大量生活、生产实例，例如体重的增减、不同国家商品进出口总额的增长率、降水量的增减、海拔高度、水位的增减、物体移动、产品误差等；

在介绍数轴、相反数、绝对值等概念时，注意从实际问题引入，如数轴是通过描述位置的问题引出的，并让学生通过温度计加深对数轴的认识，而有理数比较大小的内容则通过一个“思考”栏目，让学生对一周天气的最低温度按从低到高的排序引出；

借助物体运动的直观、温差等，引入有理数的加法、减法运算，例如，某地一天的气温是 $-3^{\circ}\text{C}\sim 3^{\circ}\text{C}$ ，这天的温差（单位： $^{\circ}\text{C}$ ）就是 $3-(-3)$ ，引出正数与负数的减法；等等。

同时，教科书还注意安排运用有理数知识解决实际问题的训练。例如，在地形图上用正数、负数表示某地的高度；银行储蓄中存入用正数表示，支出用负数表示；运用有理数加法解决有关求和的实际问题，让学生用例子说明算式的实际意义（如“你能用生活实例解释 $5+(-3)=2$ 吗？”），运用有理数的乘法解决气温变化的问题，运用有理数的混合运算解决公司盈亏问题；让学生运用本章知识帮助家庭掌握生活收支情况；等等。

另外，教材特别注意实例的“普适性”，也就是要让大多数学生感兴趣。例如，上一版教材中，足球比赛中的“净胜球”问题用得很多。调查发现，这个背景不仅难度较大，而且大多数学生对足球比赛规则不了解，感兴趣的学生不多。因此，本次编写时就删去了这类问题。

(2) 在小学对“数及其运算”的基础上展开新内容

小学阶段对于正整数、0、正分数等的意义、运算和运算律的认识经验，可以自然地延伸到有理数的学习中来，教科书特别注意发挥这些经验的作用。例如，回顾数的发展历史，通过“相反意义的量”的表示引出负数概念；通过思考“小学学过的加法类型是正数与正数相加、正数与0相

加. 引入负数后, 加法的类型有哪几种?”引出有理数的加法运算; 通过问题“我们以前学过加法交换律、结合律, 在有理数的加法中它们还适用吗?”引出研究加法运算律的问题; 等等.

这里要特别谈谈对有理数概念的处理. 有人从数学的严谨性出发, 认为我们教材中给出的“整数和分数统称为有理数”的说法不对, 因为“整数是分母为1的分数”. 根据这样的意见, 我们在上一版中作出调整, 给出了下面的说法:“整数可以看作分母为1的分数. 正整数、0、负整数、正分数、负分数都可以写成分数的形式, 这样的数称为有理数.”这样写确实更严谨了, 但是课堂调研和学生访谈发现, 刚上初中的学生, 他们对“把单位1平均分成若干份, 表示这样的一份或几份的数叫做分数”, 以及分数分为“真分数”和“假分数”的认识是牢固的, 如果这时过分强调整数与分数的统一, 在学生对数的认识上并没有实质意义, 反而引起学生的认知困难. 所以, 我们认为这样的严谨性没有实质意义. 为此, 本章采用先归纳已学过的数的类型, 再给出“正整数、0、负整数统称为整数, 正分数、负分数统称为分数. 整数和分数统称为有理数.”最后在章小结中严格化为“由于整数可以看成是分母为1的分数, 因此有理数可以写成 $\frac{p}{q}$ (p, q 是整数, $q \neq 0$)的形式; 另一方面, 形如 $\frac{p}{q}$ (p, q 是整数, $q \neq 0$)的数都是有理数. 所以, 有理数可用 $\frac{p}{q}$ (p, q 是整数, $q \neq 0$)表示.”从而使学生对有理数概念形成完整认识. 这是一种螺旋上升的处理方式.

2. 加强数学思想方法的渗透

在数系及其运算的扩充过程中, 核心的问题是在添加了一类“新数”后, 所引进的新数之间的运算如何归结到原有的数之间的运算而定义运算法则, 进而使原有的运算律在新的数系中得以保持. 这样的思想当然不能直接教给学生, 因为他们还不能理解这样做到底有什么意义, 但教科书注意采用渗透的方式, 使学生受到数学思想方法的熏陶. 例如, 在归纳运算法则时, 强调从符号和绝对值两个角度着手; 在具体运算中, 强调“先确定符号, 再算绝对值”; 在小结中明确“与负数有关的运算, 我们都借助绝对值, 将它们转化为正数之间的运算”.

前面已指出, 数轴是数形结合的产物. 在数轴概念的建立过程中, 教科书注意渗透“数轴三要素”与有理数集(实数集)中0, 1和数的符号之间的对应关系. 例如, 教科书特别指出了“0是正数和负数的分界点, 原点是数轴的基准点”;“西”与“东”、“左”与“右”等表示了相反方向, 它们与数的“负”与“正”对应; 数轴上, 一个点到原点的距离, 与一个数的绝对值对应; 等等. 在这个过程中, 数形结合、相互转化的思想得到自然渗透. 同时, 教科书充分注意发挥数轴的直观作用, 通过数形转化, 帮助学生理解相反数与绝对值的概念, 掌握比较有理数大小的方法, 认识有理数的运算法则. 在数轴上, 任意一个点关于原点的对称点是唯一确定的, 由此而自然引出相反数的概念; 用数轴上的点到原点的距离定义绝对值的概念; 利用数轴上点的(左右)顺序规定有理数的顺序, 既直观又涵盖了有理数比较大小的各种情况; 利用数轴分析物体运动状况, 使学生直观地“看到”物体两次运动的结果, 再利用“相反意义的量”, 解释运动过程和结果, 从而引出有理数加法的运算法则; 等等.

3. 加强思考方法的引导, 促使学生学会思考、学会学习

数学教学的最主要任务是使学生学会思考, 培养学生的思维能力, 这是由数学的学科性质决定的. 用什么方式引导学生的数学思维活动, 使学生在掌握知识的过程中学习数学思考方法, 从学会

思考逐步走向学会学习，是教材编写中需要认真思考和落实的主要任务。为此，本章教材在学习内容的引入，概念、运算法则和运算律的归纳、概括，例题讲解过程各环节中，安排了许多“思考”“探究”“归纳”栏目，切实落实“思考方法的引导”。例如，在“思考”栏目中提出“图7.2-3和图7.2-2有什么共同点，有什么不同点？”，引导学生概括共同特征而得出“数轴三要素”；通过思考“小学学过的加法类型是……引入负数后，加法的类型有哪几种？”引导学生学习如何在引入“新数”后提出有价值的数学问题；通过探究“计算 $30+(-20)$ ， $(-20)+30$ 。两次所得的和相同吗？换几个加数再试一试。从上述计算中你能得出什么结论？”引导学生开展从具体中归纳出一般规律的活动；在例题讲解中，通过“几个不是0的数相乘，积的符号与负因素的个数之间有什么关系？”引导学生思考运算规律，再通过具体实例而“归纳”得到一般结论，最后在具体运算中提出“多个不是0的数相乘，先做哪一步，再做哪一步？”引导学生思考运算规律的作用，总结运算技巧，进而培养正确迅速的运算技能；等等。

总之，教材把独立思考、自主探究基础上归纳结论看成是数学学习的基本过程，以有理数及其运算知识的发生发展过程为载体，努力为学生构建一个“观察、实验、比较、归纳、猜想、推理、反思”的数学思维活动过程，通过不同栏目引导学生的思考、探究活动，在领悟有理数概念、运算法则和运算律内涵的过程中，让学生体会从特殊到一般，从具体到抽象的研究过程和方法，使他们既学会发现，又学会归纳、概括，从而逐步提高学生的思考力，培养用数学的思想和方法来思考和处理问题的习惯。

4. 根据学生的年龄特征呈现教材

教材的呈现只有以学生的年龄特征和认知规律为着眼点，认真解决好与学生学习心理的适应性问题，才能真正体现好教材的育人价值，因为只有让学生喜欢教材，使教材内容能深入学生的心，教材的作用才能发挥出来。

从智力与能力发展的年龄特征看，学生的思维正处于从以具体形象思维成分为主向以抽象逻辑思维成分为主的转折期，因此，教材内容的呈现必须注意具体性、形象性，同时还要有适当的抽象、概括要求，从而既适应这一时期学生的能力发展水平，又能促进他们的思维向高一阶段发展。根据这样的要求，教材始终坚持选择学生身边实例为学习素材，使有理数的有关概念和运算得到具体形象的支撑。即使是抽象的运算法则，也强调通过具体情境帮助学生建立“合理性”的接受环境。

从这一年龄阶段学生的知识储备看，虽然他们在日常生活和前面的学习中已经积累了一些学习有理数的基础，但对学生而言，负数与他们从具体事物的数量中得来的观念并没有共同点，“这是由具体数学向形式数学的第一次转折”，完全解决转折中出现的问题需要高度的抽象能力。因此，学生对负数意义的理解不能一蹴而就，需要积累大量经验而逐步理解。

对运算法则的理解也是非常困难的事情，更加需要数学活动经验的积累，并发挥这些经验的作用以逐步认清运算规则的“合理性”。为此，教材始终坚持了两条措施：一是以“归纳式”呈现教材内容，二是注意安排丰富多彩的数学活动。例如，通过“收入5元，支出3元，还剩2元”解释 $5+(-3)=2$ ；“篮球比赛中，上半场输球5个，下半场输球3个，整场比赛共输球8个”解释 $(-5)+(-3)=-8$ ；等等。

5. 关于有理数乘法法则的处理

众所周知，“负负得正”的教学是“世界性难题”。查阅各国教材以及我国以往教材，对有理数乘法法则的处理，主要有两种方式：一种是“匀速直线运动状况分析”，例如我国 20 世纪 60 年代用“火车从东向西每小时走 40 公里（就是每小时走 -40 公里），中午在某车站，中午以前 3 小时（就是 -3 小时）应当在某车站的东边 120 公里（就是 +120 公里），就是 $(-40) \times (-3) = 120$ ”加以说明。另一种是“从‘正数 \times 正数’出发的归纳推理”。选择哪一种都是有利有弊的。本章选择第二种方式，理由如下：

首先，第一种方式本质上是一个用有理数知识建模解决实际问题的过程，由于涉及时、空两个因素，而且“时”包括过去、现在和未来，“空”包括左、右（东、西）两个方向，因此这个情境较复杂，对抽象思维能力要求较高，反而对学习造成干扰。

其次，从数学发展史看，由于负数，特别是负数之间的运算，是超越经验的，用任何具体例子来解释都有很大的局限性。因此，我们只能“用简单的例子来使学生相信……承袭性原则所包含的这些约定关系，恰好是适当的，因为可以得到一致方便的算法，而其他任何一种约定，总要强迫我们考虑许多特例。”例如，如果 $(-1) \times (-1) = -1$ ，那么分配律 $a(b+c) = ab+ac$ 就不能成立。因为一方面由 $1-1=0$ 有 $(-1) \times (1-1) = (-1) \times 0 = 0$ ；另一方面，由分配律又有 $(-1) \times (1-1) = (-1) \times 1 + (-1) \times (-1) = -1-1 = -2$ 。

实际上，符号法则 $(-1) \times (-1) = 1$ (*) 是一种数学创造，为的是在保持算术运算律的条件下使运算能和谐自如，它是不能“证明”的。在数学发展史上，经过很长一段时间数学家才认识到这一点。所以，采用第二种方式，在帮助学生接受符号法则 (*) 合理性的同时，渗透“承袭性原则”，可能是明智的选择。

根据上述想法，教材构建了如下归纳过程：

观察 $3 \times 3 = 9$, $3 \times 2 = 6$, $3 \times 1 = 3$, $3 \times 0 = 0$ ，说规律（随着后一个乘数逐次递减 1，乘积逐次递减 3）。以问题“要使这个规律在引入负数后仍然成立，那么应有： $3 \times (-1) = -3$, $3 \times (-2) = \underline{\quad}$, $3 \times (-3) = \underline{\quad}$ ”引导学生归纳。

同样方式处理“负数 \times 正数”后，指出：“从算式左右各数的符号和绝对值两个角度观察上述算式，可以归纳如下：正数乘正数，积为正数；正数乘负数，积是负数；负数乘正数，积也是负数。积的绝对值等于各乘数绝对值的积。”

以思考“利用上面归纳的结论计算下面的算式，你发现有什么规律？ $(-3) \times 3 = \underline{\quad}$, $(-3) \times 2 = \underline{\quad}$, $(-3) \times 1 = \underline{\quad}$, $(-3) \times 0 = \underline{\quad}$ 。”引导，得出“随着后一个乘数逐次递减 1，乘积逐次增加 3”的规律后，再以“要使上述规律仍然成立，那么有 $(-3) \times (-1) = \underline{\quad}$, $(-3) \times (-2) = \underline{\quad}$, $(-3) \times (-3) = \underline{\quad}$ ”引导学生归纳出：负数乘负数，积为正数，乘积的绝对值等于各乘数绝对值的积。

最后总结有理数乘法法则。

六、对本章教学的建议

1. 做好与前面学习内容的衔接

前面学过自然数、正分数（即正有理数和 0）及其运算的知识，还学过用字母表示数的知识，

这些都是学习本章的基础。

实际上，前面学过的数及运算的知识，就是有理数及其运算的知识，数的范围限制在“正数和0”。因此，本章内容的教学，首先要做好与以往算术知识和方法的衔接，在原有基础上自然引申出新的问题和思路。例如，对负数的认识，借助实际生活、生产中大量存在的“相反意义的量”，提出引入“新数”的需要，然后借助“大于0的数叫做正数”，自然引入“在正数前面加上符号‘-’（负）的数叫做负数”；又如，有理数的运算，本质上是：先确定符号，再归结为正数和0之间的运算；再如，关于运算律的学习，也是在复习已有运算律的基础上展开新的学习的。总之，加强与前两个学段学过的数及运算的衔接，不仅有利于学生理解本章知识，而且也有利于培养学生提出问题的能力。

另外，本章渗透了用字母表示数的知识。例如，用 $-a$ 表示 a 的相反数；用字母表示求一个数的绝对值的结论；用字母表示有理数的运算法则和运算律；等等。这样，既使问题阐述得更简明、更深入，又使学过的数与代数的知识得到巩固、加强和提高。

2. 把握好教学要求

前面已指出，负数的引入是由具体数学向形式数学的第一次转折。数学家、数学教育家F. 克莱因曾说过，“数学上最伟大的进展之一——负数及负数运算的引入，竟不是某一个人自觉的逻辑思考的创造。相反，它的缓慢的、有机的发展，是与事物广泛地打交道的结果，所以几乎好像是字母记号的运算把负数教给了人。过了很长一段时间，人才有了理性的认识，知道已经发现了某一正确的、与严格的逻辑相容的法则。”^①由于个体对事物的认识进程要重演人类认识的进程，因此，学生对负数及运算的认识不能一蹴而就。所以，本章的教学一定要把握好教学要求，不要操之过急，要让学生慢慢地积累经验，给他们接受这些知识的时间。

首先，负数是从现实生活到数学的一个提炼过程，本质上是一个数学抽象的过程。因此，负数的教学必须充分发挥学生生活经验的作用，让学生有机会通过自己的举例、思考、探究，借助这些经验体会负数概念。不要过分地追求有理数概念的逻辑严谨性，特别是在开始阶段，不要给形式化的表示，只要学生知道有理数集包含哪几类数就可以。

其次，绝对值概念的学习也要有一个循序渐进的过程。与绝对值相关的一些知识，如数轴上两点之间距离的表示、绝对值不等式等，都是在后续学习中要专门安排的，因此这里不要涉及。本章安排绝对值概念，目的是为有理数运算作准备，会求一个数的绝对值就达到了本章要求。教科书中用字母表示求一个数的绝对值的结论，只是给出一个数的绝对值的符号表示，教学时不要对这个符号表示进行变式训练，更不要在绝对值中出现字母并加以讨论。

再次，有理数的加、减、乘、除、乘方运算中涉及的数应简单一些，特别是混合运算，课程标准明确提出“以三步以内为主”。所以，在有理数运算的要求上，不要在数字的复杂性、运算技巧、运算速度等方面提出过高要求，应当加强的是用运算法则确定结果的符号、用运算律简化运算、运用有理数的运算解决简单实际问题等方面的训练，提高数学学习的层次，以更好地体现有理数运算教学的思维训练价值，使学生在进入中学学习之初就受到数学应用于实际的熏陶。

^① [德] F. 克莱因. 高观点下的初等数学（第一卷）. 算术 代数 分析. 舒湘芹等译. 上海：复旦大学出版社，2008，第20~21页.

3. 采用“归纳式”教学

前面已经指出,本章教材的编写,从有理数的概念到运算法则和运算律,始终坚持“归纳式”呈现内容.这样做的目的,主要是为了体现以数学知识发生发展过程为载体进行“思维的教学”这一数学课程的核心任务,使学生在在学习过程中,不仅学会知识,而且受到研究问题的思想方法训练,从而培养学生的思维能力,逐步发展独立解决问题的能力.实际上,这就是在进行“数学基本思想”的教学,也是让学生积累“数学活动经验”的过程.所以,在课堂教学中,一定要体现好教材的这一编写意图,为学生安排一个“具体事例——观察、试验——比较、分类——分析、综合——抽象、概括”的过程,使学生有机会通过自己的类比、归纳而得出一般规律,获得对有理数及其运算的知识.

例如,数轴概念的教学,关键就是要用好教科书中的具体实例、学生熟悉的生活事例,引导学生的观察、比较、分析和综合等思维活动,并抽象出“基准点”“方向”和“与基准点的距离”在刻画事物相对位置中的作用,然后再结合负数概念引入过程中,用正数和负数表示“相反意义的量”的经验,概括出数轴“三要素”.

需要说明的是,用数轴上的点表示实数,就是要使任意一个实数能用唯一确定的点表示,同时,任意一个点只能表示一个实数.在这样的要求下,自然就要规定数轴的原点、方向和单位长度,这样就可以有如下对应关系:

原点 $\leftrightarrow 0$ (原点是区分方向的“基准”, 0 是区分正负的基准)

单位长度 $\leftrightarrow 1$ (单位长度是度量线段长度的单位, 1 是实数单位,“单位”实际上给出了一个度量事物的统一标准)

方向 \leftrightarrow 符号 (空间中,“由 A 到 B ”和“由 B 到 A ”是两件不同的事情,其差别由“方向”来标记. A, B 两点“位置差别”的定量化定义,必需且只需用“方向”和“长度”.数轴上,方向有“左”“右”两种,可以理解为“相反方向”.负数的引入是应描述现实中的“相反意义的量”之需,确定一个实数,需要“符号”和“绝对值”两个要素,它们正好对应了定量化定义 A, B 两点“位置差别”的“方向”和“长度”)

当然,上述观点实际上就是“数形结合”的思想,其中的意蕴是需要长期积累、不断学习才能逐渐体会的,本章只要让学生了解数轴“三要素”的意义,并能用数轴上的点表示有理数的有关概念就可以.

4. 处理好纸笔运算和用计算器运算的关系

本章的核心内容是有理数运算,是训练学生运算能力的重要载体,因此必须把运算技能的熟练作为重要的教学目标,也就是要强调纸笔运算,在运算的速度、准确性等方面都要有适当的要求.运算能力是数学的核心能力,注重运算能力的培养是我国数学教育的优良传统,这一传统应得到保持.

课程标准提出,为了有效地改变教学方式,提高课堂教学的效益,有条件的地区,教学中要尽可能合理地应用现代信息技术.在学生理解并能正确应用运算法则、运算律进行计算的基础上,鼓励学生用计算器完成较为繁杂的计算.课堂教学、课外作业、实践活动中,应允许学生使用计算器,还应鼓励学生用计算器进行探索规律等活动.实际上,信息技术用于数学教学,除了课程标准

指出的上述作用外，也是培养信息化时代合格公民的需要。在信息技术被广泛使用的今天，熟练使用计算器是公民的一种基本素养。

在让学生用计算器进行有理数运算时，关键是体现好“合理”二字。合理性主要体现在两个方面：一是不能削弱有理数运算的基本要求，二是较复杂的计算、用有理数知识解决实际问题 and 探索运算规律等提倡用计算器。因此，用计算器进行有理数运算的内容，都要在学生掌握了相应运算以后再加以介绍，让计算器为学生掌握有理数的运算服务。例如，笔算以后，可以用计算器验算，参照计算器计算的结果，判断笔算结果是否正确；真实的实际问题必然涉及复杂的数，这类问题要把注意力放在分析数量关系和选择运算方法上，具体计算应使用计算器；探索运算规律时，用计算器可以迅速获得较多的、较复杂的数的具体运算结果，这样可以使学生把精力放在对具体结果所出现的规律的分析上；等等。

5. 利用好数学活动以及选学内容

根据整套教科书的编写要求，本章安排了“实验与探究 填幻方”“阅读与思考 中国人最先使用负数”“观察与猜想 翻牌游戏中的数学道理”等选学内容，并安排了三个“数学活动”。这些内容的安排主要是为了落实课程标准提出的“基本数学活动经验”的积累，实施“综合与实践”的内容，体现数学学习的“活动性、综合性、探究性”的要求。这些内容有的是本章中有关问题的扩展与加深；有的是为了开阔学生的眼界，增长学生的见识；有的是为了培养学生用有理数知识解释某些规律，让学生体会数学的力量（如“翻牌游戏中的数学道理”，用有理数乘法的符号规律就轻松地解释了翻牌游戏的规律）。

这里特别要说一说“数学活动”的实施。首先要明确“数学活动”属于“综合与实践”内容。课程标准提出，“综合与实践”是以问题为载体、以学生自主参与为主的学习活动。它有别于学习具体知识的探索活动，更有别于课堂上教师的直接讲授。它是教师通过问题引领、学生全程参与、实践过程相对完整的学习活动。我们应认真体会“实践”“综合”的含义。在“数学活动”的教学中，强调“实践”就是要让学生参与活动的全过程，要发挥学生的自主性，让学生动脑、动手、动口以体现活动的全面性；强调“综合”就是既要注重数学内部知识间的联系，也要注重数学与生活实际、其他学科之间的联系，从而体现数学知识的综合应用。不要把“数学活动”等同于“解题活动”。

一般地，“数学活动”的教学要安排如下几个环节：

- (1) 活动内容的选择；
- (2) 活动的展开过程（要注意学生参与方式的设计，多使用动手实践、自主探究、合作交流等方式）；
- (3) 活动过程和结果的展示与评价。

例如，“活动1 家庭收支账目”的实施，应当在本章教学之初就布置给学生，让他们每天记录下自己家里的收入和开支数，并要求学生讨论记账的方式；在学完有理数的加、减、乘、除运算后，就可以安排交流活动，展示各自记录的账目表，通过运算得出有关数据，对账本进行评价，讨论合理开支、如何帮助家庭理财等问题。具体安排可以这样进行：

明确问题，设计账本

让学生通过讨论，明确“活动1”中的关键词，如“收”“支”“总收入”“总支出”“总节余”“每日平均支出”“当月”等。

明确完成这个活动要用的数学知识，主要是“有理数及其运算”。

讨论制作账本的方法，如用表格记录的话，表格中应当包含哪些项目；如何获得真实、完整的数据等。

实施方案，记录数据

在这个阶段，学生要按照前面设计的方案，将收支数据详实地记录到账本中。教师要注意适时提醒学生，与他们讨论一些从数据中发现的问题（如收入增加、开支减少、入不敷出等），这个过程对培养学生的注意力、坚持性等都有好处。教师关注学生的数据记录，也是实施和落实过程性评价。

展示交流，总结评价

这一环节可以有多种组织方式。例如，让学生整理成一个报告，对自己收集家庭收支数据的过程进行描述，对家庭收支情况进行简单分析，并给父母提出家庭理财的建议等，办一个班级专题墙报；也可以在学生自我总结的基础上，安排一个课时进行课堂交流和学生之间的相互评价；等等。

安排这个环节的目的在于给学生一个表达、展示、交流的机会，分享活动成果和收获的同时，教师可以了解学生在活动中数学应用能力的发展状况，也可以看出学生的数学学习态度。在展示交流中，要注意引导学生对数学活动过程进行全面反思，例如：数学知识发挥了哪些作用，活动中对有理数知识的认识有怎样的提高；制作记账本时，是否有一个逐步改进的过程；收集数据时如何争取家长的支持；活动过程中遇到了哪些困难，有哪些收获；等等。

活动结束后，教师要根据学生的书面材料（记账本、总结报告等）、学生互评记录、过程中的表现等，对每一个学生给出评价意见，评定等级成绩。

人教版®

II 教材分析

第七章 有理数

在生活、生产和科研中，经常遇到数的表示和运算等问题。例如，^[1]

(1) 北京冬季里某一天的气温为 -3°C ~ 3°C ，“ -3 ”的含义是什么？这一天北京的温差是多少？^[2]

(2) 某年，我国花生产量比上年增长 1.8% ，油菜籽产量比上年增长 -2.7% ，“增长 -2.7% ”表示什么意思？^[3]

(3) 复新同学通过检、卖废品，既保护了环境，又积攒了零花钱。下表是他某个月的部分收支情况(单位：元)。

日期	收入(+)或支出(-)	结余	注释
2日	3.5	3.5	卖废品
5日	-4.2	-0.7	买圆珠笔、铅笔芯
12日	-5.2	-1.2	买练习本、同学代付

这里，“结余 -1.2 ”是什么意思？怎么得到的？^[4]

上面的例子涉及“ $3-(-3)-2$ ”等新问题。本章我们将认识一种新的数——负数，把数的范围扩充到有理数，并在这个范围内研究数的表示、大小比较和运算等。有了这些知识，上述问题就能顺利解决了。

[1] 本章用生活事例引入学习内容。这些例子只是范例，教学时应该结合当地实际，引导学生自己举出一些具有相反意义的量。

[2] 这天的最高温度是零上 3°C ，最低温度是零下 3°C 。温差是最高温度与最低温度的差。

[3] “增长 -2.7% ”表示油菜籽产量比上年增长减少 2.7% 。

[4] “结余 -1.2 ”表示亏欠 1.2 元，因为 $4.0+(-5.2)=-1.2$ 。



1. 教科书用生活、生产实例引入本章内容。

在温度的例子中，出现了相反意义的量 -3°C ， 3°C ，还涉及有理数的减法；在产量增长率的例子中，用正数、负数描述向指定方向变化的情况；在收支情况表的例子中，用正数、负数表示具有相反意义的量，并涉及有理数加法。

2. 教学中，要重视章引言的作用。通过章引言，要让学生明确本章的主要内容是有理数的表示、大小比较和加、减、乘、除等运算，是小学学习的继续。

3. 对引言中涉及的实际背景要作适当说明。例如，“负增长”“负结余”等，实际上都是用数学语言和方法描述向指定方向变化的现象的事例。这些例子，有的是学生能解释的，有的需要学了相关知识才能解决，这样既体现在学生已有基础上引入新知识，又能激发学生追求新知的欲望。后续每个章节的引言都有这个目的，引言中涉及的问题在后续内容中会有所回应。

4. 还可以让学生举出实际例子并共同分析。

[1] 图 7.1-1 非常概括地表示了数的发展与现实生活的关系。

[2] 实际意义分别是：零上 3 摄氏度，增长 1.8%，收入 3.5 元。

[3] 现在学习的数可以分为三类：正数、负数和 0。

7.1 正数和负数

数的产生和发展离不开生活和生产的需要。[1]



由记数、算数、产生数 1, 2, 3, ...



由表示“没有”“空”“0”，产生数 0



由分物、测长、产生分数 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, ...

图 7.1-1

本章引言中，表示温度、产量增长率、收支情况时，既要用到数 3, 1.8%, 3.5 等，还要用到数 -3, -2.7%, -4.5, -1.2 等，它们的实际意义分别是：零下 3 摄氏度，减少 2.7%，支出 4.5 元，亏空 1.2 元。

这里出现了一种新数：-3, -2.7%, -4.5, -1.2。像 3, 1.8%, 3.5 这样大于 0 的数叫做正数 (positive number)，像 -3, -2.7%, -4.5, -1.2 这样在正数前加上符号“-” (负) 的数叫做负数 (negative number)。有时，为了明确表达意义，在正数前面也加上“+” (正) 号。例如，+3, +2, +0.5, + $\frac{1}{3}$, ... 就是 3, 2, 0.5, $\frac{1}{3}$, ...。一个数前面的“+”“-”号叫做它的符号。

0 既不是正数，也不是负数。[3]

你能说说 3, 1.8%, 3.5 等的实际意义吗？[2]

中国古代用算筹 (表示数的工具) 进行计算。红色算筹表示正数，黑色算筹表示负数。



1. 本节的主要内容是有理数的意义。先通过几张图片说明数的发展与现实需要的关系，再以具有相反意义的量的实例为载体，回顾第二学段出现过的负数概念，说明用“+”“-”表示数的性质，并进一步介绍正数、负数在实际中的应用。

2. 教科书首先指出前两个学段学过的整数与分数都是实际需要的。在此基础上，借助引言中的例子，引导学生回顾负数概念，在用正数、

负数表示具有相反意义的量的过程中，进一步感受引入负数的必要性。

3. 在温度的例子中，零上 3℃ 与零下 3℃ 是相反意义的量。用 +3, -3 分别表示零上 3 摄氏度和零下 3 摄氏度，非常方便。这里的符号“+”“-”表示了数的性质。

4. 教科书注意用正数、负数表示各种意义。例如，引言的表格中，“-4.5”和“-1.2”分别表示“支出 4.5 元”和“亏欠 1.2 元”。教学

例 (1) 一个月内, 小明体重增加 2 kg, 小华体重减少 1 kg, 小强体重无变化, 写出他们这个月的体重增长值; [1]

(2) 某年, 下列国家的商品进出口总额比上年的变化情况是:

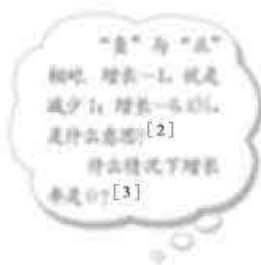
美国减少 6.4%, 德国增长 1.3%,
法国减少 2.4%, 英国减少 3.5%,
意大利增长 0.2%, 中国增长 7.5%.

写出这些国家这一年商品进出口总额的增长率.

解: (1) 这个月小明体重增长 2 kg, 小华体重增长 -1 kg, 小强体重增长 0 kg.

(2) 六个国家这一年商品进出口总额的增长率是:

美国 -6.4%, 德国 1.3%,
法国 -2.4%, 英国 -3.5%,
意大利 0.2%, 中国 7.5%.



[1] 这里要注意题目要求写出的是“增长值”, 所以, 用正数表示体重增加量, 用负数表示体重减少量. 这样, 直接翻译“体重减少 1 kg”就是“体重增长 -1 kg”.

[2] 增长 -6.4%, 就是减少 6.4%.

[3] 这一年的商品进出口总额与上一年相同时, 增长率是 0.



归纳

如果一个问题中出现相反意义的量, 我们可以用正数和负数分别表示它们.

练习

- 2000 年我国全年平均降水量比上年增加 108.7 mm, 2001 年比上年减少 81.5 mm, 2002 年比上年增加 53.5 mm. 用正数和负数表示这三年我国全年平均降水量比上年的增长量.
- 如果把一个物体向右移动 1 m 记作移动 +1 m, 那么这个物体又移动了 -1 m 是什么意思? 如何描述这时物体的位置?



练习答案

- 2010 年, 108.7 mm;
2009 年, -81.5 mm;
2008 年, 53.5 mm.
- 这个物体又移动了 -1 m 表示物体又向左移动了 1 m. 此时物体回到了原来的位置.

时要引导学生自己多举一些例子, 在用正数、负数表示相反意义的量的过程中体会有理数的意义.

5. 在正数前面加上“-”号就表示负数.

一般地, 正数前面的“+”号省略不写, 本书绝大多数地方, 正数都不带正号.

6. 用正数、负数表示具有相反意义的量时, 难点是描述向指定方向变化的情况, 即: 向指定方向变化用正数表示; 向指定方向的相反方向变

化用负数表示. 这与学生的日常经验有一定的矛盾, 需要一个“心理转换”: 把“体重减少 1 kg”转换为“体重增长 -1 kg”, 需要对“负”与“正”的相对性有较好的理解.

实际上, 只要问题中包含相反意义的量, 就可以用正数和负数分别表示, 而哪个量用负数表示, 可以视实际需要而定. 教学时要注意引导.

7. “0 既不是正数, 也不是负数”是正数、负数定义的一部分. 引入负数后, 0 除了表示

[1] 地形图上的海拔一般不标单位，实际采用米作单位。珠穆朗玛峰的这一高度值是国家测绘局 2005 年颁布的数据。

[2] 小学使用的地图册里，有中国地形图，其中珠穆朗玛峰与吐鲁番盆地都标有海拔。普通的中国地形挂图上，也可找到这些数。

[3] 图 7.1-2 中的正数、负数表示：A 地高于海平面 4 600 米，B 地低于海平面 100 米。

图 7.1-3 中的正数、负数分别表示：存入 2 300 元，支出 1 800 元。

把 0 以外的数分为正数和负数，它们表示具有相反意义的量。随着对正数、负数意义认识的加深，正数和负数在实践中得到了广泛应用。在地形图上表示某地的高度时，需要以海平面为基准（规定海平面的海拔为 0 m），通常用正数表示高于海平面的某地的海拔，用负数表示低于海平面的某地的海拔。例如，珠穆朗玛峰的海拔为 8 844.43 m^[1]，吐鲁番盆地的海拔为 -155 m^[2]。记账时，通常用正数表示收入数额，用负数表示支出数额。

0 是正数与负数的分界。0 不是一个确定的温度，海拔 0 m 表示海平面的平均高度。0 的意义也不仅是表示“没有”。

思考



图 7.1-2



图 7.1-3

上面图中的正数和负数的含义是什么？你能再举一些用正数、负数表示数量的实际例子吗？

练习答案

- 2.5, $+\frac{4}{3}$, 120 是正数；-1, -3.14, -1.732, $-\frac{2}{7}$ 是负数。
- 向西走 60 m.
- 3, 0.
- 126, -150.

练习

1. 读下列各数，并指出其中哪些是正数，哪些是负数。

$$-1, 2.5, +\frac{4}{3}, 0, -3.14, 120, -1.732, -\frac{2}{7}$$

2. 如果 80 m 表示向东走 80 m，那么 -80 m 表示_____。

3. 如果水位升高 3 m 时水位变化记作 +3 m，那么水位下降了 3 m 时水位变化记作_____ m；水位不升不降时水位变化记作_____ m。

4. 月球表面的白天平均温度零上 126 ℃，记作_____ ℃，夜间平均温度零下 150 ℃，记作_____ ℃。

“没有”外，还是正数与负数的分界。了解 0 的这一意义，有助于理解正数、负数。为了使學生更好地理解这一意义，教科书又以海拔与收支情况为例，说明 0 作为正数、负数的“分界”，在解决实际问题中的“基准”作用。记账时，“收支平衡”就可以用 0 表示。下面还可以结合数轴，进一步说明这一点。

应鼓励学生举出用正数、负数表示数量的实际例子。

习题 7.1

复习巩固

1. 下面各数哪些是正数, 哪些是负数?

$$3, -\frac{4}{5}, 0, 3.56, -2, -25, 3, \frac{17}{8}, -0.0001, +2, -600.$$

2. 某潜水艇的标准水位记为 0 m, 如果用正数表示水面高于标准水位的高度, 那么

(1) 从 10 m 和 -10.2 m 各表示什么?

(2) 水面低于标准水位 0.1 m 和高于标准水位 0.23 m 各怎样表示?

3. “不是正数的数一定是负数, 不是负数的数一定是正数”的说法对吗? 为什么?

综合应用

4. 如果把一个物体向右移动 5 m 记作移动 +5 m, 那么这个物体又移动 +3 m 是什么意思? 这时物体离它两次移动前的位置多远? [1]

5. 测量一幢楼的高度, 七次测得的数据分别是: 79.4 m, 80.6 m, 80.8 m, 79.3 m, 80 m, 79.5 m, 80.5 m. 这七次测量的平均值是多少? 以平均值为标准, 用正数表示超出部分, 用负数表示不足部分, 它们对应的数分别是多少?

6. 科学实验表明, 原子中的原子核与电子所带电荷是两种相反的电性, 物理学规定, 原子核所带电荷为正电荷, 原子中的原子核与电子各带 1 个电荷, 把它们的所带电荷用正数和负数表示出来.

拓广探索

7. 某地一天中午 12 时的气温是 7℃, 过 5 h 气温下降了 4℃, 又过 7 h 气温又下降了 3℃, 第二天 0 时的气温是多少? [2]

8. 某年, 一些国家的服务出口额比上年的增长率如下:

美国	德国	英国	中国	日本	意大利
-1.2%	-0.9%	-1.3%	2.8%	-2.3%	7.0%

这一年, 上述六国中哪些国家的服务出口额增长了? 哪些国家的服务出口额减少了? 哪国增长率最高? 哪国增长率最低?

[1] 可以想象两次移动的结果.

[2] 可以借助温度计得出结果.

习题 7.1

习题 7.1 中, 第 1 题和第 3 题用来巩固正数、负数的概念, 其他各题是实际使用正数、负数的问题, 第 4 题和第 7 题以后还可以用有理数运算求解, 第 8 题实际上是有理数比较大小, 这些题根据常识也可以求解.

[1] 0.1, -0.5 等都可以化为分数:

$$0.1 = \frac{1}{10},$$

$$-0.5 = -\frac{1}{2},$$

$$5.32 = \frac{133}{25},$$

$$-150.25 = -\frac{601}{4}.$$

[2] 有理数可以按不同标准分类. 正整数、0、正分数可以写成 $\frac{p}{q}$ (p 是正整数或 0, q 是正整数) 的形式, 负整数、负分数可以写成 $-\frac{p}{q}$ (p, q 是正整数) 的形式, 学了负数的除法后可知, 有理数可以写成 $\frac{p}{q}$ (p, q 是整数, $q \neq 0$) 的形式. 小结中会对此进行总结.

[3] 这里给出了一个“数的范围的扩充”的阶段总结.

[4] 在表示相应集合的圈中填数时, 数与数之间适当分开, 不加标点符号.

圈中的“...”表示填入的数只是集合的一部分.

练习答案

(略)

1. 本节的主要内容是有理数的概念、数轴的概念以及相反数、绝对值的概念和有理数比较大小的方法.

2. 学生已经知道, 0 以外的自然数, 实际上是正整数. 在 0 以外的自然数前面加上“-”号的数, 就是负整数. 正整数、0、负整数统称整数. 形如 $\frac{p}{q}$ (p, q 是正整数) 的数是正分数, 形如 $-\frac{p}{q}$ (p, q 是正整数) 的数是负分数. 在

7.2 有理数

7.2.1 有理数



想一想, 我们认识了哪些数?

我们学过的数有:

正整数, 如 1, 2, 3, ...;

零, 0;

负整数, 如 -1, -2, -3, ...;

正分数, 如 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{15}{7}$, 0.1, 5.32, ...;

负分数, 如 -0.5, $-\frac{5}{2}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{7}$,

-150.25, ... [1]

正整数、0、负整数统称为整数; 正分数、负分数统称为分数.

整数和分数统称为有理数 (rational number). [2]

从小学开始, 我们首先认识了正整数, 后来又增加了 0 和正分数, 在认识了负整数和负分数后, 对数的认识就扩充到了有理数范围. [3]

所有正整数组成正整数集合, 所有负整数组成负整数集合.

因为这里的小数可以化为分数, 所以我们也把它们看成分数.

练习

1. 所有正整数组成正整数集合, 所有负整数组成负整数集合. 把下面的有理数填入它属于的集合的圈内. [4]

15, $-\frac{1}{2}$, -3, $\frac{2}{3}$, $-\frac{15}{7}$, 0.1, -5.32, -80, 123, 2, 333.



上述基础上给出有理数的概念. 可以说, 到现在为止, 学生学过的数 (除 π 以外) 都是有理数. 后面还要学习实数, 可以在实数范围内认识有理数, 对有理数会有更深的了解.

3. 在给出有理数概念后, 教科书总结了从小学开始, 通过逐步增加新的数而将数的范围逐步扩充的过程. 这里渗透了数的扩充的基本思想. 教学时可先让学生自己回顾, 然后教师再帮助整理.

2. 指出下列各数中的正数、负数、整数、分数：

$-15, -6, -2, -0.5, 1, \frac{2}{3}, 0, 3\frac{1}{2}, 0.03, -4.95$

7.2.2 数轴

问题 在一条东西向的马路上，有一个汽车站牌，汽车站牌东 3 m 和 7.5 m 处分别有一棵柳树和一棵杨树，汽车站牌西 3 m 和 4.8 m 处分别有一棵槐树和一根电线杆，试画图表示这一情境。

如图 7.2-1，画一条直线表示马路，从左到右表示从西到东的方向，在直线上任取一个点 O 表示汽车站牌的位置，规定 1 个单位长度（线段 OA 的长）代表 1 m 长。于是，在点 O 右边，与点 O 距离 3 个和 7.5 个单位长度的点 B 和点 C ，分别表示柳树和杨树的位置；点 O 左边，与点 O 距离 3 个和 4.8 个单位长度的点 D 和点 E ，分别表示槐树和电线杆的位置。



图 7.2-1



思考

怎样用数简明地表示这些树、电线杆与汽车站牌的相对位置关系（方向、距离）？^[1]

上面的问题中，“东”与“西”，“左”与“右”都具有相反意义。如图 7.2-2，在一条直线上取一个点 O 为基准点，用 \circ 表示它，再用负数表示点 O 左边的点，用正数表示点 O 右边的点。这样，我们就用负数、 0 、正数表示出了这条直线上的点。



图 7.2-2

第七章 有理数 7

[1] 用正数表示柳树和杨树在汽车站牌的东边，用负数表示槐树、电线杆在汽车站牌的西边。

4. 练习中用了“集合”这一名词，目的是渗透一点现代数学知识。这里，“集合”可暂不作为一个数学概念，只看作一个普通名词，知道所有的正整数在一起组成正整数集合，所有的负整数在一起组成负整数集合，不必再引申。

5. 数轴是一个重要概念，后续的直角坐标系也是以它为基础的。这是学生第一次学习数形结合思想。教科书借助生活情境，让学生画图描述位置，逐步过渡到“用数表示直线上的点”和

“用数轴上的点表示数”，然后再让学生把这一例子与温度计作比较，概括它们的共同点而引入数轴概念，并具体讲述数轴的画法和用数轴上的点表示数的方法。

6. 表示东西向马路上的物体与汽车站牌的相对位置关系，站牌起“基准点”作用，站牌“左”“右”具有相反意义，是不同方向，所以既要考虑距离，又要考虑方向，可用正数、负数描述。

[1] 例如, 3 表示位于汽车站牌东边的柳树, 等等.

[2] 温度计也是用一条直线上的点表示正数、0、负数, 它本身只是这条直线的一部分.

[3] 为了读、画方便, 通常把直线画成水平或竖直的.

[4] 原点是“任取”的一点, 通常取图上适中的位置, 如果所需的数都是正数, 也可偏向左边.

[5] 数轴的正方向也可以任意选取, 通常规定向右(或向上)为正.

[6] 单位长度的大小要根据实际需要选取. 因此, 这里加了“适当”二字. 要表示绝对值比较大的数, 单位长度就可以取小一些.

用上述方法, 我们就可以把这些树、电线杆与汽车站牌的相对位置关系表示出来了. 例如, -4.8 表示位于汽车站牌西侧 4.8 m 处的电线杆, 等等.

你能试试用其他数的实际意义吗? [1]



图 7.2-3 中的温度计可以看作表示正数、0 和负数的直线. 它和图 7.2-2 有什么共同点, 有什么不同点? [2]



图 7.2-3

在数学中, 可以用一条直线上的点表示数. [3] 这条直线叫做数轴 (number axis), 它满足以下要求:

(1) 在直线上任取一个点表示数 0, 这个点叫做原点 (origin). [4]

(2) 通常规定直线上从原点向右 (或上) 为正方向, 从原点向左 (或下) 为负方向. [5]

(3) 选取适当的长度为单位长度, 直线上从原点向右, 每隔一个单位长度取一个点, 依次表示 $1, 2, 3, \dots$; 从原点向左, 用类似方法依次表示 $-1, -2, -3, \dots$ (图 7.2-4).

0 是正数和负数的分界点, 原点是数轴的“基准点”.



图 7.2-4

分数或小数也可以用数轴上的点表示. 例如从原点向右 6.5 个单位长度的点表示小数 6.5 , 从原点向左 $\frac{3}{2}$ 个单位长度的点表示分数 $-\frac{3}{2}$ (图 7.2-4).

第七节 有理数

7. 数轴的三要素 (原点、正方向和单位长度) 缺一不可. 这三个要素都是规定的, 也就是说, 可以根据情况, 灵活选定原点的位置、正方向的朝向、单位长度的大小 (但要注意, 一经选定, 就不能再随意改变了).

8. 要注意 0 作为正数、负数的分界点与原点作为数轴基准点的特殊地位; “正向”“反向”与“正数”“负数”相对应; “单位长度”与 1 对应.

9. 任意一个有理数, 都可以在数轴上找到

一个点来表示; 但数轴上的一个点, 却并不一定能用一个有理数来表示. 这里不必对此作深入追究, 只要求学生知道“所有的有理数, 都可以用数轴上的点表示”就可以了. 以后学了实数, 自然就可以把这个问题说清楚了.

10. 练习的目的是使学生初步掌握: (1) 能够用数轴上的点表示已知的有理数 (比较简单的); (2) 能够由数轴上表示有理数的点, 读出它所表示的有理数 (比较简单的); (3) 数轴的方向与



归纳

一般地, 设 a 是一个正数, 则数轴上表示数 a 的点在原点的_____边, 与原点的距离是_____个单位长度; 表示数 $-a$ 的点在原点的_____边, 与原点的距离是_____个单位长度。^[1]

用数轴上的点表示数对数学的发展起了重要作用, 以它作基础, 可以借助图直观地表示很多与数相关的问题。

练习

1. 如图, 写出数轴上点 A, B, C, D, E 表示的数:



(第 1 题)

2. 画出数轴并表示下列有理数:

1, 2, -2, 2, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{3}{4}$, 0.

3. 数轴上, 如果表示数 a 的点在原点的左边, 那么 a 是一个_____数; 如果表示数 b 的点在原点的右边, 那么 b 是一个_____数。

7.2.3 相反数



探究

在数轴上, 与原点的距离是 2 的点有几个? 这些点各表示哪个数?^[2]

设 a 是一个正数, 数轴上与原点的距离等于 a 的点有几个? 这些点表示的数有什么关系?^[3]

可以发现, 数轴上与原点的距离是 2 的点有两个, 它们表示的数是 -2 和 2.

[1] 依次填: 右, a ; 左, a .



练习答案

1. 点 A 表示 0, 点 B 表示 -2, 点 C 表示 1, 点 D 表示 2.5, 点 E 表示 -3.
2. 略.
3. 负; 正.

[2] 2 个, 各表示 2, -2.

[3] 2 个, 它们只有符号不同.

数的正负的对应性.

11. “归纳”栏目是一个小结, 教学时应让学生在回顾本小节内容的基础上, 自己给出回答.

12. 数形结合思想是重要的数学思想, 数轴是数形结合的产物. 借助数轴可以加深对正数、0、负数的认识; 利用“数轴”这个工具, 从数形结合观点出发, 可以研究相反数和绝对值、有理数大小比较以及有理数的运算等内容.

13. 教科书用“探究”栏目, 采取从具体到抽象的方法, 引导学生观察数轴上与原点的距离相等的点, 发现这样的点有两个, 而且这两个点表示的数只有符号不同, 由此引出相反数. 教学时, 可以引导学生自己多举几个具体数字, 以充分感受“互为相反数”的两个数之间的关系以及它们在数轴上的位置关系 (关于原点对称).

14. 教科书通过“归纳”栏目, 引导学生得出数轴上“与原点的距离是 a 的点”的个数及其表

[1] 不一定. 如果 a 是一个负数, 那么 $-a$ 就是一个正数. 这一“思考”是为了增强学生对用字母表示数的认识.

[2] -5 和 $+5$ 关于原点对称, 它们互为相反数.



归纳

一般地, 设 a 是一个正数, 数轴上与原点的距离是 a 的点有两个, 它们分别在原点左右, 表示 $-a$ 和 a (图 7.2-5), 我们说这两点关于原点对称.



像 2 和 -2 , 5 和 -5 这样, 只有符号不同的两个数叫做互为相反数 (opposite number). 这就是说: 2 的相反数是 -2 , -2 的相反数是 2 ; 5 的相反数是 -5 , -5 的相反数是 5 .

一般地, a 和 $-a$ 互为相反数. 特别地, 0 的相反数是 0 . 这里, a 表示任意一个数, 可以是正数、负数, 也可以是 0 . 例如:

当 $a=1$ 时, $-a=-1$, 1 的相反数是 -1 ; 同时, -1 的相反数是 1 .



思考

设 a 表示一个数, $-a$ 一定是负数吗? [1]

容易看出, 在正数前面加上“ $-$ ”号, 就得到这个正数的相反数. 在任意一个数前面加上“ $-$ ”号, 新的数就表示原数的相反数. 例如,

$$-(+5)=-5, \quad -(-5)=+5, \quad -0=0.$$

你能借助数轴说明 $-(-5)=+5$ 吗? [2]

练习答案

- (1) 不正确; (2) 不正确; (3) 正确; (4) 正确.
- $-6, 8, 3.9, -\frac{5}{2}, \frac{2}{11}, -100, 0$.
- 原点.
- $68, -0.75, \frac{3}{5}, -3.8$.

练习

- 判断下列说法是否正确.

(1) -3 是相反数;	(2) $+3$ 是相反数;
(3) 3 是 -3 的相反数;	(4) -3 与 $+3$ 互为相反数.
- 写出下列各数的相反数.

$$6, -8, -2.9, \frac{2}{3}, -\frac{2}{11}, 100, 0.$$
- 如果 $a = -a$, 那么表示 a 的点在数轴上的什么位置?
- 化简下列各数.

$$-(-68), -(+0.75), -(-\frac{3}{5}), -(+2.8).$$

示的数的关系, 然后引出相反数的概念. 这里, “只有符号不同的两个数”是直接观察 2 和 -2 , 5 和 -5 这样的数得出的. 要确定一个有理数 (还有以后要学的实数), 一是符号, 二是绝对值. 2 和 -2 , 符号不同, 绝对值相同. 当然, 绝对值的定义下面才介绍, 所以这里说“只有符号不同”, 避开了绝对值.

15. 说“互为”是因为相反数是“双向”的, 即 a 的相反数是 $-a$, 反之也是. 教科书用

字母来表示“互为相反数”, 这样便于下面介绍化简多重符号的问题, 也为今后的学习打下基础, 例如, 用字母把有理数减法法则简明地表示出来.

“ 0 的相反数仍是 0 ”是相反数定义的一部分.

16. 要特别注意, 教学时应让学生通过对 a 赋值, 熟悉正数的相反数是负数, 负数的相反数是正数, 进而说明, 由于 a 既可以是正数, 也可以是负数, 因此 $-a$ 不一定是负数. 这是培养学生的抽象思想的机会.

7.2.4 绝对值

两辆汽车从同一处 O 出发,分别向东、西方向行驶 10 km ,到达 A , B 两处(图7.2-6),它们的行驶路线相同吗?它们的行驶路程相等吗? [1]



图 7.2-6

一般地,数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的绝对值(absolute value),记作 $|a|$.例如,图7.2-6中 A , B 两点分别表示 10 和 -10 ,它们与原点的距离都是 10 个单位长度,所以 10 和 -10 的绝对值都是 10 ,即

$$|10| = 10, \quad |-10| = 10.$$

显然 $|0| = 0$.

由绝对值的定义可知,

一个正数的绝对值是它本身,一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0 .即

(1) 如果 $a > 0$,那么 $|a| = a$;

(2) 如果 $a = 0$,那么 $|a| = 0$;

(3) 如果 $a < 0$,那么 $|a| = -a$.

练习

1. 写出下列各数的绝对值:

$$6, -6, -2.9, \frac{5}{2}, -\frac{2}{11}, 100, 0.$$

2. 判断下列说法是否正确.

(1) 符号相反的两个数为相反数;

(2) 一个数的绝对值越大,表示它的点在数轴上越靠右;

(3) 一个数的绝对值越大,表示它的点在数轴上离原点越远;

(4) 当 $a \neq 0$ 时, $|a|$ 总是大于 a .

3. 判断下列各式是否正确.

$$(1) |3| = |-3|;$$

$$(2) |-3| = |-5|;$$

$$(3) -5 = |-5|.$$

这里的数 a 可以是正数、负数和 0 .

[1] 行驶路线不同,但行驶路程相同.刻画汽车的运动状态,不仅要考虑距离,还要考虑方向,这与生活经验一致.数学中用向量来刻画(不必向学生说明).

练习答案

1. $6, 8, 3.9, \frac{5}{2}, \frac{2}{11}, 100, 0$.

2. (1) 不正确; (2) 不正确; (3) 正确; (4) 正确.

3. (1) 正确; (2) 不正确; (3) 不正确.

17. 7.2.4节的内容是绝对值的概念.先用数轴上点的顺序规定有理数的大小,再借助绝对值概念归纳两个负数的大小比较方法.

18. 教科书通过汽车行驶问题说明绝对值的意义,借助数轴给出绝对值的定义,并由这个定义得出一个正数、负数或 0 的绝对值是什么的结论.

汽车的行驶路线要考虑路程与方向两个因素,而行驶路程的远近只需要路程,而不必考虑方向.路程的抽象就是距离,由此引出绝对值的概念.

“绝对值”是“距离”这一几何量的代数表示.距离是基本而重要的几何概念,相应地,绝对值是基本而重要的代数概念.

19. 借助数轴给出绝对值的定义,直观而利于学生理解.由此得出一个正数、负数或 0 的绝对值各是什么的结论也水到渠成,并且可以用字母简明地把这些结论表示出来.需要提醒学生注意,由于“距离”不可能是负数,因此一个数的绝对值也不可能是负数.

[1] 最低气温 $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，最高气温 $9\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。

我们已知两个正数（或0）之间怎样比较大小，例如
 $0 < 1, 1 < 2, 2 < 3, \dots$ 。
 任意两个有理数（例如 -4 和 $-3, -2$ 和 $0, -1$ 和 1 ）怎样比较大小呢？



思考

图 7.2-7 给出了未来一周中每天的最高气温和最低气温，其中最低气温是多少？最高气温呢？你能将这七天中每天的最低气温按从低到高的顺序排列吗？



图 7.2-7

这七天中每天的最低气温按从低到高排列为

$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$ 。

按照这个顺序排列的温度，在温度计上所对应的点是从下到上的，按照这个顺序把这些数表示在数轴上，表示它们的各点的顺序是从左到右的（图 7.2-8）。



图 7.2-8

数学中规定：在数轴上表示有理数，它们从左到右的顺序，就是从小到大的顺序，即左边的数小于右边的数。

由这个规定可知

$-6 < -5, -5 < -4, -4 < -3, -2 < 0, -1 < 1, \dots$ 。



思考

对于正数、0 和负数这三类数，它们之间有什么大小关系？两个负数之间如何比较大小？前面最低气温由低到高的排列与你的描述一致吗？

20. 从绝对值的定义出发，教科书给出了求一个数的绝对值的具体操作方法，即看这个数是正数、负数还是 0 等三类情况分别得出结果。这里实际上使用了分类思想。这一思想对今后学习有重要意义，当然在这里只要提醒学生注意就可以了，不要提出过高要求。

21. 绝对值概念是教学难点，教学时要加强练习，还要注意联系已有知识。要引导学生在绝对值学习中复习巩固前面内容的作用。如利用绝

对值说明正数、负数的意义。以 -4 为例，这里的“ $-$ ”号表示这是一个负数，“ 4 ”就表示这个数的绝对值；从数轴上看，这里的“ $-$ ”号表明它在原点的左边，“ 4 ”表明它离原点的距离是 4 个单位长。又如，互为相反数的两个数（0 除外）符号相反，绝对值相等。绝对值的运用也十分广泛，学习这部分内容也是为有理数运算、根式等内容作准备的。

22. 教科书从气温高低比较引入用数轴比较

一般地,

(1) 正数大于0, 0大于负数, 正数大于负数;

(2) 两个负数, 绝对值大的反而小.^[1]

例如, $1 > 0$, $0 > -1$, $1 > -1$, $-1 > -2$.

例 比较下列各对数的大小:

(1) $-(-1)$ 和 $-(+2)$; (2) $-\frac{8}{21}$ 和 $-\frac{3}{7}$; (3) $-(-0.3)$ 和 $-\frac{3}{5}$.

解: (1) 先化简, $-(-1)=1$, $-(+2)=-2$.

因为正数大于负数, 所以 $1 > -2$, 即

$$-(-1) > -(+2).$$

(2) 这是两个负数比较大小, 先求它们的绝对值.

$$\left| -\frac{8}{21} \right| = \frac{8}{21}, \quad \left| -\frac{3}{7} \right| = \frac{3}{7} = \frac{9}{21}.$$

因为 $\frac{8}{21} < \frac{9}{21}$,

即 $\left| -\frac{8}{21} \right| < \left| -\frac{3}{7} \right|$,

所以 $-\frac{8}{21} > -\frac{3}{7}$.^[2]

(3) 先化简, $-(-0.3)=0.3$, $-\frac{3}{5}=-\frac{1}{3}$.

因为 $0.3 < \frac{1}{3}$,

所以 $-(-0.3) < -\frac{1}{3}$.

异号两数比较大小, 要考虑它们的正负; 同号两数比较大小, 要考虑它们的绝对值.

练习

比较下列各对数的大小:

(1) 3和-5;

(2) -3和-5;

(3) -2.5和 $-|-2.25|$;

(4) $-\frac{1}{2}$ 和 $-\frac{3}{4}$.

[1] 两个负数比较大小的方法, 其根据还是表示这两个数的点在数轴上的位置关系, 有了这种利用绝对值比较负数大小的方法, 直接利用绝对值就可以进行比较了.

[2] 这里实际上是在做简单的推理.

练习答案

(1) $3 > -5$;

(2) $-3 > -5$;

(3)

$$-2.5 < -|-2.25|;$$

(4) $-\frac{3}{5} > -\frac{3}{4}$.

有理数大小的规定, 由这个规定得出比较有理数大小的一些结论, 并运用这些结论比较有理数大小.

23. 教科书先让学生观察一周天气预报, 并把这7天中每天的最低温度按从低到高的顺序排列出来. 这是一个常识问题, 学生可以完成. 在此基础上, 把这些数表示在数轴上, 可以看到, 表示它们的各点是从左到右的, 这就为利用数轴比较有理数大小的规定奠定了直观基础. 教学

时, 可以让学生再举一些例子, 以建立更好的直观基础.

24. 学习有理数比较大小的关键是会比较两个负数的大小. 教科书在具体例子的基础上, 通过“思考”栏目引导学生概括, 得出比较有理数大小的一些结论. 教学时要让学生结合数轴理解这些结论, 而不是死记硬背. 例如, 两个负数在数轴上, 绝对值大的在左边, 这就容易记住绝对值大的负数反而小的结论.

习题 7.2

复习巩固

1. 把下面的有理数填在相应的方格中（将各数用逗号分开）。

$$15, -\frac{3}{5}, 0, 6, 11, -20, -12.8, \frac{22}{5}, +20, -60.$$

正数：() 负数：()

2. 在数轴上表示下列各数：

$$-2, +3, -2.5, 0, \frac{3}{5}, -\frac{1}{2}, 0.75.$$

3. 在数轴上，点 A 表示 -3 。从点 A 出发，沿数轴移动 4 个单位长度到达点 B，则点 B 表示的数是多少？

4. 写出下列各数的相反数，并将这些数连同它们的相反数在数轴上表示出来。

$$-4, +2, -2.5, 0, \frac{1}{2}, -\frac{3}{4}.$$

5. 写出下列各数的绝对值。

$$-125, +23, -2.5, 0, \frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, -0.05.$$

上面的数中哪个数的绝对值最大？哪个数的绝对值最小？

6. 将下列各数按从小到大的顺序排列，并用“ $<$ ”号连接。

$$-0.25, +2.3, -0.11, 0, -\frac{2}{5}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, 0.05.$$

综合应用

7. 下面是我国几个城市某年一月份的平均气温，把它们按从高到低的顺序排列。

北京	武汉	广州	哈尔滨	南京
-4.6°C	3.8°C	12.1°C	-19.4°C	2.4°C

8. 如图，检测 5 个排球，其中质量超过标准的克数记为正数，不足的克数记为负数。从质量的角度看，哪个球最接近标准？



25. 例题的第(2)小题是两个负分数大小的比较，这是本节中较难的部分，它既用到新学的两个负数比较大小的结论，又联系到两个正分数比较大小的问题。要让学生清楚地了解根据有关结论进行比较的过程：

(1) 先求出两个负数的绝对值（因为是异分母分数，还要通分，化成同分母分数）；

(2) 比较两个绝对值的大小；

(3) 根据有关结论判断原来两个负数的大小。

习题 7.2

1. 第 1, 2, 3, 4 题分别与有理数的分类、数轴、相反数有关。

2. 第 5, 8, 10, 12 题与绝对值有关。学生应会求一个有理数的绝对值，并运用绝对值解决简单的问题。

3. 第 6, 7, 9, 11 题与有理数比较大小有关。学生应会比较几个有理数的大小，并会有

9. 某年我国人均水资源比上年的增幅是 -0.6% ，后连三年各年比上年的增幅分别是 -4.0% 、 13.0% 、 -0.6% ，这些增幅中哪个最小？增幅是负数说明什么？^[1]

10. 在数轴上，表示哪个数的点与表示 -2 和 1 的点的距离相等？^[2]

拓广探索

11. (1) -1 与 0 之间还有负数吗？ $-\frac{1}{2}$ 与 0 之间呢？如有，请举例。

(2) -1 与 -1 之间还有负整数吗？ -2 与 2 之间有哪些整数？

(3) 有比 -1 大的负整数吗？

(4) 写出3个小于 -100 并且大于 -103 的数。

12. 如果 $|x|=2$ ，那么 x 一定是 2 吗？如果 $|x|=0$ ，那么 x 等于几？如果 $x=-x$ ，那么 x 等于几？

[1] 通过本题让学生增强节水意识，说明增幅是增长幅度的意思。

[2] 画出数轴，描点观察。

理数比较大小的方法解决简单的问题。

[1] 这里衔接前面的学习内容提出问题。

[2] 要给学生充分时间完成这个“思考”。大的方面看，可以归结为同号两数相加，异号两数相加，一个数与0相加三种情况。为了与下面的问题衔接，这里要让学生列举出所有可能的情况。

[3] 回避“向左运动5 m，看成向右-5 m”的说法，直接把向左运动记作负数。

[4] 要充分重视这个“思考”。学生掌握了这个问题的解决方法后，就为后续问题的解决奠定了思想方法的基础。

这里本质上是“建立数学模型描述实际问题”，包括用算式或数轴表示“两次运动的结果”。教学时，要借助直观说明，强调关键词“两次运动”“从起点向右”等，算式和数轴表示实际上就是对“两次运动后物体从起点向右运动了8 m”的“数学化”。

7.3 有理数的加减法

7.3.1 有理数的加法

在小学，我们学过正数及0的加法运算，引入负数后，怎样进行加法运算呢？^[1]实际问题中，有时也会遇到与负数有关的加法运算。例如，在本章引言中，把收入记作正数，支出记作负数，在求“结余”时，需要计算 $8.5+(-4.5)$ ， $4+(-5.2)$ 等。



思考

小学学过的加法是正数与正数相加，正数与0相加，引入负数后，加法有哪几种情况？^[2]

引入负数后，除已有的正数与正数相加、正数与0相加外，还有负数与负数相加、负数与正数相加、负数与0相加等。下面借助具体情境和数轴来讨论有理数的加法。

看下面的问题。

一个物体作左右方向的运动，我们规定向左为负，向右为正。向右运动5 m记作5 m，向左运动5 m记作-5 m。^[3]



思考

如果物体先向右运动5 m，再向右运动3 m，那么两次运动的结果是什么？可以用怎样的算式表示？^[4]

两次运动后物体从起点向右运动了8 m，写成算式就是

$$5+3=8$$

①

将物体的运动起点放在原点，则这个算式可用数轴表示为图7.3-1。



图 7.3-1

1. 本节主要内容是有理数的加减法运算。教科书从已学过的加法运算出发，提出引入负数后的加法问题，再通过实例明确有理数加法的意义，引入有理数加法的法则。接着，采取从特殊到一般的方法，通过具体例子归纳出加法运算律。在此基础上，从有理数减法的意义，得出有理数减法法则。最后，根据有理数减法法则，把加减法运算统一成加法。本节还介绍了用计算器进行有理数的加减法运算。

2. 在引入加法时，教科书不仅用引言中的实例说明学习正数与负数的加法的意义，而且特别强调了在已学过的加法运算基础上，引入负数后会出现的加法新情况。这是为了强调在已有学习基础上开展新的学习，同时也是为了渗透引入新数后，如何研究新数与原有数之间的运算。教学时要注意引导学生体会这种提出问题的方法。

3. 教科书借助数轴，用日常生活经验构建了两个“思考”、两个“探究”，对有理数加法中



思考

如果物体先向左运动 5 m, 再向右运动 3 m, 那么两次运动的最后结果是什么? 可以用怎样的算式表示? [1]

两次运动后物体从起点向左运动了 8 m, 写成算式就是

$$(-5) + (-3) = -8$$

这个运算也可以用数轴表示, 其中假设原点 O 为运动起点 (图 7.3-2).



图 7.3-2

从算式②可以看出, 符号相同的两个数相加, 结果的符号不变, 绝对值相加. [2]



探究

(1) 如果物体先向左运动 3 m, 再向右运动 5 m, 那么两次运动的最后结果怎样? 如何用算式表示?

(2) 如果物体先向右运动 3 m, 再向左运动 5 m, 那么两次运动的最后结果怎样? 如何用算式表示? [3]

(1) 结果是物体从起点向右运动了 2 m, 写成算式就是

$$(-3) + 5 = 2$$

(2) 结果是物体从起点向左运动了 2 m, 写成算式就是

$$3 + (-5) = -2$$

从算式③④可以看出, 符号相反的两个数相加, 结果的符号与绝对值较大的加数的符号相同, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值.



探究

如果物体先向右运动 5 m, 再向左运动 5 m, 那么两次运动的最后结果如何?

[1] 可以引导学生类比前一个“思考”的解决过程, 自己得出有关结论. 要注意数轴上的表示与算式的对应性.

[2] 这里是一个概括过程. 要引导学生思考“从哪些角度入手概括”. 实际上就是从符号、绝对值两个角度概括几个算式的左边、右边的共同特点, 得到等号左边是“符号相同的两个数相加”, 等号右边是“符号不变”“绝对值相加”.

[3] 这个“探究”是本节内容的难点之一, 但让学生模仿前面的做法, 可以独立完成. 可以提醒学生先画数轴表示, 然后把数轴表示的过程翻译成算式表示, 就可以得到结果. 在概括两种情况时, 要提醒学生紧紧围绕“符号”“绝对值”两个因素进行思考, 看结果的符号、绝对值与相加的两个数的符号、绝对值的关系.

涉及的所有情况进行详细讨论, 以帮助学生理解有理数加法法则的合理性, 然后再归纳出法则.

4. 在一条直线上的两次运动的实例中, 要说明以下几点:

- (1) 原点 O 是第一次运动的起点;
- (2) 第二次运动的起点是第一次运动的终点;
- (3) 由第二次运动的终点与原点的相对位置得出两次运动的结果;
- (4) 如果用正数表示向右运动, 用负数表示

向左运动, 就可以用算式描述相应的运动问题.

5. 本节中, “思考”“探究”的问题是循序渐进的. 在约定向左、右运动分别对应负、正后, 先让学生解决熟悉的“两次都向右运动”的问题, 这是基础. 由此表明了两层含义: 一是什么时候使用加法, 也就是加法的意义 (不必单独从理论上讲加法的意义); 二是怎样进行两个正数的加法运算. 接着求两次向左的结果, 也就是进行两个负数的加法运算, 并用数轴表示两个

[1] 结论是：任何一个数加上0仍得这个数。

[2] ①②是同号两数相加的情况，③④⑤是异号两数相加的情况，⑥是一个数与0相加的情况。

教学时，可以先让学生回顾每种情况的结果，总结出结论的方法，即：看和的符号、绝对值与两个加数的符号、绝对值的关系，得出相应的结论。在此基础上，再给出完整的加法法则。

结果是仍在起点处，写成算式就是

$$5+(-5)=0$$

算式⑤表明，互为相反数的两个数相加，结果为0。

如果物体第1次向右（或左）运动5m，第2次原地不动，那么2次后物体从起点向右（或左）运动了5m。写成算式就是

$$5+0=5 \text{ (或 } (-5)+0=-5\text{)}$$



思考
从算式⑤可以得出什么结论？^[1]

从算式①~⑥可知，有理数加法运算中，既要考虑符号，又要考虑绝对值。你能从这些算式中归纳出有理数加法的运算法则吗？^[2]

有理数加法法则：

1. 同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加。
2. 绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值。互为相反数的两个数相加得0。
3. 一个数同0相加，仍得这个数。

例1 计算：

(1) $(-3)+(-9)$;

(2) $(-4.7)+3.9$ 。

解：(1) $(-3)+(-9)=- (3+9)=-12$;

(2) $(-4.7)+3.9=- (4.7-3.9)=-0.8$ 。

先定符号，再算绝对值。

练习答案

1. (1) $(-4)+7=3$ (°C); (2) $(+7)+(-5)=2$ (元)。
2. 略。

练习

1. 用算式表示下面的结果：

(1) 温度由 -1 °C上升 2 °C;

(2) 收入 7 元，支出 5 元。

2. 计算：

(1) $(-4)+(-6)$;

(2) $4+(-6)$;

(3) $(-4)+6$;

(4) $(-4)+4$;

(5) $(-4)+14$;

(6) $(-14)+4$;

(7) $6+(-6)$;

(8) $0+(-6)$ 。

负数相加。然后再概括出同号相加的法则，完成有理数加法中较简单情况的讨论。

接着，通过两个“探究”提出讨论异号相加情况的任务。学生可以模仿同号相加的讨论，从算式和数轴两个角度进行探究，得出结论。教学时要充分利用数轴，由在数轴上表示结果的点在原点的左边、右边或位于原点，以及表示结果的点与原点的距离，确定出两次运动的结果，并概括出异号相加的法则。另外，距离相同、方向相

反的两次运动可以看成是一种特例。

最后，教科书通过物体在两个时间段后的运动结果，其中在一个时间段不运动，引出与0相加的情况。

在完成了上述所有情况的讨论后，教科书通过“思考”栏目提出归纳加法法则的任务，引导学生从所给两个加数的符号与绝对值考虑，得出确定和的符号与绝对值的方法。

6. 需要注意的是，从实例中引出运算法则，

3. 计算:

(1) $15 + (-22)$

(2) $(-13) + (-8)$

(3) $(-0.5) + 1.5$

(4) $\frac{1}{2} + (-\frac{2}{3})$

4. 结合现实生活实例解释 $5 + (-3) = 2$, $(-5) + (-3) = -8$ 的意义.

我们以前学过加法交换律、结合律, 在有理数的加法中它们还适用吗? [1]

探究

计算

$$30 + (-20), \quad (-20) + 30.$$

两次所得的和相同吗? 换几个加数再试一试.

从上述计算中, 你能得出什么结论? [2]

有理数的加法中, 两个数相加, 交换加数的位置, 和不变.

$$\text{加法交换律: } a + b = b + a.$$

探究

计算

$$[8 + (-5)] + (-4), \quad 8 + [(-5) + (-4)].$$

两次所得的和相同吗? 换几个加数再试一试.

从上述计算中, 你能得出什么结论?

有理数的加法中, 三个数相加, 先把前两个数相加, 或者先把后两个数相加, 和不变.

$$\text{加法结合律: } (a + b) + c = a + (b + c).$$

例 2 计算 $16 + (-25) + 24 + (-35)$.

解: $16 + (-25) + 24 + (-35)$
 $= 16 + 24 + [(-25) + (-35)]$
 $= 40 + (-60) = -20.$

例 2 中是怎样
使计算简化的? 依
据是什么? [3]

第七章 有理数 19

练习答案

3. (1) -7 ; (2) -21 ;

(3) 0.6 ; (4) $-\frac{1}{6}$.

4. 例如, 温度从 5°C 下降 3°C , 结果温度变为 2°C ; 足球比赛中, 一个队上半场输球 5 个, 下半场输球 3 个, 全场共输球 8 个.

[1] 这里是提醒学生注意, 在规定了有理数加法法则后, 以前学过的加法运算律不是自然适用的.

[2] 两个“探究”都是让学生用不同的数去尝试, 这是为了避免学生由一个例子即可得出某种结论的误解. 总的来讲, 对具体数字的尝试只起到说明的作用, 运算律对所有有理数都成立实际上是直接给出的. 运算律的证明要运用到较高深的数学知识.

[3] 这里把正数与负数分别相加, 从而使计算简化. 这样做既运用了加法交换律, 又运用了加法结合律.

其目的是为了说明运算法则的合理性, 便于学生在心理上接受. 运算法则本身是一种规定. 对于学生来说, 最终是要记住规定, 会用规定运算, 培养根据规则行事的习惯. 但了解规定的合理性, 对理解这个规定, 进而在理解的基础上记忆, 是有益的. 另外, 在这个过程中, 实际上渗透了归纳、类比等合情推理方法, 以及抽象概括能力的培养.

7. 教科书先提出以前学过的加法交换律、

结合律在有理数加法中是否仍然适用的问题, 再采用从特殊到一般的方法, 让学生列举一些有理数算一算, 尝试得出结论, 然后给出有理数的加法运算律. 教学时, 要提醒学生注意举出两个加数是不同情况的例子加以验证, 这样有利于学生形成对运算律的直观感受.

8. 对于加法运算律, 既要注意文字的表述, 也要注意字母的表示. 这是渗透字母代数思想的机会. 对于式子中的字母, 应说明它们分别表示

[1] 解法 2 说明把互为相反数的一对数结合起来相加, 可以使计算简化, 这种方法使用了加法交换律、加法结合律.

利用加法交换律、结合律, 可以使运算简化, 认识运算律对于理解运算有重要的意义.

例 3 10 袋小麦称后记录如图 7.3-3 所示 (单位: kg), 10 袋小麦一共多少千克? 如果每袋小麦以 90 kg 为标准, 10 袋小麦总计超过多少千克或不足多少千克?



解法 1: 先计算 10 袋小麦一共多少千克:

$$91+91+91.5+89+91.2+91.3+89.7+89.8+91.8+91.1=905.4$$

再计算总计超过多少千克:

$$905.4-90 \times 10=5.4$$

解法 2: 每袋小麦超过 90 kg 的千克数记作正数, 不足的千克数记作负数, 10 袋小麦对应的数分别为 +1, +1, +1.5, -1, +1.2, +1.3, -1.3, -1.2, +1.8, +1.1.

$$1+1+1.5+(-1)+1.2+1.3+(-1.3)+(-1.2)+1.8+1.1$$

$$=[1+(-1)]+[1.2+(-1.2)]+$$

$$[1.3+(-1.3)]+(1+1.5+1.8+1.1)$$

$$=5.4$$

$$90 \times 10+5.4=905.4$$

答: 10 袋小麦一共 905.4 kg, 总计超过 5.4 kg.

比较两种解法, 解法 2 中运用了哪些运算律? [1]

练习答案

1. (1) -10 ;

(2) -3 .

2. (1) $\frac{2}{3}$;

(2) -2 .

练习

1. 计算:

(1) $23+(-17)+6+(-22)$; (2) $(-2)+3+1+(-3)+2+(-4)$.

2. 计算:

(1) $1+(-\frac{1}{2})+\frac{1}{3}+(-\frac{1}{6})$; (2) $3\frac{1}{4}+(-2\frac{3}{5})+5\frac{3}{4}+(-4\frac{2}{5})$.

任意一个有理数, 即: 它们既可以是整数, 又可以是分数; 既可以是正数, 又可以是负数或 0. 但必须提醒学生注意, 同一个式子中, 同一个字母只表示同一个数. 用字母表示运算律, 在后面还有几处, 应使学生逐步熟悉, 正确理解.

9. 加法交换律和结合律可以推广到多个数相加的情形: 三个以上有理数相加, 可以任意交换加数的位置, 也可以先把其中的几个数相加. 教科书通过例 2、例 3 对此进行说明. 教学时可

在例题完成后, 让学生思考“推广”的问题.

10. 例 2 是四个有理数相加, 可以先让学生观察加数的特点, 思考怎样计算更简便. 由于本题比较简单, 虽然用运算律运算更简便, 但按从左到右的顺序依次相加也可以. 教学时应适当补充能体现用加法运算律简化运算的题目.

11. 例 3 中的问题也有两种解法. 解法 2 是以前面学过的用正数、负数解决实际问题为基础的: 以每袋 90 kg 为准, 超过的千克数记作正数,

填幻方

有人建议用火星图(如图1)的图案,它叫做幻方,其中9个图中的点数分别是1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 每一横行,每一竖列以及两条斜线上的点数的和都是15. 如果火星上的智能生物,那么我们可以从这种“图中语言”了解到地球上也有智能生物(人).

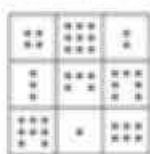


图1

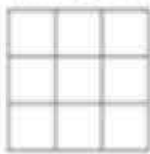


图2

你能将-4, -2, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4这9个数分别填入图2的幻方的9个空格中,使得处于同一横行,同一竖列,同一斜对角线上的3个数相加都得0吗? [1]

你能将0填入中央空格中吗? 与同学交流一下, 你们能找到幻方方法吗? [2]

7.3.2 有理数的减法

实际问题中有时还要涉及有理数的减法. 例如, 本章引言中, 北京某天的气温是 $-3^{\circ}\text{C} \sim 3^{\circ}\text{C}$. 这天的温差(最高气温减最低气温, 单位: $^{\circ}\text{C}$)就是 $3 - (-3)$. 这里遇到正数与负数的减法.

减法是加法的逆运算. 计算 $3 - (-3)$, 就是要求出一个数 x , 使得 x 与 -3 相加得3. 因为6与 -3 相加得3, 所以 x 应该是6, 即

$$3 - (-3) = 6. \quad \text{①}$$

另一方面, 我们知道

$$3 + (+3) = 6. \quad \text{②}$$

由①②, 有

$$3 - (-3) = 3 + (+3). \quad \text{③}$$



图 7.3-1

[1] 让学生把一些正数、负数与0填入幻方, 可以使学生巩固有理数加法的法则与运算律. 要使所填的数符合幻方的要求, 需要学生不断调试, 探究其中的规律. 可以提醒学生注意分析幻方中的规律, 如: 中间的数只能是9个数的平均数; 其余的数只能1和9, 2和8, 3和7, 4和6“配对”填; 等等. 这样可以使学生感受数学知识的作用, 培养思维的逻辑性.

[2] 从温度计可以直观地看出, 3°C 比 -3°C 高 6°C .

不足的千克数记作负数. 这样, 把这些数相加, 其结果是总计超过多少或不足多少. 再与按标准数计算的总数比较, 即可得出总数. 如果学生理解有困难, 可将问题简化, 先用两三袋来说一下. 在学生学习了减法之后, 还会遇到类似的问题. 到那时, 利用有理数减法再做一次解释, 可以进一步加深学生的理解.

12. 本节中的运算律以及运算律的推广, 都不给证明, 都是通过具体例子进行说明. 由于对

运算律的证明需要用较高深的知识, 而直观上又容易接受, 所以中学阶段只结合具体例子进行说明.

13. 教科书通过实例(温差的计算)引出有理数的减法, 再从减法是加法的逆运算出发, 通过一些具体数字, 探究两个有理数的差是多少, 以及是否可以利用加法进行减法的运算, 在此基础上引出有理数的减法法则. 在初步熟悉用有理数减法法则进行运算的基础上, 再归纳出可以把有理数加减混合运算统一为加法运算的结论.

[1] 让学生利用减法是加法的相反运算得出结果，再与加法算式的结果比较，从而得出这些数减-3的结果与它们加+3的结果相同的结论。

[2] 让学生通过计算总结出如下结论：减去一个正数等于加这个正数的相反数。

[3] 一个数减去0比较容易，0减去一个数，在开始学时是容易出错的，这里配上这样的例子，就是为了引起学生的重视。

[4] 这个“思考”，一方面是要得出“小数减大数所得的差是负数”，另一方面也是为了引导学生体会引入负数的好处。

探究

从①式能看出减-3相当于加哪个数吗？把3换成0，-1，-5，用上面的方法考虑

$0 - (-3)$ ， $(-1) - (-3)$ ， $(-5) - (-3)$ ，
这些数减-3的结果与它们加+3的结果相同吗？^[1]

计算

$9 - 8$ ， $9 + (-8)$ ； $15 - 7$ ， $15 + (-7)$ ，
从中又有什么新发现？^[2]

几个数再试一试

可以发现，有理数的减法可以转化为加法来进行，
有理数减法法则：
减去一个数，等于加这个数的相反数。
有理数减法法则也可以表示成

$$a - b = a + (-b)$$

例4 计算：

(1) $(-3) - (-5)$ ， (2) $0 - 7$ ^[3]

(3) $7.2 - (-4.8)$ ， (4) $(-3\frac{1}{2}) - 5\frac{1}{4}$

解：(1) $(-3) - (-5) = (-3) + 5 = 2$ ；

(2) $0 - 7 = 0 + (-7) = -7$ ；

(3) $7.2 - (-4.8) = 7.2 + 4.8 = 12$ ；

(4) $(-3\frac{1}{2}) - 5\frac{1}{4} = (-3\frac{1}{2}) + (-5\frac{1}{4}) = -8\frac{3}{4}$ 。

思考

在小学，只有当a大于或等于b时，我们才会做a-b（例如2-1，1-1）。现在，当a小于b时，你会做a-b（例如1-2，(-1)-1）吗？
一般地，较小的数减去较大的数，所得的差的符号是什么？^[4]

14. 温差可以衡量一天温度的变化。由于零上温度用正数表示，零下温度用负数表示，所以计算温差要涉及有理数的减法。

$3 - (-3)$ 的结果可以直接从温度计看出。一般地，还是从减法是加法的逆运算得出。另一方面，这个结果可以由 $3 + (+3)$ 得到。由此猜想：减去一个负数，等于加这个负数的相反数。对于其他的数，这个猜想还成立吗？另外，减去一个正数，等于加这个正数的相反数吗？教科书通过

“探究”栏目，引导学生通过具体计算加以讨论。教学时一定要认真对待这个探究，让学生自己举例、讨论，以形成对减法法则的充分感受。

15. 有理数的减法可以结合两次运动的实例利用数轴加以讨论，就是知道两次运动的结果，以及其中一次运动，求另外一次运动。例如，对于 $3 - (-3)$ 而言，可以看成知道两次运动的结果是向右3 m，第一次运动是向左3 m，由此第二次运动应该是向右6 m。另一方面，向右6 m，可

练习

1. 计算.

$(1) 6-9;$

$(2) (+4)-(-7);$

$(3) (-5)-(-8);$

$(4) 0-(-3);$

$(5) (-2.5)-3.9;$

$(6) 1.9-(-0.6).$

2. 计算.

$(1) \text{比} 2^{\circ}\text{C 低} 8^{\circ}\text{C 的温度};$

$(2) \text{比} -3^{\circ}\text{C 低} 6^{\circ}\text{C 的温度}.$

下面我们研究怎样进行有理数的加减混合运算.

例 5 计算 $(-20)+(+3)-(-5)-(+7)$.

分析: 这个算式中有加法, 也有减法, 可以根据有理数减法法则, 把它改写成

$$(-20)+(+3)+(+5)+(-7),$$

使问题转化为几个有理数的加法.

$$\begin{aligned} \text{解: } & (-20)+(+3)-(-5)-(+7) \\ & = (-20)+(+3)+(+5)+(-7) \\ & = [(-20)+(-7)]+[+5]+(+3) \\ & = (-27)+(+8) \\ & = -19. \end{aligned}$$

这里使用了哪些运算律? [1]



归纳

引入相反数后, 加减混合运算可以统一为加法运算.

$$a+b-c=a+b+(-c).$$

算式

$$(-20)+(+3)+(+5)+(-7) \quad [2]$$

是 $-20, 3, 5, -7$ 这四个数的和, 为书写简单, 可以省略算式中的括号和加号, 把它写为

$$-20+3+5-7.$$

这个算式可以读作“负 20、正 3、正 5、负 7 的和”, 或读作“负 20 加 3

练习答案

- (1) -3 ; (2) 11 ;
(3) 3 ; (4) 5 ;
(5) -8.4 ; (6) 2.5 .
- (1) -6°C ;
(2) -9°C .

[1] 这里, 先把减法转化为加法, 然后用加法的交换律与结合律, 达到简化运算的目的.

[2] 这里要说明两点, 一是在一个式子中, 如果第一个数带有负号, 通常可以不用括号把这个数括起来, 前面使用括号, 是因为学生初学不熟; 二是把这个式子看成一个和, 便于直接运用加法运算律.

以由“向右 3 m, 再向右 3 m”得到, 也就是说, $3-(-3)=3+(+3)$. 这种讲法与用数轴讨论有理数加法比较, 相对复杂, 教科书没有采用. 教科书引用的温度计的图, 可以看成用数轴对有理数加法的说明.

16. 有理数的减法法则可以用字母简明地表示出来, 这有助于学生理解和记忆这个法则.

17. 在开始学习有理数减法运算时, 要按照有理数减法法则, 先把减法化成加法, 然后按照

有理数加法法则运算. 在学生做练习时, 要引导学生注意归纳有理数减法的运算规律, 而不要只简单机械地将减法化成加法.

18. 学了有理数减法, 可以看到, 在有理数范围内, 以前不能解决的 $2-5$ 这类问题就可以解决了, 这样方程 $x+5=2$ 就能解了. 我国古代数学家引入负数, 就是为了使这一类方程能解. 从另一个角度说, 就是减法总可以实施, 这实际上是引入负数的重要目的. 这一点可以让学

[1] A, B 之间的距离分别为: $6-2=4$; $6-0=6$; $2-(-6)=8$; $(-2)-(-6)=4$. A, B 之间的距离就是 a, b 中较大的数减去较小的数的差.

练习答案

- (1) -0.5 ;
- (2) 0 ;
- (3) -6 ;
- (4) $-\frac{13}{4}$.

[2] 注意适当运用运算律. 第 (1) (2) 小题主要是把正数与负数分别相加; 第 (3) 小题中有互为相反数的数; 第 (4) 小题可考虑同分母的分别相加.

加 5 减 7". 例 5 的运算过程也可以简单地写为

$$\begin{aligned} & (-20) + (+3) - (-5) - (+7) \\ &= -20 + 3 + 5 - 7 \\ &= -20 - 7 + 3 + 5 \\ &= -27 + 8 \\ &= -19. \end{aligned}$$

探究

在数轴上, 点 A, B 分别表示数 a, b . 利用有理数减法, 分别计算下列情况下点 A, B 之间的距离:

$$a=2, b=6; a=0, b=6; a=2, b=-6; a=-2, b=-6.$$

你发现点 A, B 之间的距离与数 a, b 之间的关系吗? [1]

练习

计算:

$$(1) 1-4+3-6.5;$$

$$(2) -2-4+2.5-4.6+2.7;$$

$$(3) (-7)-(+5)+(-13)-(-10);$$

$$(4) \frac{3}{4}-\frac{7}{2}+(-\frac{1}{4})-(-\frac{2}{3})-1.$$

习题 7.3

复习巩固

1. 计算:

$$(1) (-10)+(+6);$$

$$(2) (+12)+(-4);$$

$$(3) (-3)+(-7);$$

$$(4) (+5)+(-9);$$

$$(5) (-0.9)+(-2.7);$$

$$(6) \frac{2}{3}+(-\frac{1}{3});$$

$$(7) (-\frac{1}{2})+\frac{3}{4};$$

$$(8) (-2\frac{1}{4})+(-1\frac{1}{12}).$$

2. 计算. [2]

$$(1) (-8)+10+2+(-1);$$

$$(2) 5+(-4)+3+9+(-4)+(-7);$$

生在解决“思考”中的问题时加以体会.

可让学生进一步得出: 小数减小数, 等于大数减小数的相反数. 有了这个结论, 像 $2-5$ 这样的题就可以直接得出答案.

19. 由于有理数的减法可以转化成加法来进行, 加减法的混合运算就可以统一成加法运算. 进一步通过省略加号、括号, 得出简单的书写方式, 并在此形式下进行加法运算.

20. 例 5 说明有理数的加减运算可以转化为

有理数的加法运算, 进行加法运算可以使用加法运算律.

这里, 要让学生习惯于把 $-20+3+5-7$ 看成“负 20、正 3、正 5、负 7 的和”, 这样便于直接用加法运算律进行运算.

21. 本页的“探究”, 提出了利用有理数的减法计算数轴上两点之间的距离问题. 我们知道, 数轴上点 A, B 分别表示数 a, b , 那么点 A, B 之间的距离就是 $|a-b|$. 由于学生目前还

$$(3) (-0.8) + 1.2 + (-0.7) + (-2.1) + 0.8 + 2.5;$$

$$(4) \frac{1}{2} + (-\frac{3}{2}) + \frac{1}{2} + (-\frac{1}{2}) + (-\frac{1}{2}).$$

3. 计算.[1]

$$(1) (-8) - 8;$$

$$(2) (-8) - (-8);$$

$$(3) 8 - (-8);$$

$$(4) 8 - 8;$$

$$(5) 0 - 8;$$

$$(6) 9 - (-6);$$

$$(7) 16 - 47;$$

$$(8) 28 - (-74);$$

$$(9) (-2.8) - (-7);$$

$$(10) (-5.9) - (-6.1).$$

4. 计算.

$$(1) (+\frac{3}{4}) - (-\frac{3}{4});$$

$$(2) (-\frac{3}{4}) - (-\frac{3}{4});$$

$$(3) \frac{1}{2} - \frac{1}{3};$$

$$(4) (-\frac{1}{2}) - \frac{1}{3};$$

$$(5) -\frac{3}{4} - (-\frac{1}{8});$$

$$(6) 0 - (-\frac{3}{4});$$

$$(7) (-2) - (+\frac{2}{3});$$

$$(8) (-16\frac{3}{4}) - (-10\frac{1}{4}) - (+1\frac{1}{2}).$$

5. 计算.

$$(1) -6.2 + 5.7 - 8.4 + 10;$$

$$(2) -\frac{1}{4} + \frac{5}{8} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2};$$

$$(3) 12 - (-18) + (-7) - 15;$$

$$(4) 4.7 - (-8.9) - 7.5 + (-6);$$

$$(5) (-4\frac{3}{8}) - (-3\frac{1}{2}) + (-4\frac{1}{4}) - (+3\frac{1}{8});$$

$$(6) (-\frac{2}{3}) + |0 - 5\frac{1}{8}| + |-4\frac{1}{8}| + (-5\frac{1}{2}).$$

综合运用

6. 如图, 珠上最高处是珠穆朗玛峰的峰顶, 最低处位于亚洲西部某为死海的湖, 两处高度相差多少?



(第6题)

[1] 由(2)(4)小题可进一步得出, 一个数减去它本身, 结果为0. 由(5)(6)小题可进一步得出, 0减去一个数, 结果为这个数的相反数.

没有这样的认知基础, 做出这样的一般概括有困难, 因此这里只要求学生利用数轴, 通过观察几组数的情况后, 知道用大的数减小的数, 得到的差就是这两点的距离即可, 不要求学生记住这个结论, 更不要进行拓展. 实际上, 借助实际情境(例如习题7.3的第6题)学生是可以理解这个结论的.

习题 7.3

1. 第1题巩固有理数加法法则. 第2题是多个数相加, 应设法使运算简便. 第3, 4题巩固减法运算法则. 第5题是有理数的混合运算.

2. 第6题是简单的实际应用. 与求温差类似, 是求两处高度的差. 由于海拔用正数、负数表示, 这里涉及有理数的减法.

在第7题中, 如果温度上升用正数表示, 温

[1] 可以直接猜哪个数适合,也可以转化为用减法做.

[2] 前两个学段学过,求几个相同加数的和用乘法.沿用这个规定, $(-2)+(-2)$ 就可以记作 $(-2)\times 2$.

7. 一天早晨的气温是 -7°C ,中午上升了 11°C ,半夜又下降了 9°C ,半夜的气温是多少摄氏度?

8. 食品店一周中各天的盈亏情况如下(盈余为正):
132元, -12.5 元, -10.5 元, 127元, -87 元, 136.5元, 95元.
一周总的盈亏情况如何?

9. 有8筐白菜,以每筐 25 kg 为标准,超过的千克数记作正数,不足的千克数记作负数,称后的记录如下:
1.5, -3 , 2, -0.5 , 1, -2 , -2 , -2.5 .
这8筐白菜一共多少千克?

10. 某地一周内每天的最高气温与最低气温记录如下表,哪天的温差最大?哪天的温差最小?

星期	一	二	三	四	五	六	日
最高气温	10°C	12°C	11°C	8°C	7°C	5°C	7°C
最低气温	-2°C	-1°C	0°C	-1°C	-4°C	-3°C	-2°C

拓展探索

11. 填空.[1]

(1) $\underline{\quad} + 11 = 27$; (2) $7 + \underline{\quad} = 4$;
 (3) $(-9) + \underline{\quad} = 9$; (4) $32 + \underline{\quad} = 0$;
 (5) $(-8) + \underline{\quad} = -15$; (6) $\underline{\quad} + (-13) = -6$.

12. 计算下列各式的值.[2]

$(-2) + (-2)$, $(-2) + (-2) + (-2)$,
 $(-2) + (-2) + (-2) + (-2)$, $(-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2)$,
 猜想下列各式的值:
 $(-2) \times 2$, $(-2) \times 3$, $(-2) \times 4$, $(-2) \times 5$.
 你能进一步猜出负数乘正数的法则吗?

13. 一种股票第一天的最高价比开盘价高 0.3 元,最低价比开盘价低 0.7 元,第二天的最高价比开盘价高 0.7 元,最低价比开盘价低 0.1 元,第三天的最高价等于开盘价,最低价比开盘价低 0.33 元.计算每天最高价与最低价的差,以及这些差的平均值.



股票交易是市场经济中的一种金融活动,它可以促进投资和资金流通.

度下降用负数表示,可以列出加法算式求得结果. 其中涉及一些专门术语,如“开盘价”“最高价”“最低价”等,必要时可作适当解释.

第8,9题与例4类似.

第10题求温差,用减法.

3. 第11题是已知两个数的和,及其中一个数,求另一个数,用减法.

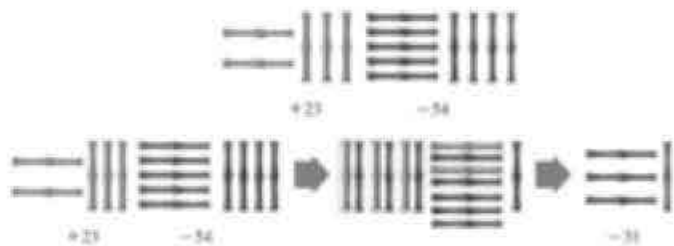
4. 第12题,用从具体到抽象的方法,猜想乘法法则.

5. 第13题是一个与股票价格相关的问题,

阅读与思考

中国人最先使用负数

中国人很早就开始使用负数。著名的中国古代数学著作《九章算术》的“方程”一章，在世界数学史上首次正式引入负数及其加减运算法则，并称之为“正负术”的算法。魏晋时期的数学家刘徽在其著作《九章算术注》中关于不同颜色的算筹（小棍形状的记数工具）分别表示正数和负数（红色为正，黑色为负）。



“正负术”是正负数加减法则，其中有一段话是“同名相除，异名相益，正无入负之，负无入正之。”你知道它的意思吗？其实它就是减法法则，以现代算式为例，可以将这段话解释如下。

“同名相除”，即同号两数相减时，同号即为被减数的符号，异号即为被减数的绝对值加减数的绝对值。例如

$$(+5) - (+3) = +5 - 3,$$

$$(-5) - (-3) = -(5-3).$$

“异名相益”，即异号两数相减时，异号即为被减数的符号，异号即为被减数的绝对值加减数的绝对值。例如

$$(+5) - (-3) = +5 + 3,$$

$$(-5) - (+3) = -(5+3).$$

“正无入负之，负无入正之”，即0减正得负，0减负得正。例如

$$0 - (+3) = -3,$$

$$0 - (-3) = +3.$$

史料证明，追溯到两千多年前，中国人已经开始使用负数，并应用到生产和生活中。例如，在古代商业活动中，以收入为正，支出为负；以盈余为正，亏欠为负；在古代农业活动中，以增产为正，减产为负，中国人使用负数在世界上是首创。

第七章 有理数 27

[1] 《九章算术》是我国最古老的算经书之一。此书的成书年代，各家说法不一。一般认为，此书成于秦、西汉时期。现传本《九章算术》是经魏朝刘徽和唐朝李淳风注释过的注本。此书比较系统地记载了我国古代数学各方面的研究成果。

关于负数的引用，书中以卖（收入钱）为正，买（付出钱）为负；余钱为正，不足钱（亏钱）为负。在关于粮谷计算的问题中，则以益实（增加粮谷）为正，损实（减少粮谷）为负。在《九章算术》中还记载了正数、负数的运算法则，实际是加法、减法的运算法则，也就是书中在方程解法中用到的“正负术”。

阅读与思考

从数学发展史上看，在使用负数和它的运算方面，我国在世界上处于遥遥领先的地位。在国外，印度大约在公元7世纪才开始认识负数，并用小点或小圈记在数字上面表示负数。在欧洲，直到12、13世纪才有负数，而实际进行运算还在几百年之后。我国在纪元初，也就是距今2 000年以前，就已经认识了负数，规定了表示

负数的方法，指出了负数的实际意义，并在解方程中运用了正数、负数的运算。

[1] 以前学过，一个数乘整数（指正整数），是求几个相同加数的和的简便运算；一个数乘分数（指正分数），是求这个数的几分之几是多少。

[2] 这里通过类比有理数加法，指出引入负数后将产生新的乘法情况，并提出如何进行运算的问题。

[3] 一定要引导学生完整解决好这个“思考”，为后续的“思考”打下基础。要让学生知道“观察下面的乘法算式”的含义是：看算式两边，左边两个数相乘，有什么共同点和不同点；右边的积有什么变化规律。

[4] 因为还没有定义有理数乘法法则，所以用了“要使……仍然成立”这样的表述，这里含有合情推理的成分，但本质上还是以“规定有理数乘法运算法则，要使得原有的运算律仍然成立”为指导思想，即要使 $3 \times (x-1) = 3x-3$ 成立，当然，这一点不必向学生说明。

[5] 因为还没有交换律，所以这个“思考”必须要有。只要模仿前一个“思考”的解决过程即可。

7.4 有理数的乘除法

7.4.1 有理数的乘法

我们已经熟悉正数及0的乘法运算。^[1]与加法类似，引入负数后，将出现 $3 \times (-3)$, $(-3) \times 3$, $(-3) \times (-3)$ 这样的乘法。该怎样进行这一类的运算呢？^[2]



思考

观察下面的乘法算式，你能发现什么规律吗？^[3]

$$\begin{aligned} 3 \times 3 &= 9, \\ 3 \times 2 &= 6, \\ 3 \times 1 &= 3, \\ 3 \times 0 &= 0. \end{aligned}$$

可以发现，上述算式有如下规律：随着后一乘数逐次递减1，积逐次递减3。

要使这个规律在引入负数后仍然成立，那么应有：^[4]

$$\begin{aligned} 3 \times (-1) &= -3, \\ 3 \times (-2) &= \underline{\quad}, \\ 3 \times (-3) &= \underline{\quad}. \end{aligned}$$



思考

观察下面的算式，你又能发现什么规律？^[5]

$$\begin{aligned} 3 \times 3 &= 9, \\ 2 \times 3 &= 6, \\ 1 \times 3 &= 3, \\ 0 \times 3 &= 0. \end{aligned}$$

可以发现，上述算式有如下规律：随着前一乘数逐次递减1，积逐次递减3。

28 第七章 有理数

1. 本节主要内容是有理数的乘除法运算。教科书先类比有理数加法，提出如何进行有理数乘法运算的问题，然后在正数及0的乘法运算基础上，以“引入有理数乘法法则，要使得原有的运算律保持不变”为指导思想，通过类比、归纳研究有理数的乘法，引入有理数乘法的法则，并通过例子说明如何运用法则进行计算。然后从具体运算的例子出发，指出乘法的运算律对有理数同样适用。在乘法之后，从有理数除法的意义出

发，结合具体例子引入有理数的除法法则，并通过例子说明如何运用法则进行计算。最后通过例题介绍有理数的混合运算。

2. 有理数乘法法则，实际上是一种规定，给出这种规定的原则就是“使原有的运算律保持不变”，因为只有这样才能使数学的发展建立在原有基础上。

受认知水平所限，学生对这一原则还不能理解。

要使上述规律在引入负数后仍然成立,那么你认为下面的空格应填写什么数?

$$(-1) \times 3 = \underline{\quad},$$

$$(-2) \times 3 = \underline{\quad},$$

$$(-3) \times 3 = \underline{\quad}.$$

从符号和绝对值两个角度观察上述所有算式,可以归纳如下:

正数乘正数,积为正数;正数乘负数,积是负数;负数乘正数,积也是负数.积的绝对值等于各乘数绝对值的积.



思考

利用上面归纳的结论计算下面的算式,你发现有什么规律?

$$(-3) \times 3 = \underline{\quad},$$

$$(-3) \times 2 = \underline{\quad},$$

$$(-3) \times 1 = \underline{\quad},$$

$$(-3) \times 0 = \underline{\quad}.$$

可以发现,上述算式有如下规律:随着后一乘数逐次递减1,积逐次增加3.

按照上述规律,下面的空格可以各填什么数?从中可以归纳出什么结论?

$$(-3) \times (-1) = \underline{\quad},$$

$$(-3) \times (-2) = \underline{\quad},$$

$$(-3) \times (-3) = \underline{\quad}.$$

可归纳出如下结论:

负数乘负数,积为正数,乘积的绝对值等于各乘数绝对值的积.

一般地,我们有有理数乘法法则:

两数相乘,同号得正,异号得负,并把绝对值相乘.

任何数与0相乘,都得0.

例如, $(-5) \times (-3)$, 同号两数相乘

$(-5) \times (-3) = +(\quad)$, 得正

$5 \times 3 = 15$, 把绝对值相乘

所以 $(-5) \times (-3) = 15$.

[1] 因为有理数乘法,无论是两个乘数还是乘积,都涉及符号和绝对值两个角度.

[2] 这里先用刚刚给出的结果解决问题,再归纳4个算式的规律,然后用这个规律得到负数乘负数的结果.

[3] 这里仍然从符号和绝对值两个角度来归纳.

为了让学生在某种程度上了解这种规定的合理性,教科书通过三个“思考”,引导学生通过合情推理来认识“如果原有的运算规律仍然成立,那么‘正数 \times 负数’‘负数 \times 正数’‘负数 \times 负数’该得到什么结果”.

3. 三个“思考”是循序渐进的.第一个“思考”中,乘法算式的左边都是 $3 \times \square$ 的形式,先让学生根据已有知识概括规律,然后在“要使这个规律在引入负数后仍然成立”的引导下,给

出3乘一个负数应该是什么的结论.解决好第一个“思考”是关键,在此基础上,后两个“思考”就可以让学生通过模仿独立解决了.得出算式的规律需要较强的观察能力,教学时要加强对“应该从哪些方面观察算式”的指导.

第二个“思考”解决之后,教科书安排了一个阶段总结,归纳出正数乘正数、正数乘负数、负数乘正数三种情况的结论.然后,通过第三个“思考”,先运用得到的结论解决“ $(-3) \times$ 正数”

[1] 这里实际上是用有理数乘法法则，将有理数运算化归为正数与正数的运算。

[2] 一般地，有 $a \times (-1) = -a$ ；反过来，也有 $-a = a \times (-1)$ 。

又如， $(-7) \times 4$ ，.....
 $(-7) \times 4 = -(\quad)$ ，.....
 $7 \times 4 = 28$ ，.....

所以 $(-7) \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 也就是，有理数相乘，可以先确定积的符号，再确定积的绝对值。^[1]

例1 计算：

(1) $(-3) \times 9$ ； (2) $8 \times (-1)$ ； (3) $(-\frac{1}{2}) \times (-2)$ 。

解：(1) $(-3) \times 9 = -27$ ；

(2) $8 \times (-1) = -8$ ；

(3) $(-\frac{1}{2}) \times (-2) = 1$ 。

要得到一个数的相反数，只要将它乘 -1 。^[2]

例1 (3) 中， $(-\frac{1}{2}) \times (-2) = 1$ ，我们说 $-\frac{1}{2}$ 和 -2 互为倒数。一般地，在有理数中仍然有：

乘积是1的两个数互为倒数。

例2 用正负数表示气温的变化量，上升为正，下降为负。登山队攀登一座山峰，每登高1 km气温的变化量为 -6 °C，攀登3 km后，气温有什么变化？

解： $(-6) \times 3 = -18$ 。

答：气温下降18 °C。

练习答案

- (1) -54 ；
 (2) -24 ；(3) 6 ；
 (4) 0 ；(5) $-\frac{3}{2}$ ；
 (6) $-\frac{1}{12}$ 。
- $(-5) \times 60 = -300$ ，
 即销售额减少300元。
- $1, -1, 3, -3, \frac{1}{5},$
 $-\frac{1}{5}, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2}$ 。

练习

1. 计算：

(1) $6 \times (-9)$ ； (2) $(-4) \times 6$ ； (3) $(-4) \times (-11)$ ；

(4) $(-4) \times 6$ ； (5) $\frac{2}{3} \times (-\frac{3}{4})$ ； (6) $(-\frac{1}{3}) \times \frac{1}{4}$ 。

2. 商店降价出售某种商品，每件降3元，售出30件后，与按原件销售同样数量的商品相比，销售量有什么变化？

3. 写出下列各数的倒数：

$1, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 2, -2, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}$ 。

的问题，得出规律后，再解决“ $(-3) \times$ 负数”的问题，并进一步归纳出“负数 \times 负数”的运算结果。

至于两个数相乘，一个数是0的情况，参照正数与0相乘的结果，可以规定负数与0相乘也得0。

综合上述讨论的各种情况，就可以给出有理数乘法法则了。

4. 对于有理数乘法法则，本学段最重要的是要落实到按照法则进行乘法运算上，对法则的

合理性的理解，不要提过高的要求。

5. 有理数运算与以前学过的运算的一个重要区别就是多了一个符号问题。有理数乘法的符号问题比有理数加法要简单一些，只要记住同号得正，异号得负就可以了。具体运算时，先确定有多少个乘数是负的，再给出积的符号，而积的绝对值就是各乘数的绝对值的积。

6. 在有理数范围内，倒数的定义在形式上与以前学过的倒数定义一样。这一点是结合例1

多个有理数相乘，可以把它们按顺序依次相乘。



思考

观察下列各式，它们的积是正的还是负的？^[1]

$$2 \times 3 \times 4 \times (-5),$$

$$2 \times 3 \times (-4) \times (-5),$$

$$2 \times (-3) \times (-4) \times (-5),$$

$$(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5).$$

几个不是0的数相乘，积的符号与负因数的个数之间有什么关系？^[2]



归纳

几个不是0的数相乘，负因数的个数是偶数时，积是正数；负因数的个数是奇数时，积是负数。

例3 计算：

$$(1) (-3) \times \frac{5}{6} \times (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{1}{4}),$$

$$(2) (-5) \times 6 \times (-\frac{4}{5}) \times \frac{1}{4}.$$

解：(1) $(-3) \times \frac{5}{6} \times (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{1}{4})$

$$= -3 \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = -\frac{5}{4},$$

(2) $(-5) \times 6 \times (-\frac{4}{5}) \times \frac{1}{4}$

$$= 5 \times 6 \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = 6.$$

多个不是0的数相乘，先做哪一步，再做哪一步？^[3]



思考

你能看出下式的结果吗？如果能，请说明理由。^[4]

$$7.8 \times (-8.1) \times 0 \times (-19.6).$$

几个数相乘，如果其中有因数为0，那么积等于0。

[1] 只考虑积的符号，第一、三式的积是负的，第二、四式的积是正的。

[2] 先考察上面各式中负因数的个数，再得出结论。

[3] 先确定积的符号，再把各个乘数的绝对值相乘，作为积的绝对值。

[4] 这个“思考”的用意是：一些数相乘，不管多复杂，只要其中有因数0，积都是0，是不必具体计算的。

指出的。在这里给出倒数的概念，一方面可以运用有理数的乘法法则，另一方面为介绍有理数的除法法则作准备。

如果把整数看成分母是1的分数，那么任何一个有理数（除0以外）的倒数，就是把分子和分母颠倒后所得的数。

从倒数的定义出发，因为没有个数与0相乘等于1，所以0没有倒数。

7. 两个数相乘的练习是基础，熟练之后，

多个数相乘的问题也就迎刃而解了。

几个不等于0的数相乘，积的符号由负因数的个数决定。教学时可以让学生通过具体运算，自己总结规律。

多个数相乘，有一个数是0时，不必计算就可得出结果为0。提出这个问题的用意主要是提醒学生在运算时要注意观察算式，要先看清题目再计算。这是一个培养良好运算习惯的机会。

8. 数学中，定义了一种运算，就要研究它的

练习答案

1. (1) 24;
 (2) -120; (3) 16;
 (4) 81.
 2. (1) -70;
 (2) $\frac{2}{27}$; (3) 0.

[1] 这句话的意图是：第一，运算律是在规定运算法则后得出的“运算规律”；第二，在小学阶段得到的运算律在有理数乘法中保持不变。

练习

1. 计算：

(1) $(-2) \times 3 \times 4 \times (-1)$ (2) $(-5) \times (-2) \times 4 \times (-2)$
 (3) $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$ (4) $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

2. 填空：

(1) $(-3) \times 4 \times (-7) \times (-9.25)$
 (2) $(-\frac{1}{12}) \times \frac{8}{15} \times \frac{1}{2} \times (-\frac{3}{4})$
 (3) $(-1) \times (-\frac{1}{4}) \times \frac{8}{15} \times \frac{1}{2} \times (-\frac{3}{4}) \times 0 \times (-1)$

像前面那样规定有理数乘法法则后，就可以使交换律、结合律与分配律在有理数乘法中仍然成立。[1]

例如，
 $5 \times (-6) = -30,$
 $(-6) \times 5 = -30.$

即
 $5 \times (-6) = (-6) \times 5.$

一般地，在有理数乘法中，两个数相乘，交换因数的位置，积相等。

乘法交换律： $ab=ba.$

又如，
 $[3 \times (-4)] \times (-5) = (-12) \times (-5) = 60,$
 $3 \times [(-4) \times (-5)] = 3 \times 20 = 60.$

即
 $[3 \times (-4)] \times (-5) = 3 \times [(-4) \times (-5)].$

一般地，在有理数乘法中，三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积相等。

乘法结合律： $(ab)c=a(bc).$

④

$a \times b$ 也可以写为 $a \cdot b$ 或 ab 。在字母表示乘数时，“ \times ”号可以写为“ \cdot ”或省略。

32 第七章 有理数

运算律。因此，规定了乘法运算法则后，接着就要研究乘法的运算律。教科书仍然采用从具体到抽象的方法给出运算律。

教学时，可类比加法运算律的学习过程，让学生先复习以前学过的乘法运算律，然后通过一些包含负数的简单例子，说明这些运算律在有理数乘法中仍然适用。乘法运算律是用字母表示的，要提醒学生注意，这些字母可以取任意的有理数，这也是培养学生的符号意识、抽象思想的机会。

同加法运算律一样，要说明式中的字母可以表示正数，也可以表示负数或0。

9. 乘法的运算律与加法运算律类似，可以推广到多个有理数相乘的情况：

三个以上有理数相乘，可以任意交换因数的位置，或者先把其中的几个因数相乘。

例如， $abcd=d(ac)b.$

一个数同几个数的和相乘，等于把这个数分别同这几个数相乘，再把积相加。例如，

再加，

$$5 \times [3 + (-7)] = 5 \times (-4) = -20.$$

$$5 \times 3 + 5 \times (-7) = 15 - 35 = -20.$$

即

$$5 \times [3 + (-7)] = 5 \times 3 + 5 \times (-7).$$

一般地，有理数乘法中，一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加。

$$\text{分配律: } a(b+c) = ab+ac.$$

运算律在运算中有重要作用，它是解决许多数学问题的基础。

例4 用两种方法计算 $(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}) \times 12$.

$$\text{解法 1: } (\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}) \times 12$$

$$= (\frac{3}{12} + \frac{2}{12} - \frac{6}{12}) \times 12$$

$$= -\frac{1}{12} \times 12 = -1.$$

$$\text{解法 2: } (\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}) \times 12$$

$$= \frac{1}{4} \times 12 + \frac{1}{6} \times 12 - \frac{1}{2} \times 12 \quad [1]$$

$$= 3 + 2 - 6 = -1.$$



思考

比较上面两种解法，它们在运算顺序上有什么区别？解法2用了什么运算律？哪种解法运算量小？^[2]

练习

计算，

$$(1) (-85) \times (-25) \times (-4);$$

$$(2) (\frac{2}{10} - \frac{1}{15}) \times 30;$$

$$(3) (-\frac{7}{8}) \times 15 \times (-1\frac{1}{7});$$

$$(4) (-\frac{4}{5}) \times (-\frac{2}{3}) + (-\frac{4}{5}) \times (+\frac{17}{3}).$$

第七章 有理数 33

$$a(b+c+d) = ab+ac+ad.$$

10. 加法与乘法共有 5 条运算律. 在这一章, 运算律主要用于简化运算. 在整个代数内容的学习中, 运算律都占有重要地位. 例如, 整式加减法, 就是根据加法交换律与加法结合律把同类项结合在一起, 而同类项合并的根据就是分配律. 所以, 要重视运算律的教学, 为将来的学习打好基础.

11. 教科书在直接提出如何进行含负数的除

[1] 这里使用了前一节所讲的“和”的概念.

[2] 解法 1 先做加法运算, 再做乘法运算. 解法 2 先做乘法运算, 再做加法运算. 解法 2 用了分配律. 解法 2 的运算量小, 因为解法 1 先要计算三个分数的和.



练习答案

(1) $-8\ 500$;

(2) 25 ;

(3) 15 ;

(4) -6 .

法后, 先根据除法是乘法的逆运算, 通过具体例子分析出有理数的除法运算结果; 然后与有理数的乘法进行比较, 从中得到启发, 发现有理数的除法可以利用乘法进行; 在上述基础上再给出有理数除法法则, 并根据除法可以化成乘法, 进一步给出了与乘法类似的法则.

12. 有理数除法的意义与以前学过的除法意义一样, 是数学上的一种规定. 教科书上没有单独强调有理数除法的意义, 只是将以前学过的除

[1] 以前学过的除法的意义是：除法是已知两个因数的积与其中一个因数，求另一个因数的运算。

[2] 为了有利于学生接受，也为了从中归纳出运算法则，这里提出换其他数试试。教学时可让学生自己举例，并模仿教科书的方法进行说明。

[3] 规定 0 不能作除数，可以这样说明：

根据除法的定义，如果 $bc=a$ ，那么 $a \div b=c$ 。如果 $b=0$ ，那么：

① 当 $a \neq 0$ 时，由于任何数乘 0 都等于 0，不可能等于非 0 数，所以 $a \div 0$ 的商不存在；

② 当 $a=0$ 时， $bc=a$ 就是 $0 \times c=0$ ，因为任何数乘 0 都等于 0，所以这时 c 可以取任意值。

数学中，为了保证除法的结果存在而且唯一，所以规定 0 不能作除数。

上述理由只要教师心中有数就可以了，不必在课堂上讲授。如果有好奇心强的学生提问，可以参考上述说法进行解释。

7.4.2 有理数的除法

怎样计算 $8 \div (-4)$ 呢？

根据除法是乘法的逆运算，就是要求一个数，使它与 -4 相乘得 8。 [1]

因为 $(-2) \times (-4) = 8$ ，

所以 $8 \div (-4) = -2$ 。 ①

另一方面，我们有

$$8 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -2 \quad ②$$

于是有

$$8 \div (-4) = 8 \times \left(-\frac{1}{4}\right) \quad ③$$

③式表明，一个数除以 -4 可以转化为乘 $-\frac{1}{4}$ 来

进行，即一个数除以 -4 ，等于乘 -4 的倒数 $-\frac{1}{4}$ 。

对其他数的除法进行类似讨论，是否仍有除法 $a \div b (a \neq 0)$ 可以转化为乘 $\frac{1}{b}$ [2]

与小学学过的除法一样，对于有理数除法，我们有如下法则：

除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数。

这个法则也可以表示成

$$a \div b = a \cdot \frac{1}{b} \quad (b \neq 0) \quad [3]$$

从有理数除法法则，容易得出：

两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除。0 除以任何一个不等于 0 的数，都得 0。

这是有理数除法法则的另一种说法。

例 5 计算：

$$(1) (-36) \div 9, \quad (2) \left(-\frac{12}{25}\right) \div \left(-\frac{3}{5}\right).$$

解：(1) $(-36) \div 9 = -(36 \div 9) = -4$ ；

$$(2) \left(-\frac{12}{25}\right) \div \left(-\frac{3}{5}\right) = \left(-\frac{12}{25}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{4}{5}.$$

法的意义直接用上了，只要学生接受就可以了。

13. 教科书中先给出了“除以一个数等于乘这个数的倒数”这一形式的除法法则，说明乘法与除法的关系，并用

$$a \div b = a \cdot \frac{1}{b} \quad (b \neq 0)$$

简明地表示出这个关系。

考虑到具体运算的不同情况，教科书又从除法可以化成乘法，给出与乘法类似的法则，以便

于学生根据具体情况灵活选用。

一般来说，能整除的情况下，往往采用法则的后一种形式，在确定符号后，直接除。在不能整除的情况下，则往往将除数换成倒数，转化为乘法。

14. 关于 0 不能做除数的问题，因为学生现阶段还不容易理解其中的道理，所以让学生结合以前的知识接受就可以了，不必具体讲述理由。

15. 在学完有理数加减乘除运算，学生的笔

练习

计算:

(1) $(-18) \div 6$;

(2) $(-45) \div (-7)$;

(3) $1 \div (-9)$;

(4) $0 \div (-8)$;

(5) $(-4.2) \div 0.12$;

(6) $(-\frac{4}{3}) \div (-\frac{2}{3})$.

例6 化简下列分数:

(1) $\frac{-12}{3}$;

(2) $\frac{-45}{-12}$

解: (1) $\frac{-12}{3} = (-12) \div 3 = -4$ [1]

(2) $\frac{-45}{-12} = (-45) \div (-12) = 45 \div 12 = \frac{15}{4}$ [2]

分数可以理解为分子除以分母.

因为有理数的除法可以化为乘法, 所以可以利用乘法的运算性质简化运算. 乘除混合运算往往先将除法化成乘法, 然后确定积的符号, 最后求出结果.

例7 计算:

(1) $(-125 \frac{2}{3}) \div (-5)$;

(2) $-2.5 \div \frac{5}{8} \times (-\frac{1}{4})$.

解: (1) $(-125 \frac{2}{3}) \div (-5)$

$= (125 \frac{2}{3}) \times \frac{1}{5}$

$= 125 \times \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$ [3]

$= 25 + \frac{2}{15}$

$= 25 \frac{2}{15}$

(2) $-2.5 \div \frac{5}{8} \times (-\frac{1}{4})$

$= \frac{5}{2} \times \frac{8}{5} \times \frac{1}{4}$

$= 1$.

练习答案

(1) -3 ; (2) 9 ;

(3) $-\frac{1}{9}$; (4) 0 ;

(5) -50 ; (6) 3 .

[1] 由这个结果, 再对比

$$-\frac{12}{3} = -4,$$

可以知道

$$\frac{-12}{3} = -\frac{12}{3}.$$

[2] 由这个结果, 可以知道

$$\frac{-45}{-12} = \frac{45}{12},$$

即分子与分母都有负号时, 可将负号约去. 例6中这两个小题, 也可以直接约分, 而不一定写成 $a \div b$ 的形式.

[3] 这里运用了分配律.

算技能达到一定的熟练程度后, 教科书介绍了用计算器进行有理数加减乘除运算的方法. 这里主要是为了让学生熟悉计算器的操作方法, 教学时应让学生自己动手实践. 对于简单计算, 要坚持让学生用口算、心算, 而一些复杂运算应该利用计算器计算, 以逐步培养学生使用信息技术的能力和意识.

练习答案

1. (1) -8 ;
 (2) $\frac{2}{3}$; (3) 0 .
2. (1) $-4\frac{1}{11}$; (2) $-\frac{5}{2}$;
 (3) $-\frac{64}{15}$.

练习答案

- (1) 2 ;
 (2) -16 ;
 (3) -156 ;
 (4) -25 .

练习

1. 化简:

$$(1) \frac{-27}{3},$$

$$(2) \frac{-20}{5},$$

$$(3) \frac{-6}{-2}$$

2. 计算:

$$(1) (-26\frac{2}{11}) \div 9,$$

$$(2) (-10) \div (-5) \div (-1\frac{1}{2}),$$

$$(3) (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{3}{4}) \div (-0.25).$$

有理数的加减乘除混合运算，如无括号指出先做什么运算，则与小学所学的混合运算一样，按照“先乘除，后加减”的顺序进行。

例 8 计算:

$$(1) -8+4 \div (-2); \quad (2) (-7) \times (-5) - 90 \div (-15).$$

解: (1) $-8+4 \div (-2)$

$$= -8 + (-2)$$

$$= -10;$$

$$(2) (-7) \times (-5) - 90 \div (-15)$$

$$= 35 - (-6)$$

$$= 35 + 6$$

$$= 41.$$

练习

计算:

$$(1) 6 - (-17) \div (-3),$$

$$(2) 3 \times (-4) \div (-20) + 7;$$

$$(3) (-10) \div 4 - (-25) \times (-6);$$

$$(4) 42 \times (-\frac{2}{3}) \div (-\frac{3}{4}) \div (-0.25).$$

例 9 某公司去年 1~3 月平均每月亏损 1.5 万元，4~6 月平均每月盈利 2 万元，7~10 月平均每月盈利 1.7 万元，11~12 月平均每月亏损 2.3 万元，这个公司去年总的盈亏情况如何？

解：记盈利额为正数，亏损额为负数，公司去年全年盈亏额（单位：万元）为

$$(-1.5) \times 3 + 2 \times 3 + 1.7 \times 4 + (-2.3) \times 2 \\ = -4.5 + 6 + 6.8 - 4.6 = 3.7.$$

答：这个公司去年全年盈利 3.7 万元。

计算器是一种方便实用的计算工具，用计算器进行比较复杂的数的计算，比笔算要快捷得多。

例如，可以用计算器计算例 9 中的

$$(-1.5) \times 3 + 2 \times 3 + 1.7 \times 4 + (-2.3) \times 2.$$

如果计算器带符号键 $(-)$ ，只需按键

$$(-) 1.5 \times 3 + 2 \times 3 + 1.7 \times 4 + (-) 2.3 \times 2,$$

就可以得到答案 3.7。

不同品牌的计算器的操作方法可能有所不同，具体参见计算器的使用说明。



练习

或计算器计算。

- (1) $337 + (-154) + 26 + (-212)$; (2) $-5.13 + 4.62 + (-8.47) - (-2.3)$;
 (3) $26 \times (-41) + (-35) \times (-17)$; (4) $1.252 \div (-44) - (-356) \div (-0.196)$.

习题 7.4

复习巩固

1. 计算。

- (1) $(-8) \times (-7)$; (2) $12 \times (-3)$;
 (3) $2.9 \times (-0.8)$; (4) -30.5×0.2 ;
 (5) $100 \times (-0.001)$; (6) $-4.8 \times (-1.25)$.

2. 计算。

- (1) $\frac{1}{4} \times (-\frac{8}{9})$; (2) $(-\frac{3}{4}) \times (-\frac{3}{10})$;
 (3) $-\frac{3}{11} \times 25$; (4) $(-0.3) \times (-\frac{10}{3})$.

第七章 有理数 37

练习答案

- (1) 17;
 (2) -6.68;
 (3) -471;
 (4) -1 816.354 985.

习题 7.4

1. 第 1~3 题巩固有理数的乘法运算。

第 4, 6 题巩固有理数的除法运算。

第 5 题是 1 或 -1 与另一个数进行加减乘除运算，可以进一步总结其中的一些运算规律。

第 7 题是多个数的乘除运算，可以将除法转化为乘法再做。

第 8 题是有理数的加减乘除混合运算。

2. 第 9 题是用计算器进行有理数的加减乘除混合运算。

第 10, 11 题用有理数的乘法解决实际问题。

3. 第 12 题用式子表示有理数乘除法的符号法则。

第 13 题让学生认识一个数不一定比它的 2 倍小。

第 14 题是分配律的运用，这个内容在下一章“整式的加减”中要介绍。

3. 写出下列各数的倒数:

(1) -15 ;

(2) $-\frac{5}{9}$;

(3) -0.25 ;

(4) 0.17 ;

(5) $4\frac{1}{3}$;

(6) $-1\frac{2}{3}$.

4. 计算.

(1) $-31+13$;

(2) $-26+(-14)$;

(3) $16+(-2)$;

(4) $(-48)+(-16)$;

(5) $\frac{1}{2}+(-1)$;

(6) $-0.25+\frac{3}{8}$.

5. 填空.

$1 \times (-5) = \underline{\quad}$;

$1 + (-5) = \underline{\quad}$;

$1 + (-5) = \underline{\quad}$;

$1 - (-5) = \underline{\quad}$;

$-1 \times (-5) = \underline{\quad}$;

$-1 + (-5) = \underline{\quad}$;

$-1 + (-5) = \underline{\quad}$;

$-1 - (-5) = \underline{\quad}$.

6. 化简下列分数:

(1) $\frac{-2^3}{7}$;

(2) $\frac{3}{-2^2}$;

(3) $\frac{-3^2}{-8}$;

(4) $\frac{-4}{-5^2}$.

7. 计算.

(1) $-2 \times 3 \times (-4)$;

(2) $-4 \times (-5) \times (-7)$;

(3) $(-\frac{8}{25}) \times 1.25 \times (-4)$;

(4) $0.1 + (-0.05) + (-1)$;

(5) $(-\frac{3}{4}) \times (-1\frac{1}{2}) + (-2\frac{1}{4})$;

(6) $-6 \times (-0.25) \times \frac{11}{4}$;

(7) $(-7) \times (-36) \times 0 + (-13)$;

(8) $-9 \times (-11) + 3 + (-2)$.

综合运用

8. 计算.

(1) $23 \times (-3) - (-3) + \frac{3}{125}$;

(2) $-7 \times (-2) \times (-0.5) + (-12) \times (-2.6)$;

(3) $(1\frac{3}{4} - \frac{7}{8} - \frac{7}{12}) + (-\frac{7}{8}) + (-\frac{7}{6}) + (1\frac{3}{4} - \frac{7}{8} - \frac{7}{12})$;

(4) $-|- \frac{2}{3} | - | -\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} | - | \frac{1}{3} - \frac{1}{3} | - 1 - 3$.

9. 用计算器计算(结果保留两位小数):

(1) $(-30) \times (128 \div (-74))$;

(2) $-6.23 \div (-0.25) \times 90$;

(3) $-4.325 \times (-0.012) - 2.31 \div (-5.315)$;

(4) $180.65 - (-32) \times 47.8 \div (-15.5)$.

10. 用正数或负数填空:

(1) 小商店平均每天可获利 250 元, 一个月(按 30 天计算)的利润是_____元;

(2) 小商店每天亏损 20 元, 一周的利润是_____元;

(3) 小商店一周的利润是 1 400 元, 平均每天的利润是_____元;

(4) 小商店一周共亏损 840 元, 平均每天的利润是_____元.

11. 一架直升机从高度为 450 m 的位置开始, 先以 20 m/s 的速度上升 60 s, 后以 12 m/s 的速度下降 120 s, 这时直升机所在高度是多少?

拓广探索

12. 用“>”“<”或“=”号填空:

(1) 如果 $a < 0$, $b > 0$, 那么 $a + b$ _____ 0, $\frac{a}{b}$ _____ 0;

(2) 如果 $a > 0$, $b < 0$, 那么 $a + b$ _____ 0, $\frac{a}{b}$ _____ 0;

(3) 如果 $a < 0$, $b < 0$, 那么 $a + b$ _____ 0, $\frac{a}{b}$ _____ 0;

(4) 如果 $a = 0$, $b \neq 0$, 那么 $a + b$ _____ 0, 那么 $\frac{a}{b}$ _____ 0.

13. 计算 2×1 , $2 \times \frac{1}{2}$, $2 \times (-1)$, $2 \times (-\frac{1}{2})$.

联系这组具体的数的乘法, 你认为一个非 0 有理数一定小于它的 2 倍吗? 为什么?

14. 利用分配律可以得到 $-2 \times 6 + 3 \times 6 = (-2 + 3) \times 6$. 如果用 a 表示任意一个数, 那么利用分配律可以得到 $-2a + 3a$ 等于什么?

15. 计算 $(-6) \div 2$, $4 \div (-2)$, $(-4) \div (-2)$.

联系这组具体的数的除法, 你认为下列式子是否成立 (a, b 是有理数, $b \neq 0$)? 从它们可以总结什么规律?

(1) $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$;

(2) $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$.

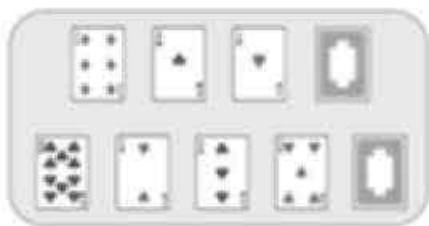
[1] 每次翻动两张牌，就是说有两张牌同时改变符号，这不能改变朝上一面的数的积是1的结果。

[2] 9张牌都反面朝上时，上面的数的积是-1。

观察与猜想

翻牌游戏中的数学道理

桌上有9张正面向上的扑克牌，每次翻动其中任意2张（包括已翻过的牌），使它们从一面朝上变为另一面朝上，这样一直做下去，你能使9张牌都反面向上吗？



你不妨动手试一试，看看会不会出现9张牌都反面向上。

事实上，不论你翻多少次，都不能使9张牌都反面向上。从这个结果，你能想到其中的数学道理吗？

如果在每张牌的正面都写1，反面都写-1，考虑所有牌朝上一面的数的积。开始9张牌都正面向上，上面的积当然是1。每次翻动2张，就是说有2张牌同时改变符号，这使所有朝上一面的数的积是1吗？这一结果吗？^[1] 9张牌都反面向上时，上面的积是什么数？^[2] 这种积数为什么不能出现？

你能解释为什么不会使9张牌都反面向上了吗？

如果桌上有任意奇数张牌，猜想结果会怎样？

观察与猜想

可以让学生实际操作一下扑克牌，获得一定感受后，再思考其中的道理。

在这个问题中，不必考虑扑克牌正面到底是什么，只需看每张牌正面向上还是反面向上。当用1，-1分别表示上述两种状态时，9张牌的整体状态就可以用这些数的乘积来反映。注意到开始时每张牌的状态都是1，因此9张牌的整体

状态对应乘积1。而每次翻动2张相当于2个数改变符号，因为“负负得正”，所以整体状态总是对应于1。由于9张牌全部反面向上对应于-1，因此无论怎样都不能使这一情况发生。

只要是奇数张牌，每次翻动2张，都不能把正面全部向上变为正面全部向下。

7.5 有理数的乘方

7.5.1 乘方

前面学了有理数的乘法，下面研究各个乘数都相同时的乘法运算。^[1]

我们知道，边长为2 cm的正方形的面积是 $2 \times 2 = 4$ (cm²)；棱长为2 cm的正方体的体积是 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (cm³)。

2×2 ， $2 \times 2 \times 2$ 都是相同因数的乘法。

为了简便，我们将它们分别记作 2^2 ， 2^3 。 2^2 读作“2的平方”（或“2的二次方”）， 2^3 读作“2的立方”（或“2的三次方”）。

同样，

$(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$ 记作 $(-2)^4$ ，读作“-2的四次方”；

$(-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3})$ 记作 $(-\frac{2}{3})^5$ ，读作“- $\frac{2}{3}$ 的五次方”。

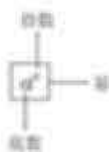
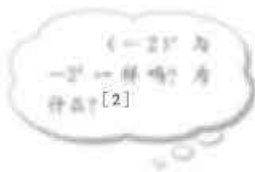
一般地， n 个相同的因数 a 相乘，即 $\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ ，记作 a^n ，读作“ a 的 n 次方”。

求 n 个相同因数的积的运算，叫做乘方。乘方的结果叫做幂（power）。在 a^n 中， a 叫做底数（base number）， n 叫做指数（exponent），当 a^n 看作 a 的 n 次方的结果时，也可读作“ a 的 n 次幂”。

例如，在 9^4 中，底数是9，指数是4， 9^4 读作“9的4次方”，或“9的4次幂”。

一个数可以看作这个数本身的一次方。例如，5就是 5^1 ，指数1通常省略不写。

因为 a^n 就是 n 个 a 相乘，所以可以利用有理数的乘法运算来进行有理数的乘方运算。



[1] 这句话指明了乘方是乘法的特殊情况，所以乘法的运算法则、运算律对乘方都适用。实际上，乘方还有自己特殊的运算律——指数律，后面将会学到。

[2] 负数的乘方，在书写时一定要把整个负数（连同负号）用小括号括起来。这里， $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$ 记作 $(-2)^4$ ； $-(2 \times 2 \times 2 \times 2)$ 记作 -2^4 。

$(-2)^4$ 与 -2^4 是不相同的。

[3] 这种 n 个相同的因数运算的表示，学生不熟悉，特别是对“...”的意义，应当在教学中加以解释。这里符号“...”再加上“ n 个”的标示，整体表示“ n 个 a 相乘”。

1. 本节主要内容是有理数的乘方运算。教科书采用从具体到抽象的方法，引导学生理解有理数乘方的意义，通过例题和练习使学生熟练乘方运算，然后安排了有理数的混合运算，在进一步熟练各种有理数运算的同时，对前面所学的运算作一小结。然后，为了便于表示较大的数，教科书介绍了科学记数法。最后，鉴于实际计算时，常遇到近似数，教科书介绍了近似数的概念和简单应用。

2. 教科书首先明确了研究各个乘数都相同时的乘法运算的任务，然后结合计算正方形面积和正方体体积的实例，将相同因数的范围扩充到负有理数，再给出乘方的概念。教学时应通过实例让学生熟悉这一扩充过程。

3. 教科书在给出乘方定义的同时，还明确了幂、底数、指数这几个概念的意义。在教学时，应结合书中的示意图，讲清这几个概念的意义及相互关系。应当注意，乘方是一种运算，幂

[1] 依次填：奇，负；
偶，正

例1 计算：

(1) $(-4)^3$ ； (2) $(-2)^4$ ； (3) $(-\frac{2}{3})^3$ 。

解：(1) $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$ ；

(2) $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$ ；

(3) $(-\frac{2}{3})^3 = (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) = -\frac{8}{27}$ 。

思考

从例1，你发现负数的幂的正负有什么规律？[1]

当指数是____数时，负数的幂是____数；

当指数是____数时，负数的幂是____数。

根据有理数的乘法法则可以得出：

负数的奇次幂是负数，负数的偶次幂是正数。

显然，正数的任何次幂都是正数，0的任何正整数次幂都是0。

例2 用计算器计算 $(-8)^5$ 和 $(-3)^6$ 。

解：用带符号键 $(-)$ 的计算器。

$(-)$ 8 $^{\wedge}$ 5 $=$

显示： $(-8)^5$

-32768 。

$(-)$ 3 $^{\wedge}$ 6 $=$

显示： $(-3)^6$

729 。

所以 $(-8)^5 = -32\ 768$ ， $(-3)^6 = 729$ 。



练习

1. (1) $(-7)^8$ 中，底数、指数各是什么？

(2) $(-10)^8$ 中 -10 叫做什么数？ 8 叫做什么数？ $(-10)^8$ 是正数还是负数？

2. 计算：

(1) $(-1)^5$ ； (2) $(-1)^7$ ； (3) 2^3 ； (4) $(-2)^3$ 。

练习答案

- (1) $(-7)^8$ 中，底数是 -7 ，指数是 8 ；
(2) $(-10)^8$ 中 -10 叫做底数， 8 叫做指数， $(-10)^8$ 是正数。
- (1) 1 ；(2) -1 ；
(3) 512 ；(4) -125 ；
(5) 0.001 ；(6) $\frac{1}{16}$ ；
(7) $10\ 000$ ；
(8) $-100\ 000$ 。

是乘方运算的结果。下面给出六种运算及其结果的一览表，其中开方运算以后学。

运算	加	减	乘	除	乘方	开方
运算结果	和	差	积	商	幂	方根

4. 一个数可以看作这个数本身的一次方，这可以从下面的角度去理解：指数就是指相同的因数的个数，指数是 1 ，就是指只有一个因数。当然，只有一个因数就无所谓相同了，这实际上

是一种规定。这种规定可以给以后叙述问题带来方便，如整式的次数、指数概念的推广等。

5. 本节所讲的乘方是利用乘法来定义的。因此，可以参照乘法运算的方法进行乘方运算。

由有理数乘法的符号法则，很容易得出有理数乘方的符号规律。

由有理数乘法可直接得 0 的正整数次幂是 0 。

6. 有理数的运算是数学中许多其他运算的基础，培养学生正确迅速的运算能力，是数学教

(5) $8 \cdot 1^4$; (6) $(-\frac{1}{2})^4$; (7) $(-18)^2$; (8) $(-10)^3$.

2. 两数相乘得 1;

(1) $(-1)^2$; (2) 16^2 ; (3) $8 \cdot 4^2$; (4) $(-5 \cdot 6)^2$.

做有理数的混合运算时，应注意以下运算顺序^[1]：

1. 先乘方，再乘除，最后加减；
2. 同级运算，从左到右进行；
3. 如有括号，先做括号内的运算，按小括号、中括号、大括号依次进行。

例 3 计算：

(1) $2 \times (-3)^2 - 4 \times (-3) + 15$;

(2) $(-2)^3 + (-3) \times [(-4)^2 + 2] - (-3)^2 \div (-2)$.

解：(1) 原式 $= 2 \times (-27) - (-12) + 15$
 $= -54 + 12 + 15$
 $= -27$;

(2) 原式 $= -8 + (-3) \times (16 + 2) - 9 \div (-2)$
 $= -8 + (-3) \times 18 - (-4.5)$
 $= -8 - 54 + 4.5$
 $= -57.5$.

例 4 观察下面三行数：

-2, 4, -8, 16, -32, 64, ... ①

0, 6, -6, 18, -30, 66, ... ②

-1, 2, -4, 8, -16, 32, ... ③

- (1) 第①行数按什么规律排列？
- (2) 第②③行数与第①行数分别有什么关系？
- (3) 取每行数的第 10 个数，计算这三个数的和。

分析：观察①，发现各数均为 2 的倍数，联系数的乘方，从符号和绝对值两方面考虑，可发现排列的规律。

解：(1) 第①行数是

$$-2, (-2)^2, (-2)^3, (-2)^4, \dots$$

(2) 对比①②两行中位置对应的数，可以发现：

练习答案

3. (1) 1 771 561;
- (2) 268 435 456;
- (3) 592. 704;
- (4) -175. 616.

[1] 以前学过四则运算的顺序，即“先乘除，后加减”。前两个学段中虽然出现了平方与立方运算，例如，在运用圆面积公式时，就包含了乘与乘方的运算顺序问题，但那时的要求不高，未单独讲述。其中，“同级运算”是指“加和减”“乘和除”“乘方和开方”三级。

学的重要目标之一。从有理数的混合运算来说，它同时也是对本章主要内容的一个概括，抓好这部分内容的教学，也能起到复习全章的作用。

7. 混合运算的内容涵盖了本章的主要内容。所以，教科书对这部分内容的位置及与其他内容的关系，是统筹考虑的。在前面逐步介绍加、减、乘、除运算时，就逐步加入了混合运算的内容，从加减混合到加减乘混合，从而为这里进行有理数的混合运算奠定了较好的基础。

8. 在基本掌握了加、减、乘、除、乘方这几种运算后，学习混合运算，主要难点就是运算顺序的问题。

通常把六种基本的代数运算分成三级。加与减是第一级运算，乘与除是第二级运算，乘方与开方是第三级运算。运算顺序的规定是：先算高级运算，再算低一级的运算；同级运算在一起，按从左到右的顺序运算；如果有括号，先做小括号内的运算，再做中括号内的运算，最后做大括

[1] 关键是确定第一行的第 10 个数是几. 这可以由第一行数的排列规律得出.

练习答案

- (1) 0;
 (2) $-125\frac{3}{16}$;
 (3) $-\frac{2}{25}$;
 (4) 9 992.

[2] 对于四位以上的数, 从个位开始, 每三位数之间要留空. 对于多位小数, 则从十分位开始, 每三位数之间要留空.

第②行数是第①行相应的数加 2, 即

$$-2+2, (-2)^2+2, (-2)^3+2, (-2)^4+2, \dots$$

对比①②两行中位置对应的数, 可以发现:

第③行数是第①行相应的数的 0.5 倍, 即

$$-2 \times 0.5, (-2)^2 \times 0.5, (-2)^3 \times 0.5, (-2)^4 \times 0.5, \dots$$

(3) 每行数中的第 10 个数的和是 [1]

$$\begin{aligned} & (-2)^n + [(-2)^n + 2] + (-2)^n \times 0.5 \\ & \Rightarrow 1\ 024 + (1\ 024 + 2) + 1\ 024 \times 0.5 \\ & \Rightarrow 1\ 024 + 1\ 026 + 512 \\ & \Rightarrow 2\ 562. \end{aligned}$$

练习

计算:

(1) $(-1)^6 \times 2 + (-2)^3 + 4$; (2) $(-5)^2 - 3 \times (-\frac{1}{2})^2$;

(3) $\frac{1}{2} \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) \times \frac{1}{11} + \frac{1}{3}$; (4) $(-10)^3 + [(-4)^2 - 13 + 2^3] \times 2$.

7.5.2 科学记数法

现实中, 我们会遇到一些比较大的数, 例如, 太阳的半径, 光的速度, 目前世界人口 (图 1.5-1) 等. 读, 写这样大的数有一定困难.



图 1.5-1

观察 10 的乘方有如下的特点:

$$10^2 = 100, 10^3 = 1\ 000, 10^4 = 10\ 000, \dots$$

一般地, 10 的 n 次幂等于 $10 \dots 0$ (在 1 的后面有 n 个 0), 所以可以利用 10 的乘方表示一些大数, 例如

号内的运算.

9. 教学时, 要注意结合学生平时练习中出现的的问题, 及时纠正学生在运算顺序上出现的错误. 由于学生对乘方运算不够熟悉, 因此加入乘方运算后, 更容易出错, 需要教师有意识地进行引导.

10. 在进行混合运算的教学时, 可以适当让学生采取多种算法来检验自己的运算结果的正确性. 对于比较复杂的运算, 也可以让学生用计算器进行验证.

11. 在科学记数法的教学, 应该先引导学生观察 10 的正整数次幂的特点, 让学生自己总结后再给出利用 10 的正整数次幂表示绝对值较大的数的方法.

12. 用科学记数法表示绝对值较大的数, 关键是写出 10 的指数. 教科书通过让学生观察, 思考得出整数的位数与 10 的指数的关系.

13. 教科书以实例为基础介绍近似数, 进而介绍精确度.

$$567\ 000\ 000 = 5.67 \times 100\ 000\ 000 = 5.67 \times 10^8,$$

读作“5.67 乘 10 的 8 次方 (幂)”。

这样不仅可以使书写简短,同时还便于读数。

像上面这样,把一个大于 10 的数表示成 $a \times 10^n$ 的形式(其中 a 大于或等于 1 且小于 10, n 是正整数),使用的是科学记数法。^[1]

对于小于 -10 的数也可以类似表示,例如

$$-567\ 000\ 000 = -5.67 \times 10^8.$$

例 5 用科学记数法表示下列各数:

$$1\ 000\ 000, 57\ 000\ 000, -123\ 000\ 000\ 000.$$

解: $1\ 000\ 000 = 10^6,$

$$57\ 000\ 000 = 5.7 \times 10^7,$$

$$-123\ 000\ 000\ 000 = -1.23 \times 10^{11}.$$



思考

上面的式子中,等号左边整数的位数与右边 10 的指数有什么关系?^[2]

用科学记数法表示一个 n 位整数,其中 10 的指数是_____。^[3]

练习

1. 用科学记数法写出下列各数。

$$10\ 000, 800\ 000, 56\ 000\ 000, -7\ 400\ 000.$$

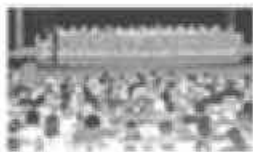
2. 下列用科学记数法写出的数,原来分别是什么数?

$$1 \times 10^7, 4 \times 10^8, 8.5 \times 10^9, 7.04 \times 10^5, -3.96 \times 10^7.$$

3. 中国的陆地面积为 $9\ 600\ 000\ \text{km}^2$, 领水面积为 $270\ 000\ \text{km}^2$, 用科学记数法表示上述两个数字。

7.5.3 近似数

先看一个例子。对于参加同一个会议的人数,有两个报道,一个报道说:“会议秘书处宣布,参加今天会议的有 513 人。”这里数字 513 确切地反映了实际人数,它是一个准确数。另一报道说:



第七章 有理数 45

[1] 科学记数法还有另一种形式,即将小于 1 的正数表示成 $a \times 10^n$, 其中 n 是负整数,将在以后的学习中介绍。另外,用科学记数法表示一个负数时,先写出它的相反数的形式,再添加负号就可以了。所以,重点是会正数的科学记数法。

[2] 右边 10 的指数等于左边整数的位数减 1。

[3] 应填: $n-1$ 。



练习答案

- $10^4, 8 \times 10^5, 5.6 \times 10^7, -7.4 \times 10^6.$
- $10\ 000\ 000, 4\ 000, 8\ 500\ 000, 704\ 000, -39\ 600.$
- $9.6 \times 10^6, 3.7 \times 10^5.$

14. 以前学过在实际运算时,可以根据需要,用“四舍五入法”保留一定的小数位数,求出近似值。由以前学过的这些知识,在讲法上略提高一些,就是现在所讲的精确到某位数的问题了。

15. 一般来说,把一个数精确到哪一位,可以表示出误差绝对值的大小。例如,在测量长度时,精确到 0.1 m,说明结果与实际数相差不大于 0.05 m。

[1] 前两个学段没有讲精确度，一般是在除法运算时，如果除不尽，根据需要按四舍五入法取近似值，具体要求是保留整数，保留一位小数，保留两位小数等。

[2] 1.8 与 1.80 的精确度不同，表示近似数时，不能简单地把 1.80 后面的 0 去掉。

“约有五百人参加了今天的会议。”五百这个数只是接近实际人数，但与实际人数还有差别，它是一个近似数 (approximate number)。

在许多情况下，很难取得准确数，或者不必使用准确数，而可以使用近似数。例如，宇宙现在的年龄约为 200 亿年，长江长约 6 300 km，圆周率 π 约为 3.14，这里的数都是近似数。

近似数与准确数的接近程度，可以用精确度表示。^[1]例如，前面的五百是精确到百位的近似数，它与准确数 543 的误差为 13。

按四舍五入法对圆周率 π 取近似数时，有

$\pi \approx 3$ (精确到个位)，

$\pi \approx 3.1$ (精确到 0.1，或叫做精确到十分位)，

$\pi \approx 3.14$ (精确到 0.01，或叫做精确到百分位)，

$\pi \approx 3.142$ (精确到_____，或叫做精确到_____)，

$\pi \approx 3.141 6$ (精确到_____，或叫做精确到_____)，

.....

例 6 按括号内的要求，用四舍五入法对下列各数取近似数：

(1) 0.015 8 (精确到 0.001)；

(2) 304.35 (精确到个位)；

(3) 1.804 (精确到 0.1)；

(4) 1.804 (精确到 0.01)。

解：(1) $0.015 8 \approx 0.016$ ；

(2) $304.35 \approx 304$ ；

(3) $1.804 \approx 1.8$ ；

(4) $1.804 \approx 1.80$ 。

这里的 1.8 和 1.80 的精确度相同吗？表示近似数时，能简单地把 1.80 后面的 0 去掉吗？^[2]

练习答案

- (1) 0.003 6；
- (2) 61；
- (3) 1.894；
- (4) 0.1。

练习

用四舍五入法对下列各数取近似数：

(1) 0.003 56 (精确到万分位)；

(2) 61.235 (精确到个位)；

(3) 1.893 5 (精确到 0.001)；

(4) 0.057 1 (精确到 0.1)。

习题 7.5

复习巩固

1. 计算:

(1) $(-2)^4$;

(2) $(-2)^5$;

(3) $(-1.2)^3$;

(4) $(-\frac{1}{3})^4$;

(5) $-(-2)^3$;

(6) $(-2)^3 \times (-3)^2$;

2. 用计算器计算:

(1) $(-12)^3$;

(2) 10^5 ;

(3) 7.12^3 ;

(4) $(-45.7)^3$;

3. 计算:

(1) $(-1)^{200} \times 5 + (-2)^3 + 4$;

(2) $(-1)^3 - 3 \times (-\frac{1}{2})^4$;

(3) $\frac{7}{8} \times (\frac{1}{8} - \frac{1}{2}) \times \frac{3}{11} + \frac{3}{2}$;

(4) $(-10)^2 + [(-4)^3 - (1-3^2) \times 2]$;

(5) $-2^3 + \frac{1}{3} \times (-\frac{2}{3})^4$;

(6) $4 + (-2)^3 \times 3 - (-0.28)^3 \div 4$;

4. 用科学记数法表示了列各数:

(1) 235 000 000;

(2) 188 520 000;

(3) 701 000 000 000;

(4) -28 000 000;

5. 下列用科学记数法表示的数, 原来各是什么数?

3×10^7 , 1.3×10^5 , 5.03×10^2 , 2.004×10^3 , -1.96×10^4 .

6. 用四舍五入法对下列各数取近似数:

(1) 0.002 56 (精确到 0.001);

(2) 566.323 5 (精确到个位);

(3) 3.895 3 (精确到 0.01);

(4) 0.057 1 (精确到千分位).

综合运用

7. 平方等于 9 的数是什么? 立方等于 27 的数是什么?^[1]

8. 一个长方体的长、宽都是 a , 高是 h , 它的体积和表面积怎样计算? 当 $a=2$ cm, $h=5$ cm 时, 它的体积和表面积是多少?

第七章 有理数 47

[1] 一般地, 平方得正数的数有两个, 没有平方得负数的有理数, 这点与一个数的绝对值的情况类似.



习题 7.5

1. 第 1, 2 题巩固有理数的乘方运算.

第 3 题是有理数的混合运算.

第 4, 5 题用到科学记数法.

第 6 题用到近似数的概念.

2. 第 7 题是知道指数与幂求底数.

第 8~10 题是用所学知识解决实际问题.

3. 第 11 题是让学生观察底数的小数点变化

与幂的小数点的相应变化有什么关系.

第 12 题让学生观察负数的平方、立方的一些结果.

9. 地球绕太阳公转的速度约是 1.1×10^8 km/h, 声音在空气中的传播速度约是 340 m/s, 试比较两个速度的大小.

10. 一天有 64×10^4 s, 一年按 365 天计算, 一年有多少秒 (用科学记数法表示)?

拓广探索

11. (1) 计算 $0.1^2, 1^2, 10^2, 100^2$, 观察这些结果, 底数的小数点向左 (右) 移动一位时, 平方数小数点有什么移动规律?

(2) 计算 $0.1^3, 1^3, 10^3, 100^3$, 观察这些结果, 底数的小数点向左 (右) 移动一位时, 立方数小数点有什么移动规律?

(3) 计算 $0.1^4, 1^4, 10^4, 100^4$, 观察这些结果, 底数的小数点向左 (右) 移动一位时, 四次方数小数点有什么移动规律?

12. 计算 $(-2)^2, 2^2, (-2)^3, 2^3$, 联系这些具体的数的求方, 你认为当 $a < 0$ 时下列各式是否成立?

(1) $a^2 > 0$;

(2) $a^3 = (-a)^3$;

(3) $a^2 = -a^2$;

(4) $a^3 = -a^3$.

数学活动

活动1

帮助家庭记录一个月(或一周)的生活收支账目,收入记为正数,支出记为负数,计算当月(周)的总收入、总支出、总结余以及每日平均支出等数据.

妥善保存账目,作为日后家庭理财的参考资料.

活动2

熟悉你所用的计算器有关有理数运算的功能和操作方法,对于包含乘方、乘除与加减运算的算式,考虑怎样操作计算器最简便,实行这样的操作,并与同学进行交流.

活动3

收集现实生活中你认为非常大的数据的实例,非科学记数法和近似数等在实际中的应用.

第七章 有理数 49

1. 活动1可让学生关心家庭生活,通过有关数据的计算,为家庭理财出谋划策.这一活动应该作为“长作业”.

活动2让学生用计算器去操作,探索简便的操作方法.

活动3中的实例可从报刊、图书、网络等收集,并考察科学记数法和近似数在其中的应用.

2. 由于“数学活动”是为了帮助学生积累数学活动经验,因此要注意让学生经历相对完整

的活动过程,这一点已经在“总体设计”中说明.实际上,这也是整套书的教学中都要注意的问题.

[1] 这一段指出了数的范围扩充到有理数的好处,包括数学外部的和内部的。

[2] 这一段总结了有理数的一般表示形式,是从正、反两个方面阐述的,即“有理数都可以写成 $\frac{p}{q}$ (p, q 是整数, $q \neq 0$)”和“形如 $\frac{p}{q}$ (p, q 是整数, $q \neq 0$)的数都是有理数”。

[3] 这一段阐述了有理数及其运算中蕴含的数学思想方法。

[4] 这一段阐述了运算律的地位和作用。

[5] 下面的5个问题,给出了复习本章内容的主要线索。教学时可以先让学生自己带着问题先复习,并写出要点,然后再全班交流,老师补充、完善。要重视让学生举例说明。

小结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

本章我们认识了负数,使数的范围扩充到有理数。引入负数不仅可以表示具有相反意义的量,而且还扩展了减法运算的范围,由此,类似于 $x+2=1$ 的方程就可以解了。[1]

我们知道,有理数是整数与分数的统称。由于整数可以看成是分母为1的分数,因此有理数可以写成 $\frac{p}{q}$ (p, q 是整数, $q \neq 0$)的形式;另一方面,形如 $\frac{p}{q}$ (p, q 是整数, $q \neq 0$)的数都是有理数,所以,有理数可用 $\frac{p}{q}$ (p, q 是整数, $q \neq 0$)表示。[2]

本章我们研究了有理数的加、减、乘、除和乘方运算。实际上,与负数有关的运算,我们都借助绝对值,将它们转化为正数之间的运算。数轴不仅能直观表示数,而且还能帮助我们理解数的运算。在运算的过程中,数形结合,转化是很重要的思想方法。[3]

我们从具体数的加法和乘法中,归纳出了交换律、结合律和分配律等运算律。运算律不仅给数的运算带来方便,而且还是今后研究代数问题(如解方程、不等式等)的基础。[4]

请你带着下面的问题,复习一下本章的内容吧。[5]

1. 你能举出一些实例,说明正数、负数在表示相反意义的量时的作用吗?
2. 你能用一个图表示有理数的分类吗?引入负数后,减法中哪些原来不能进行的运算可以进行了?
3. 怎样用数轴表示有理数?数轴与普通直线有什么不同?怎样利用数轴

1. 本章的主要内容可以概括为有理数的概念与有理数的运算两部分。有理数的概念可以利用数轴来认识、理解;同时,利用数轴又可以把这些概念串在一起。有理数的运算是全章的重点,在具体运算时,要注意四个方面,一是运算法则,二是运算律,三是运算顺序,四是近似计算。

2. 本章教学主要是围绕有理数运算这个核心展开的,而对有理数的有关概念,主要是结合

运算来领会,逐步达到理解的水平。其中正数和负数、有理数、绝对值等概念,还会在今后得到逐步强化。因此,本章教学一定要重视运算技能的训练,包括养成良好的运算习惯。

3. 小结中给出了本章的主要内容、相关内容的联系以及重要的数学思想方法,即:为什么要学习“有理数”——本章主要内容(有理数的概念、表示、各种运算、运算律)及其蕴含的思想方法。同时,以“问题引导学习”的方式,围

解释一个数的绝对值和相反数?

4. 有理数的加法与减法, 乘法与除法各有什么关系? 有理数的混合运算都能转化为加法与乘法运算吗?

5. 有理数有哪些运算律? 结合例子说明运算律在有理数运算中的作用.

复习题 7

复习巩固

1. 在数轴上表示下列各数, 并从小到大列顺序用“ $<$ ”号把这些数连接起来.

$$3.5, -3.5, 0, 2, -2, -1.6, -\frac{1}{3}, 0.3$$

2. 已知 x 是整数, 并且 $-3 < x < 4$, 在数轴上表示 x 可能取的所有数值. [1]

3. 设 $a = -2$, $b = -\frac{2}{3}$, $c = 2.5$, 分别写出 a , b , c 的绝对值, 相反数和倒数.

4. 互为相反数的两数的和是多少? 互为倒数的两数的积是多少?

5. 计算.

$$(1) -150 + 250;$$

$$(2) -15 + (-23);$$

$$(3) -5 - 65;$$

$$(4) -26 - (-12);$$

$$(5) -4 \times (-16);$$

$$(6) -\frac{1}{3} \times 27;$$

$$(7) 8 + (-16);$$

$$(8) -25 + \left(-\frac{2}{3}\right);$$

$$(9) (-0.02) \times (-20) \times (-5) \times 4.5;$$

$$(10) (-6.5) \times (-2) + \left(-\frac{1}{3}\right) \div (-5);$$

$$(11) 6 + \left(-\frac{1}{3}\right) - 2 - (-1.5);$$

$$(12) -66 \div 4 - (-2.5) + (-0.3);$$

$$(13) (-2)^2 \times 3 - (-2)^2 \div 4;$$

$$(14) -(2-3) + 2^2 \times (1-3);$$

6. 用四舍五入法, 按括号内的要求, 对下列各数取近似值.

$$(1) 245.625 \text{ (精确到 } 0.1);$$

$$(2) 175.85 \text{ (精确到千分);}$$

$$(3) 12.094 \text{ (精确到百分);}$$

$$(4) 6.537 \div 8 \text{ (精确到 } 0.01);$$

7. 把下列各数用科学记数法表示.

$$(1) 100\,000\,000;$$

$$(2) -4\,500\,000;$$

$$(3) 632\,800\,000\,000.$$

8. 计算.

$$(1) -2 - |-3|;$$

$$(2) |-2 - (-3)|.$$

[1] 这种题可以帮助学生灵活掌握整数、比较有理数大小、数轴等知识. 类似的练习还有在数轴上表示绝对值小于 5 的所有整数, 在数轴上表示绝对值等于 3 的数, 等等.

绕本章主干内容提出了 5 个问题, 让学生带着问题开展复习. 由于小结是全章内容的提炼、概括, 抽象程度较高, 所以教师要加强引导.

复习题 7

1. 第 1~4 题, 从知识的前后联系性出发复习巩固有理数的有关概念. 例如, 在第 4 题中, 从运算的角度理解相反数的概念.

第 5 题是有理数的运算, 既有加减乘除基本

运算, 又有混合运算.

第 6, 7 题复习巩固取近似值的方法和科学记数法.

第 8 题巩固绝对值的概念及相关计算.

2. 第 9 题和第 11~13 题是运用有关知识解决实际问题.

3. 第 10 题复习数轴概念, 用数形结合的方法解决问题.

4. 第 14 题是让学生通过具体计算, 归纳得

[1] 在本题中，可用正数表示金属丝伸长，用负数表示金属丝缩短。

综合应用

8. 下列各数是 30 名学生的数学考试成绩。

82, 83, 78, 94, 93, 75, 74, 93, 82, 81.

先计算他们的平均成绩，然后在此基础上计算平均成绩，由此检验你的估算能力。

9. a, b 是有理数，它们在数轴上的对应点的位置如图所示，把 $a, -a, b, -b$ 按照从小到大的顺序排列，正确的是 ()。

- (A) $-b < -a < a < b$ (B) $-a < -b < a < b$
 (C) $-b < a < -a < b$ (D) $-b < b < -a < a$



(第 9 题)

11. 某次商店在一周的销售中，盈亏情况如下表 (单位为元)。

星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日	合计
-27.8	-76.3	200	128.1	-8		188	428

表中星期六的盈亏数被墨水涂污了，请你算出星期六的盈亏数，并说明星期六是盈还是亏? 盈亏是多少?

12. 当温度每上升 1°C 时，某种金属丝伸长 0.002 mm 。反之，当温度每下降 1°C 时，金属丝缩短 0.002 mm 。把 15°C 的这种金属丝加热到 60°C ，再使它冷却降温到 -5°C ，金属丝的长度经历了怎样的变化? 最后的长度比原始长度伸长多少? [1]

13. 一年之中地球与太阳之间的距离随时间而变化，1 个天文单位是地球与太阳之间的平均距离，即 $1.496 \times 10^8\text{ km}$ 。试用科学记数法表示 1 个天文单位是多少千米。

拓广探索

14. 结合具体的数的运算，归纳有关结论，然后比较下列数的大小。

- (1) 小于 1 的正数 a, a 的平方, a 的立方;
 (2) 大于 -1 的负数 b, b 的平方, b 的立方。

15. 结合具体的数，通过特例进行归纳，然后判断下列说法的对错，认为对，说明理由；认为错，举出反例。

- (1) 任何数都不等于它的相反数;
 (2) 互为相反数的两个数的同一偶数次方相等;
 (3) 如果 a 大于 b ，那么 a 的倒数小于 b 的倒数。

16. 用计算器计算下列各式，将结果写在横线上。

$1 \times 3 = \underline{\hspace{2cm}}$, $11 \times 11 = \underline{\hspace{2cm}}$,
 $111 \times 111 = \underline{\hspace{2cm}}$, $1\ 111 \times 1\ 111 = \underline{\hspace{2cm}}$,

- (1) 你发现了什么?
 (2) 不用计算器，你能直接写出 $111\ 111\ 111 \times 111\ 111\ 111$ 的结果吗?

得出结论，以锻炼学生的合情推理思维，培养抽象意识。

5. 第 15 题让学生通过举反例来否定一些结论，通过说理来说明某些结论成立，培养学生从具体事例中寻找规律、得出结论的思想方法，同时也培养抽象的意识。在第 (2) 小题中，当 n 是偶数时，互为相反数的两个数 a 与 $-a$ 的同一偶数次方都是 a^n ，所以相等。

6. 第 16 题是借助计算器，从具体数字的运

算中发现一般规律，然后再用发现的规律解决更复杂的问题。

III 习题解答

习题 7.1

1. 正数: 5, 0.56, $\frac{12}{5}$, +2;

负数: $-\frac{5}{7}$, -3, -25.8, -0.000 1, -600.

2. (1) 0.08 m 表示水面高于标准水位 0.08 m, -0.2 m 表示水面低于标准水位 0.2 m;

(2) 水面低于标准水位 0.1 m 用 -0.1 m 表示, 高于标准水位 0.23 m 用 0.23 m 表示.

3. 不对. 因为 0 既不是正数也不是负数.

4. 这个物体又移动 +5 m 表示又向前移动 5 m. 这时物体距离它两次移动前的位置是 0 m, 即回到它两次移动前的位置.

5. 平均值是 80; -0.6, 0.6, 0.8, -0.9, 0, -0.4, 0.5.

6. 氢原子中的原子核所带电荷可以用 +1 表示, 电子所带电荷可以用 -1 表示.

7. -1°C .

8. 中国、意大利的服务出口额增长了, 美国、德国、英国、日本的服务出口额减少了. 意大利的增长率最高, 日本的增长率最低.

习题 7.2

1. 正数: $\{15, 0.15, \frac{22}{5}, +20, \dots\}$; 负数: $\{-\frac{3}{8}, -30, -12.8, -60, \dots\}$.

2. 图略.

3. 1 或 -7.

4. 4, -2, 1.5, 0, $-\frac{1}{3}$, $\frac{9}{4}$. 数轴略.

5. 各数的绝对值是 125, 23, 3.5, 0, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$, 0.05. 所给各数中, -125 的绝对值最大, 0 的绝对值最小.

6. $-\frac{3}{2} < -\frac{2}{3} < -\frac{1}{2} < -0.25 < -0.15 < 0 < 0.05 < +2.3$.

7. 13.1°C , 3.8°C , 2.4°C , -4.6°C , -19.4°C .

8. 因为 $|-0.6| < |+0.7| < |-2.5| < |-3.5|$, 所以最右边的球最接近标准.

9. 所给增幅中, -9.6% 最小, 增幅为负说明人均水资源是减少的.

10. 数轴上表示 1 的点与表示 -2 和 4 的点的距离相等.

11. (1) -1 和 0 之间还有负数, 如 $-\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$ 与 0 之间还有负数, 如 $-\frac{1}{4}$.

(2) -3 和 -1 之间有负整数 -2; -2 与 2 之间有整数 -1, 0, 1.

(3) 没有比-1大的负整数.

(4) 例如, -102 , -101.5 , -101 .

12. 当 $|x|=2$ 时, x 不一定是 2 (还可以是 -2); 如果 $|x|=0$, 那么 $x=0$; 如果 $x=-x$, 那么 $x=0$.

习题 7.3

1. (1) -4 ; (2) 8 ; (3) -12 ; (4) -3 ; (5) -3.6 ; (6) $-\frac{1}{5}$; (7) $\frac{1}{15}$; (8) $-4\frac{1}{3}$.

2. (1) 3 ; (2) 0 ; (3) 1.9 ; (4) $-\frac{1}{5}$.

3. (1) -16 ; (2) 0 ; (3) 16 ; (4) 0 ; (5) -6 ; (6) 6 ; (7) -31 ; (8) 102 ; (9) -10.8 ; (10) 0.2 .

4. (1) 1 ; (2) $\frac{1}{5}$; (3) $\frac{1}{6}$; (4) $-\frac{5}{6}$; (5) $-\frac{1}{2}$; (6) $\frac{3}{4}$; (7) $-2\frac{2}{3}$; (8) -8 .

5. (1) 3.1 ; (2) $\frac{3}{4}$; (3) 8 ; (4) 0.1 ; (5) $-6\frac{3}{4}$; (6) 0 .

6. $9\ 259.43$ m.

7. -5 °C.

8. 因为 $132+(-12.5)+(-10.5)+127+(-87)+136.5+98=383.5$, 所以一周总盈利 383.5 元.

9. 因为 $1.5+(-3)+2+(-0.5)+1+(-2)+(-2)+(-2.5)=-5.5$, $25\times 8-5.5=194.5$, 所以这 8 筐白菜一共 194.5 kg.

10. 星期日的温差最大, 星期一的温差最小.

11. (1) 16 ; (2) (-3) ; (3) 18 ; (4) (-12) ; (5) (-7) ; (6) 7 .

12. (1) $(-2)+(-2)=-4$;

(2) $(-2)+(-2)+(-2)=-6$;

(3) $(-2)+(-2)+(-2)+(-2)=-8$;

(4) $(-2)+(-2)+(-2)+(-2)+(-2)=-10$.

猜想:

$(-2)\times 2=(-2)+(-2)=-4$;

$(-2)\times 3=(-2)+(-2)+(-2)=-6$;

$(-2)\times 4=(-2)+(-2)+(-2)+(-2)=-8$;

$(-2)\times 5=(-2)+(-2)+(-2)+(-2)+(-2)=-10$.

进一步猜想: 负数乘正数得负数, 积的绝对值等于两个乘数的绝对值的积.

13. 第一天, $0.3-(-0.2)=0.5$ (元); 第二天, $0.2-(-0.1)=0.3$ (元); 第三天, $0-(-0.13)=0.13$ (元). 这些差的平均值是 0.31 元.

习题 7.4

1. (1) 56 ; (2) -60 ; (3) -1.16 ; (4) -6.1 ; (5) -0.1 ; (6) 6 .

2. (1) $-\frac{2}{9}$; (2) $\frac{1}{4}$; (3) $-\frac{170}{3}$; (4) $\frac{3}{7}$.

3. (1) $-\frac{1}{15}$; (2) $-\frac{9}{5}$; (3) -4 ; (4) $\frac{100}{17}$; (5) $\frac{4}{17}$; (6) $-\frac{5}{27}$.

4. (1) -7 ; (2) 4 ; (3) $-\frac{16}{3}$; (4) 3 ; (5) $-\frac{4}{5}$; (6) $-\frac{2}{3}$.

5. -5 ; $-\frac{1}{5}$; -4 ; 6 ; 5 ; $\frac{1}{5}$; -6 ; 4 .

6. (1) -3 ; (2) $-\frac{1}{12}$; (3) $\frac{27}{4}$; (4) 20 .

7. (1) 24 ; (2) -210 ; (3) $\frac{16}{5}$; (4) 100 ; (5) $-\frac{1}{2}$; (6) $\frac{33}{28}$; (7) 0 ; (8) -11 .

8. (1) 13 ; (2) 20.7 ; (3) $-3\frac{1}{3}$; (4) $-4\frac{1}{12}$.

9. (1) 62.27 ; (2) $23\ 424.8$; (3) 0.49 ; (4) 81.97 .

10. (1) $7\ 500$; (2) -140 ; (3) 200 ; (4) -120 .

11. $450+20\times 60+(-12)\times 120=210$ (m).

12. (1) $<$, $<$; (2) $<$, $<$; (3) $>$, $>$; (4) $=$, $=$.

13. 一个非 0 有理数不一定小于它的 2 倍. 例如, -1 的 2 倍是 -2 , 而 $-1 > -2$.

14. $(-2+3)a$, 即 a .

15. (1) (2) 中的式子都成立. 由此可以总结出: 分子、分母以及分数这三者中的符号, 改变其中两个, 分数的值不变.

习题 7.5

1. (1) -27 ; (2) 16 ; (3) 2.89 ; (4) $-\frac{64}{27}$; (5) 8 ; (6) 36 .

2. (1) $429\ 981\ 696$; (2) $112\ 550\ 881$; (3) $360.944\ 128$; (4) $-95\ 443.993$.

3. (1) 9 ; (2) $-27\frac{1}{27}$; (3) $-\frac{5}{72}$; (4) -968 ; (5) -8 ; (6) -35.93 .

4. (1) 2.35×10^8 ; (2) $1.885\ 2\times 10^8$; (3) 7.01×10^{11} ; (4) -3.8×10^7 .

5. (1) $30\ 000\ 000$; (2) $1\ 300$; (3) $8\ 050\ 000$; (4) $-19\ 600$.

6. (1) $0.003\ 6$; (2) 566 ; (3) 3.90 ; (4) 0.057 .

7. 平方等于 9 的数是 3 或 -3 ; 立方等于 27 的数是 3.

8. $V=a^2b$, $S=2a^2+4ab$. 当 $a=2$ cm, $b=5$ cm 时, $V=20$ cm³, $S=48$ cm².

9. 因为 1.1×10^5 km/h $=\frac{1.1\times 10^5\times 10^3}{60\times 60}$ m/s $\approx 30\ 556$ m/s, 所以地球绕太阳公转的速度大于声

音在空气中的传播速度.

10. 一年有 $3.153\ 6\times 10^7$ s.

11. (1) $0.1^2=0.01$, $1^2=1$, $10^2=100$, $100^2=10\ 000$. 可以发现, 底数的小数点向左 (右) 移动一位时, 平方数小数点向左 (右) 移动两位.

(2) $0.1^3=0.001$, $1^3=1$, $10^3=1\ 000$, $100^3=1\ 000\ 000$. 可以发现, 底数的小数点向左(右)移动一位时, 立方数小数点向左(右)移动三位.

(3) $0.1^4=0.000\ 1$, $1^4=1$, $10^4=10\ 000$, $100^4=100\ 000\ 000$. 可以发现, 底数的小数点向左(右)移动一位时, 四次方数小数点向左(右)移动四位.

12. (1) 成立; (2) 成立; (3) 不成立; (4) 不成立.

复习题 7

1. 图略. $-3.5 < -2 < -1.6 < -\frac{1}{3} < 0 < 0.5 < 2 < 3.5$.

2. 图略.

3. $|a|=2$, $-a=2$, $\frac{1}{a}=-\frac{1}{2}$. $|b|=\frac{2}{3}$, $-b=\frac{2}{3}$, $\frac{1}{b}=-\frac{3}{2}$. $|c|=5.5$, $-c=-5.5$,

$$\frac{1}{c}=\frac{2}{11}.$$

4. 0, 1.

5. (1) 100; (2) -38; (3) -70; (4) -11; (5) 96; (6) -9; (7) $-\frac{1}{2}$; (8) $\frac{75}{2}$;

(9) -9; (10) 7.8; (11) 5.3; (12) -289; (13) 22; (14) -16.

6. (1) 245.6; (2) 176; (3) 12.00; (4) 6.54.

7. (1) 1.0×10^8 ; (2) -4.5×10^6 ; (3) 6.924×10^{11} .

8. (1) -5; (2) 1.

9. 观察这组数据, 发现在 80 附近的居多, 所以估计平均成绩约为 80. 将成绩超过 80 的部分记作正数, 不足的部分记作负数, 那么 10 个成绩对应的数分别是 2, 3, -2, -14, 15, -5, -24, 13, 2, 1. 它们的和是 $2+3+(-2)+(-14)+15+(-5)+(-24)+13+2+1=-9$, 所以平均成绩是 $\frac{10 \times 80 - 9}{10} = 79.1$.

10. C.

11. 38; 盈利; 星期六盈利 38 元.

12. 金属丝先伸长后缩短.

因为 $0.002 \times (60 - 15) + 0.002 \times (5 - 60) = 0.002 \times (-10) = -0.02$, 所以最后的长度比原长度伸长 -0.02 mm.

13. 一个天文单位 $= 1.496\ 0 \times 10^8$ km.

14. (1) $a^3 < a^2 < a$; (2) $b < b^3 < b^2$.

15. (1) 错. 0 等于它的相反数.

(2) 对. 互为相反数的两个数的同一偶数次方符号相同, 绝对值相等.

(3) 错. 2 大于 -3, 但 2 的倒数 $\frac{1}{2}$ 大于 -3 的倒数 $-\frac{1}{3}$.

16. 1; 121; 12 321; 1 234 321.

(1) 可以发现如下规律： $\underbrace{11\cdots11}_{n\text{个}}\times\underbrace{11\cdots11}_{n\text{个}}=123\cdots(n-1)n(n-1)\cdots321$.

(2) 根据上述规律，可以得到： $111\ 111\ 111\times 111\ 111\ 111=12\ 345\ 678\ 987\ 654\ 321$.

IV 教学设计案例

7.1 正数和负数（第1课时）

一、内容和内容解析

1. 内容

正数和负数的意义.

2. 内容解析

引入负数，将数的范围扩充到有理数，是解决实际问题的需要，也是为了解决数学内部的运算、解方程等问题的需要. 本节课内容是本章后续的有理数的相关概念及运算的基础.

通过实例引入正数与负数，既能让学生感受负数与现实生活的紧密联系，体会引入负数的必要性，又有助于学生了解正数和负数的意义，从而学会用正数、负数去刻画现实中具有相反意义的量. 在刻画现实问题时，通常将“上升”“增加”“盈利”等确定为正，相应地将“下降”“减少”“亏欠”等确定为负.

基于以上分析，确定本节课的教学重点是：感受引入负数的必要性；能用正数和负数表示具有相反意义的量.

二、目标和目标解析

1. 目标

(1) 体会引入负数的必要性.

(2) 了解负数的意义，会用正数、负数表示具有相反意义的量.

2. 目标解析

(1) 学生能自己举出含有相反意义的量的生活实例，说明引入负数的必要性.

(2) 学生能借助具体例子，用实际意义（如“增加”与“减少”，“收入”与“支出”等）说明负数的含义. 在含有相反意义的量的问题情境中，学生能用正数和负数来表示相应的量.

三、教学问题诊断分析

学生在前面已经学习了整数、分数（包括小数），即正有理数及0的知识，对负数的意义也有初步的了解，还会用负数表示日常生活中的一些量，但他们对负数意义的了解非常有限. 在一些比较复杂的实际问题中，需要针对问题的具体特点规定正、负，特别是要用正数与负数描述向指定方向变化的现象（如“负增长”）中的量，大多数学生都会有困难. 这既与学生的生活经验不足有关，

同时也因为这样的表示与日常习惯不一致. 突破这一难点, 需要多举日常生活、生产中的实例, 让学生通过例子来理解正数与负数的意义, 学会用正数、负数表示具有相反意义的量.

本节课的教学难点是: 用正数、负数表示指定方向变化的量.

四、教学过程设计

1. 创设情境, 引入新知

教师展示教科书图 7.1-1, 并提出下面的问题.

问题 1 哪位同学知道这些图片介绍的是什么内容?

师生活动: 学生回答. 教师补充说明数的产生与日常生活、生产实践的关系, 感受数的扩充的必要性.

设计意图: 使学生感受数的产生和发展离不开生活和生产的需要.

问题 2 请同学们阅读本章的引言. 你能尝试着回答一下其中的问题吗?

师生活动: 学生思考并尝试解释. 对于其中的问题 (1), 如果本地气温有低于 0°C 的情况, 可以选择自己所在地区的气温状况进行描述.

设计意图: 引言中的问题, 有的学生凭生活经验可以回答, 有的不能回答. 让学生阅读并尝试回答, 一方面让他们感受在生活、生产中需要用到负数, 另一方面让他们知道, 要解决这些问题, 就需要学习新的数的知识, 从而激发学生的求知欲.

2. 观察感知, 理解概念

问题 3 根据已掌握的知识, 你能指出上述例子中哪些是正数, 哪些是负数吗?

师生活动: 学生回答, 给出正确答案后, 教师给出正数、负数的描述性定义:

大于 0 的数叫做正数, 在正数前加上符号 “-” (负) 的数叫做负数.

问题 4 阅读教科书第 2 页倒数第二段. 你能举例说明什么叫一个数的符号吗?

师生活动: 学生阅读, 举例. (只要学生能举出与教科书上不同的例子, 并说明它们的符号就表明他们看懂了这段话.)

教师: 一般地, 正数的符号是 “+”, 负数的符号是 “-”. 0 既不是正数, 也不是负数.

设计意图: 让学生阅读教科书, 以培养他们的读书习惯. 通过学生举例, 可以检验他们对这段课文的理解情况. 因为 “0 既不是正数, 也不是负数” 是一种规定, 所以老师直接说明, 学生记住就可以了.

3. 例题示范, 学会应用

例 (1) 一个月内, 小明体重增加 2 kg, 小华体重减少 1 kg, 小强体重无变化, 写出他们这个月的体重增长值;

(2) 某年, 下列国家的商品进出口总额比上年的变化情况是: 美国减少 6.4%, 德国增长 1.3%, 法国减少 2.4%, 英国减少 3.5%, 意大利增长 0.2%, 中国增长 7.5%. 写出这些国家这一年商品进出口总额的增长率.

师生活动: 教师提问: 你是怎么理解问题 (1) 的?

如果学生回答不完善, 再追问: 这个问题中, 哪些词表明其中含有相反意义的量? 小华体重减

少 1 kg, 你认为应该怎样表示他的体重“增长值”?

师生合作回答上述问题. 估计学生解释体重“增长值”的意义时会出现困难, 教师可以在学生解释的基础上补充总结: 体重增长值可能是正的, 也可能是负的, 体重增长值为负数, 相当于体重减少.

教师: 你能仿照第(1)题的解答, 自己解决第(2)题吗?

设计意图: 通过具体问题情境, 使学生学会用正数与负数表示具有相反意义的量的方法, 通过师生合作, 突破用正数、负数表示指定方向变化的量这一难点. 通过不断追问, 引导学生逐步理解题意, 重点是找出表示具有相反意义的量的词.

问题 5 你能从例题的解答过程中, 总结一下如何用正数、负数表示实际问题中具有相反意义的量吗?

师生活动: 学生总结, 师生共同补充、完善. 要总结出:

(1) 先找出表示具有相反意义的量的词, 如“增加”和“减少”、“零上”和“零下”、“收入”和“支出”、“上升”和“下降”等;

(2) 选定一方用正数表示, 那么另一方就用负数表示;

(3) 实际问题中, 有时需要描述指定方向变化的量, 如本例中, 进出口总额“减少 6.4%”要表示为“增长 -6.4%”, 这就是说, 增长量是一个负数实际上是减少了, 也可以说成是“负增长”;

(4) 当数据没有变化时, 增长率是 0.

设计意图: 引导学生及时总结, 提炼出可以指导解答其他同类问题的一般性结论. 一般而言, 我们习惯上把“上升”“盈利”“增加”“收入”等规定为正, 把与它们相反的量规定为负.

问题 6 请同学们自己举出一个能用正数、负数表示其中的量的实际例子, 并给出答案.

设计意图: 让学生用刚刚总结出的结论解决问题.

4. 巩固概念, 学以致用

练习: 教科书第 3 页练习 1, 2.

设计意图: 巩固性练习, 同时检验用正数、负数表示具有相反意义的量的掌握情况.

5. 归纳小结, 反思提高

师生共同回顾本节课所学内容, 并请学生回答以下问题:

(1) 你能举例说明引入负数的必要性吗?

(2) 你能用例子说明负数的意义吗?

(3) 有人说, 增加一个负数就是减少一个正数, 减少一个负数就是增加一个正数. 你能举例说明吗?

6. 布置作业

教科书习题 7.1 第 1, 2, 4, 8 题.

五、目标检测设计

1. 以下各数 $-\frac{1}{2}$, 0.6, -100, 0, $\frac{2\ 011}{2\ 012}$, 368, $-2\frac{5}{7}$ 中, 正数有 _____; 负数有 _____.

设计意图：考查对正数、负数概念的理解。

2. 向东行进 -50 m 表示的实际意义是_____。

设计意图：会用正数、负数表示具有相反意义的量。

3. 下列结论中正确的是()。

(A) 0既是正数，又是负数

(B) 0是最小的正数

(C) 0是最大的负数

(D) 0既不是正数，也不是负数

设计意图：感受数0的特殊性，并为学习有理数的分类做铺垫。

4. 举一个能用正数、负数表示其中的量的生活实例，并解释其中相关数量的含义。

设计意图：能用正数与负数表示生活中的数量。

7.2.2 数轴

一、内容和内容解析

1. 内容

数轴的概念，用数轴上的点表示有理数。

2. 内容解析

数轴是初中数学的核心概念，它是数形结合思想的产物，学习数轴是把数和形统一起来的第一次尝试。数轴建立了直线上的点与实数的对应，是一维的坐标系。数轴使数的概念和运算可以与位置、方向、距离等统一起来，使数的语言得到了几何解释，数有了直观意义。这不仅有助于对数的概念的理解，而且还可以从中得到启发而提出新的问题或结论（例如，相反数、绝对值、大小比较等）。

用数轴上的点表示实数，就是要使任意一个实数能用唯一确定的点表示，同时，任意一个点只能表示一个实数（这样要求的意义需要学生逐渐体会）。在这样的要求下，明确规定原点、方向和单位长度“三要素”是必需而且自然的。这时，我们有：

原点 $\leftrightarrow 0$ （原点是区分方向的“基准”，0是区分正负的基准）

单位长度 $\leftrightarrow 1$ （单位长度是度量线段长度的单位，1是实数单位，“单位”实际上给出了一个统一的标准）

方向 \leftrightarrow 符号（空间中， A, B 两点“位置差别”的量化定义，必须且只需“方向”和“长度”。数轴上，方向只有“左”“右”两种，可以理解为“相反方向”。在数轴上，正与负具有“相反方向”，正数与负数的实际意义就是描述现实中的“相反意义的量”。确定一个实数，需要“符号”和“绝对值”两个要素，它们正好对应了量化定义 A, B 两点“位置差别”的“方向”和“长度”）

基于以上分析，确定本节课的教学重点是：体会数轴的三要素；体会用数轴上的点表示数的合理性，感受其中的数形结合思想。

二、目标和目标解析

1. 目标

(1) 了解数轴的概念，会用数轴上的点表示有理数.

(2) 体会数轴三要素和有理数集（实数集）中 0, 1 和数的符号之间的对应关系，从而体会数形结合思想.

2. 目标解析

达成目标 (1) 的标志是：学生知道数轴是一条规定了原点、方向和单位长度的直线；给定一个有理数，学生能在数轴上找到表示它的点；能画出数轴，并用数轴上的点表示有理数.

目标 (2) 是“内容所蕴含的思想方法”，学生需要体会的是在“用点表示数”时，数轴“三要素”保证了点与数的“一一对应”——给一个数，就有唯一确定的点与之对应；反之，给一个点，就有唯一的数与之对应. 但本节课只要能体会会有理数与数轴上点的对应性，不要刻意强调“给一个点，不一定有一个有理数与之对应”.

三、教学问题诊断分析

学生第一次遇到用形表示数的问题，困难在于其中蕴含的思想. 可以借鉴引入负数时的经验，也要借鉴学生的生活经验. 但在基本思想上，还是要借助于具体情境，教师先讲解，学生获得体验后进行模仿式举例.

本节课中，“三要素”及其对于确定“数轴上的点”的意义（根据“三要素”，可以在数轴上找到唯一确定的点，否则“存在性”“唯一性”就做不到），有理数集（实数集）中 0, 1 以及数的符号等与数轴上的相关要素的对应性，都需要教师引导.

本节课的教学难点是：数轴“三要素”与有理数集（实数集）中 0, 1 以及数的符号的对应性.

四、教学过程设计

1. 问题情境下的三次概括

问题 1 在一条东西向的马路上，有一个汽车站牌，汽车站牌往东 3 m 和 7.5 m 处分别有一棵柳树和一棵杨树，汽车站牌往西 3 m 和 4.8 m 处分别有一棵槐树和一根电线杆，试画图表示这一情境.

师生活动：学生小组讨论解决问题的方法，学生代表画图演示.

学生画图后提问：

- (1) 马路可以用什么几何图形代表？（直线.）
- (2) 你认为站牌起什么作用？（基准点.）
- (3) 你是怎么确定问题中各物体的位置的？（方向，与站牌的距离.）

说明：学生也可能只用与站牌的距离来表示. 有不同表示最好，可以与下面的方法作比较，看哪个更方便.

设计意图：“三要素”为定向，用直线、点、方向、距离等几何符号表示实际问题. 这是实际

问题的第一次数学抽象。

问题 2 上面的问题中，“东”与“西”、“左”与“右”都具有相反意义。我们知道，正数和负数可以表示两种具有相反意义的量，那么如何用数表示这些树、电线杆与汽车站牌的相对位置呢？

师生活动：学生画图表示后提问：

(1) 0 代表什么？（基准点。）

(2) 数的符号的实际意义是什么？（方向。）

(3) 如图 1，在一条直线上，A、B 的距离等于 B、C 的距离，点 B 用 3 表示，点 C 用 7.5 表示，行吗？为什么？（不行，单位不一致，与实际情境不符。）

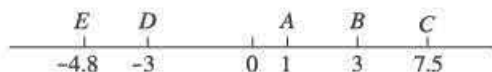


图 1

(4) 上述方法表示了这些树、电线杆与汽车站牌的相对位置关系。例如，-4.8 表示位于汽车站牌西侧 4.8 m 处的电线杆。你能再举个例子吗？

设计意图：继续以“三要素”为定向，将点用数表示，实现第二次抽象，为定义数轴概念提供直观基础。

问题 3 大家都见过温度计吧？你能描述一下温度计的结构吗？比较上面的问题，你认为它用了什么数学知识？

师生活动：教师可以先解释 0°C 的含义（冰水混合物的温度规定为 0°C ——温度的基准点）。

设计意图：借用生活中的常用工具，说明正数、负数的作用。引导学生用“三要素”表达，为定义数轴概念提供又一个直观基础。

问题 4 你能说说上述两个实例的共同点吗？

设计意图：进一步明确“三要素”的意义，体会“用点表示数”和“用数表示点”的思想方法，为定义数轴概念提供进一步的直观基础。

2. 定义、辨析数轴概念

师生活动：明确数轴的概念，并请学生带着下列问题阅读教科书：

(1) 画数轴的步骤是什么？

(2) 根据上述实例的经验，“原点”起什么作用？（“原点”是数轴的“基准”，表示 0，是表示正数和负数的分界点。）

(3) 你是怎么理解“选取适当的长度为单位长度”的？（与问题的需要相关，表示较大的数，单位长度取小一些。）

(4) 数轴上，在原点的右边，离原点越远的点所表示的数____；在原点的左边，离原点越远的点所表示的数____。（宏观看大小。）

设计意图：明晰概念，并让学生在教师设计的引导问题中，加深对数轴概念中“三要素”的理解。

3. 练习、巩固概念

(1) 教科书第 9 页练习 1, 2;

(2) 数轴上表示 3 的点在原点的哪一侧? 与原点的距离是多少个单位长度? 表示数 -2 的点在原点的哪一侧? 与原点的距离是多少个单位长度? 设 a 是一个正数, 对表示 a 的点和表示 $-a$ 的点进行同样的讨论.

设计意图: 练习 (1) 包括指出数轴上的点表示的有理数和画数轴表示有理数, 使学生进一步巩固数轴的概念, 并使学生了解所有的有理数都可以用数轴上的点表示. 练习 (2) 通过从特殊到一般的方法归纳出数轴上不同位置 (原点左右) 点的特点, 培养学生的抽象概括 (由具体的数到字母表示的数) 能力.

4. 小结

教师与学生一起回顾本节课所学主要内容, 并请学生回答以下问题:

- (1) 本节课学习了哪些主要内容?
- (2) 数轴的“三要素”各指什么? 它们各起什么作用?
- (3) 你能举出引进数轴概念的一个好处吗?

设计意图: 通过小结, 使学生梳理本节课所学内容, 掌握本节课的核心——数轴“三要素”, 感受通过数轴把数与形结合起来的好处.

5. 布置作业

教科书第 9 页练习第 3 题, 习题 7.2 第 2 题.

五、目标检测设计

1. 在数轴上, 表示 +2 的点在原点的____侧, 距原点____个单位长度; 表示 -7 的点在原点的____侧, 距原点____个单位长度; 两点之间的距离为____个单位长度.

设计意图: 检测学生对数轴的正方向和单位长度的理解.

2. 画出数轴并表示下列各数:

$$+3, 0, -3\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}, -3, -1.25.$$

设计意图: 检测学生对数轴的概念及用数轴上的点表示有理数的掌握情况.

3. 在数轴上, 把表示 3 的点 A 沿着数轴向负方向移动 5 个单位长度, 到达点 B, 则点 B 表示的数是_____.

设计意图: 体会点在运动过程中所表示的数的变化规律.

4. 小明的家门口 (记为 A)、他上学的学校门口 (记为 B) 以及书店门口 (记为 C) 依次坐落在一条东西向的大街上, A 位于 B 西边 300 m 处, C 位于 B 东边 1 000 m 处. 小明从学校门口出发, 沿这条街向东走 400 m, 接着又向西走了 700 m 到达 D 处, 试用数轴表示上述 A, B, C, D 的位置.

设计意图: 检测学生利用数轴上的点及对应的有理数表示实际问题中的物体的位置的掌握情况.

7.3.1 有理数的加法（第1课时）

一、内容和内容解析

1. 内容

有理数的加法法则.

2. 内容解析

有理数的运算是运算的基础，而有理数的加法是学习有理数运算的第一步，是进一步学习有理数减法、乘法的基础，其中蕴含的内容和思想方法在后续学习中有示范作用.

有理数加法法则是一种规定. 为了让学生理解规定的合理性，教科书利用了学生的生活经验，并借助数轴进行说明. 虽然加法法则分为三种情况去研究，但探究法则的方法是一致的，即需要将“原点”与“最初运动的起点”对应，将第一次运动的终点作为第二次运动的起点，并将“第二次运动的终点与原点的相对位置”与“两数的和”对应. 其中将向左规定为负，向右规定为正，与用正数、负数表示具有相反意义的量的经验一致.

基于以上分析，确定本节课的教学重点是：理解有理数加法规定的合理性，根据有理数的加法法则进行有理数的加法运算.

二、目标和目标解析

1. 目标

- (1) 理解有理数加法法则.
- (2) 能利用加法法则进行简单的有理数加法运算.

2. 目标解析

- (1) 在问题情境中，学生能将不同现象对应于两个有理数相加的不同情况，如“先向右运动，再向左运动”对应于“正数+负数”，进而解释有理数加法法则.
- (2) 学生会根据有理数的加法法则计算两个有理数的和.

三、教学问题诊断分析

有理数加法是前面学过的加法运算的拓展，学生已经具有了正数、负数、数轴和绝对值等知识. 加法法则实际上给出了确定两个有理数的和的“符号”与“绝对值”的规则，它是通过分析两个有理数相加时可能出现的各种不同情况，再归纳出同号相加、异号相加、一个有理数与0相加三种情况而得到的. 由于学生的思维发展水平和知识准备的限制，在分情况讨论、应分成哪几种情况、如何归纳不同情况等方面都需要教师的引导，甚至是直接讲解. 同号两数的加法法则比较易于理解，而异号两数相加时情况比较复杂，学习难度较大，需要教师加强引导. 另外，根据法则作加法，需要注意“按部就班”地计算，这是一个培养良好运算习惯的过程.

本节课的教学难点是：分情况讨论有理数的加法法则的思路的建立；异号两数相加的法则.

四、教学过程设计

1. 创设情境，引出课题

问题 1 前面我们学习了有理数，有理数有几种分类方法呢？

师生活动：学生回答：有理数可以分为正有理数、0 和负有理数；有理数还可以分为整数和分数。

设计意图：复习从不同角度对有理数进行分类，为分情况讨论有理数加法法则做准备。

教师：前面我们学过正数及 0 的加法运算，引入负数后，也要研究有理数的加法运算。日常生活中也会遇到有理数相加的问题，例如，在本章引言中，我们曾看到一张“收支情况表”，那里把收入记作正数，支出记作负数，在求“结余”时，需要计算 $8.5+(-4.5)$ ， $4+(-5.2)$ 等。

设计意图：从数学和生活实际两个方面说明学习有理数加法的必要性。

问题 2 我们已经学过正数与正数相加、正数与 0 相加，引入负数后，会出现哪些新的情况？

师生活动：学生思考、交流、补充，由老师总结：还会出现“负数+负数”“负数+正数”“正数+负数”“负数+0”“0+负数”。

设计意图：让学生感受引入新数后，相应地就要研究新的运算，并根据已有经验，列出有理数加法的所有可能情况。在这个过程中，可以渗透分类讨论、归纳等思想，还可以培养学生思维的逻辑性、条理性。

2. 观察探究，总结法则

教师：我们借助大家熟悉的生活经验来讨论有理数的加法。看下面的问题。

问题 3 一个物体作左右方向运动，我们规定向右为正，向左为负。向右运动 5 m 记作 5 m，向左运动 5 m 记作 -5 m。如果物体先向右运动 5 m，再向右运动 3 m，那么两次运动的最后结果是什么？可以用怎样的算式表示？

师生活动：教师引导学生画出数轴，借助数轴表示运动过程和结果，再列出算式表示。

在解决问题的过程中，教师要强调用数轴表示运动情况时注意如下几点：

(1) 原点 O 是第一次运动的起点；(2) 第二次运动的起点是第一次运动的终点；(3) 由第二次运动的终点与原点的相对位置得出两次运动的结果。

设计意图：借助学生熟悉的日常生活问题解释有理数加法，让学生感受加法法则的合理性。

追问 1：上面我们实际上得到的是“正数+正数”的情况。你能模仿上述过程，解决下面的问题吗？

如果物体先向左运动 5 m，再向左运动 3 m，那么两次运动后总的结果是什么？能否用算式表示？

师生活动：先让学生独立解决，然后全班交流。要求学生讲清楚：在数轴上，以谁为起点、两次运动的相互关系、如何表示结果。

设计意图：“负数+负数”的情况与“正数+正数”完全类似，由学生模仿解决，既巩固刚学习的方法，又加深他们对法则的理解。

追问 2：你能从“符号”和“绝对值”两个方面，用一句话概括一下上述两种情况吗？

师生活动：学生尝试总结，教师给予帮助（如提示：等号左边两数的符号与等号右边的数的符号有什么关系？），得出同号两数相加的法则。

设计意图：给学生独立思考、自主探究的机会，并在研究思路加以引导。另外，渗透从特殊到一般的思想方法。

问题 4 前面得到了同号两数相加的法则，下面可以研究什么问题？（待学生回答“异号两数相加的法则”后）类比前面的研究过程，我们来探究下列问题：

(1) 如果物体先向左运动 3 m，再向右运动 5 m，那么两次运动的最后结果怎样？如何用算式表示？

(2) 如果物体先向右运动了 3 m，再向左运动了 5 m，那么两次运动的最后结果怎样？如何用算式表示？

师生活动：学生独立思考后，再相互交流。教师应再次提醒学生注意用数轴表示运动情况时要注意的三点，引导学生发现：对于（1），两次运动的最后结果是落在原点的右侧距离原点 2 m 处，对应的算式是 $5+(-3)=2$ ；对于（2），两次运动的最后结果是落在原点的左侧距离原点 2 m 处，对应的算式是 $3+(-5)=-2$ 。

追问：类比前面的做法，你能从“符号”和“绝对值”两个方面，概括一下上述两种情况吗？

师生活动：学生尝试总结，教师给予帮助（如提示：结果的符号与等号左边哪个数的符号相同？结果的绝对值是怎样利用两个加数而得到的？），得出异号两数相加的法则。

设计意图：让学生思考“已经解决了什么问题，还有哪些问题没有解决”，可以培养思维的条理性。再次引导学生结合数轴表示异号两数相加的结果，提供自主探究的机会，但在探究过程中加强了指导，以帮助克服难点。

问题 5 如果物体先向左运动 5 m，再向右运动 5 m，那么两次运动的最后结果怎样？如何用算式表示？如何用一句话表示？

师生活动：由学生独立完成。请一位学生（可以是学习程度中等偏下的）回答结果。

设计意图：培养学生独立解决问题的能力。

问题 6 如果物体第 1 秒向右（或左）运动 5 m，第 2 秒原地不动，很显然，两秒后物体从起点向右（或左）运动了 5 m。你能用算式表示吗？

师生活动：由学生独立完成。请一位学生（可以是学习程度中等偏下的）回答结果。

设计意图：利用物体在一个时间段不运动，引出与 0 相加的情况。

问题 7 你能归纳一下前面所有的结论，自己尝试给出有理数加法法则吗？

师生活动：学生归纳、交流，教师在适当的时候给予帮助。由教师进行总结，要指出有理数加法法则包括三种不同情况：同号两数相加、异号两数相加、一个数与 0 相加；异号两数相加中，又以互为相反数的两个数相加为特例。要边总结边板书。

教师提醒学生，做有理数加法时，既要考虑符号，又要考虑绝对值。

设计意图：锻炼学生的思维严谨性，培养归纳和概括的能力、语言表达能力。估计学生独立完成有困难，所以在学生总结的基础上由教师给出完整的加法法则。

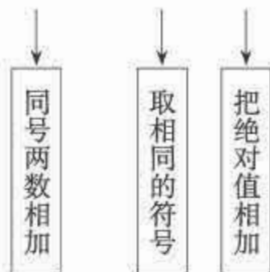
3. 举例示范, 巩固新知

例1 计算

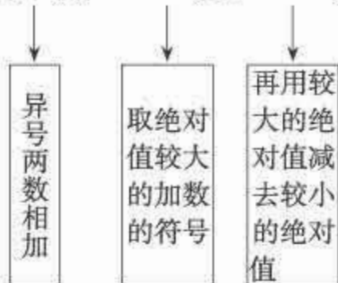
(1) $(-3)+(-9)$; (2) $(-4.7)+3.9$; (3) $0+(-7)$; (4) $(-9)+(+9)$.

师生活动: 教师提醒学生计算时先观察两个加数的符号与绝对值, 首先确定和的符号, 再确定和的绝对值. 让学生独立完成后, 展示结果并讲解理由.

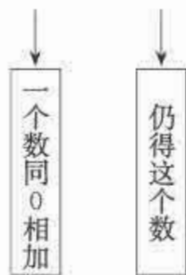
解: (1) $(-3)+(-9)=- (3+9)=-12$.



(2) $(-4.7)+3.9 = -(4.7 - 3.9) = -0.8$.



(3) $0+(-7)=-7$.



(4) $(-9)+(+9)=0$. (互为相反数的两数相加, 和为0.)

设计意图: 加深学生对有理数加法法则的理解.

4. 加强练习, 熟练计算

练习: 教科书第18页练习1, 2, 3.

设计意图: 让学生体会在实际生活中何时使用加法, 并会用加法解决问题, 从而进一步感受学习有理数加法的必要性.

5. 课堂小结, 自我完善

师生共同回顾本节课所学的主要内容, 并请学生回答以下问题:

- (1) 有理数的加法法则是什么? 你是怎么理解这一法则的?
- (2) 我们通过生活实例, 借助数轴讨论了有理数加法法则, 其中使用了哪些思考方法?

(3) 进行有理数的加法运算时需要注意哪几个步骤?

设计意图: (1) 让学生自己梳理本节课的知识框架, 并说出自己的理解; (2) 使学生关注分类讨论、从特殊到一般等研究问题的方法; (3) 使学生掌握有理数加法的一般步骤.

6. 布置作业

教科书习题 7.3 第 1, 8, 9 题.

五、目标检测设计

计算:

(1) $(+4)+(+3)$; (2) $(-8)+(-11)$; (3) $\frac{2}{5}+\left(-\frac{7}{3}\right)$;

(4) $\left(-\frac{5}{6}\right)+\frac{16}{3}$; (5) $0+(-325)$; (6) $\left(-\frac{2\ 011}{2\ 012}\right)+\frac{2\ 011}{2\ 012}$.

设计意图: 检查是否基本掌握有理数的加法法则, 并能准确进行计算.

7.4.1 有理数的乘法 (第 1 课时)

一、内容和内容解析

1. 内容

有理数乘法法则.

2. 内容解析

有理数的乘法是继有理数的加减法之后的又一种基本运算. 有理数乘法既是有理数运算的深入, 又是进一步学习有理数的除法、乘方的基础, 对后续代数学习是至关重要的.

与有理数加法法则类似, 有理数乘法法则也是一种规定, 给出这种规定要遵循的原则是“使原有的运算律保持不变”. 本节课要在已掌握的乘法运算的基础上, 通过合情推理的方式, 得到“要使正数乘正数(或 0)的规律在正数乘负数、负数乘负数时仍然成立, 那么运算结果应该是什么”的结论, 从而使学生体会乘法法则的合理性. 与加法法则一样, 正数乘负数、负数乘负数的法则, 也要从符号和绝对值来分析. 由于绝对值相乘就是非负数相乘, 因此, 这里关键是要规定好含有负数的两数相乘之积的符号, 这是有理数乘法的本质特征, 也是乘法法则的核心.

基于以上分析, 确定本节课的教学重点是: 两个有理数相乘的符号法则.

二、目标和目标解析

1. 目标

(1) 理解有理数乘法法则, 能利用有理数乘法法则计算两个数的乘法.

(2) 能说出有理数乘法的符号法则, 能用例子说明法则的合理性.

2. 目标解析

达成目标 (1) 的标志是: 学生在进行两个有理数乘法运算时, 能按照乘法法则, 先考虑两乘数的符号, 再考虑两乘数的绝对值, 并得出正确的结果.

达成目标(2)的标志是:学生能通过具体例子说明有理数乘法的符号法则的归纳过程.

三、教学问题诊断分析

有理数的乘法与已学过的乘法的区别在于负数参与了运算. 本节课要以正数、0之间的运算为基础, 构造一组有规律的算式, 先让学生从算式左右各数的符号和绝对值两个角度观察这些算式的共同特点并得出规律, 再以问题“要使这个规律在引入负数后仍然成立, 那么应有……”为引导, 让学生思考在这样的规律下, 正数乘负数、负数乘正数、两个负数相乘各应有什么运算结果, 并从积的符号和绝对值两个角度总结出规律, 进而给出有理数乘法法则, 在这个过程中体会规定的合理性. 上述过程中, 学生对于为什么要讨论这些问题、什么叫“观察下面的乘法算式”、从哪些角度概括算式的规律等, 都会出现困难. 为了解决这些困难, 教师应该在“如何观察”上加强指导, 并明确提出“从符号和绝对值两个角度看规律”的要求.

本节课的教学难点是: 如何观察给定的乘法算式; 从哪些角度概括算式的规律.

四、教学过程设计

1. 创设情境, 引入新知

问题 1 我们知道, 有理数分为正数、零、负数三类. 按照这种分类, 两个有理数的乘法运算会出现哪几种情况?

师生活动: 教师引导学生从有理数分类的角度考虑, 区分出有理数乘法的情况有: 正数乘正数、正数与 0 相乘、正数乘负数、负数乘正数、负数乘负数.

设计意图: 有理数分为正数、零、负数, 由此引出两个有理数相乘的几种情况, 既复习有关知识, 为下面的教学做好准备, 又渗透分类讨论的思想.

2. 观察归纳, 学习法则

问题 2 下面从我们熟悉的乘法运算开始. 观察下面的乘法算式, 你能发现什么规律吗?

$$3 \times 3 = 9,$$

$$3 \times 2 = 6,$$

$$3 \times 1 = 3,$$

$$3 \times 0 = 0.$$

追问 1: 你认为问题要我们“观察”什么? 应该从哪几个角度去观察、发现规律?

师生活动: 如果学生仍然有困难, 教师给予提示:

(1) 四个算式有什么共同点? (左边都有一个乘数 3.)

(2) 其他两个数有什么变化规律? (随着后一个乘数逐次递减 1, 积逐次递减 3.)

设计意图: 构造这组有规律的算式, 为通过合情推理, 得到正数乘负数的法则做准备. 通过追问、提示, 使学生知道“如何观察”“如何发现规律”.

教师: 要使这个规律在引入负数后仍然成立, 那么, $3 \times (-1) = -3$. 这是因为后一乘数从 0 递减 1 就是 -1, 因此积应该从 0 递减 3 而得 -3.

追问 2: 根据这个规律, 下面的两个积应该是什么?

$$3 \times (-2) = \underline{\quad},$$

$$3 \times (-3) = \underline{\quad}.$$

练习：请你模仿上面的过程，自己构造出一组算式，并说出其中的变化规律。

设计意图：让学生自主构造算式，加深对运算规律的理解。

追问3：从符号和绝对值两个角度观察这些算式（指师生给出的所有含正数乘负数的算式），你能说说它们的共性吗？

师生活动：先让学生观察、叙述、补充，教师再总结：都是正数乘负数，积都为负数，积的绝对值等于各乘数绝对值的积。

设计意图：先得到一类情况的结果，降低归纳概括的难度，同时也为后面的学习奠定基础。

问题3 观察下列算式，类比上述过程，你又能发现什么规律？

$$3 \times 3 = 9,$$

$$2 \times 3 = 6,$$

$$1 \times 3 = 3,$$

$$0 \times 3 = 0.$$

师生活动：鼓励学生模仿正数乘负数的过程，自己独立得出规律。

设计意图：为得到负数乘正数的结论做准备。

追问1：要使这个规律在引入负数后仍然成立，你认为下面的空格应各填什么数？

$$(-1) \times 3 = \underline{\quad},$$

$$(-2) \times 3 = \underline{\quad},$$

$$(-3) \times 3 = \underline{\quad}.$$

请你模仿上面的过程，自己构造出一组算式，并说出其中的变化规律。

追问2：类比正数乘负数规律的归纳过程，从符号和绝对值两个角度观察这些算式（指师生给出的所有含负数乘正数的算式），你能说说它们的共性吗？

师生活动：先让学生观察、叙述、补充，教师再总结：都是负数乘正数，积都为负数，积的绝对值等于各乘数绝对值的积。

追问3：正数乘负数、负数乘正数两种情况下的结论有什么共性？你能把它概括出来吗？

设计意图：让学生模仿已有的讨论过程，自己得出负数乘正数的结论，并进一步概括出“异号两数相乘，积的符号为负，积的绝对值等于各乘数绝对值的积”。既使学生感受法则的合理性，又培养他们的归纳、概括能力。

问题4 利用上面归纳的结论计算下面的算式，你能发现其中的规律吗？

$$(-3) \times 3 = \underline{\quad},$$

$$(-3) \times 2 = \underline{\quad},$$

$$(-3) \times 1 = \underline{\quad},$$

$$(-3) \times 0 = \underline{\quad}.$$

追问：按照上述规律填空，并说说其中有什么规律？

$$(-3) \times (-1) = \underline{\quad},$$

$$(-3) \times (-2) = \underline{\quad},$$

$$(-3) \times (-3) = \underline{\quad}.$$

师生活动：由学生自主探究得出负数乘负数的结论.

设计意图：让学生根据前面积累的经验，独立完成归纳、概括.

问题 5 总结上面所有的情况，你能试着自己给出有理数乘法法则吗？

师生活动：学生独立思考后进行课堂交流，师生共同完成，得出结论后再让学生看教科书.

追问：你认为根据有理数乘法法则进行有理数乘法运算时，应该按照怎样的步骤进行运算？你能举例说明吗？

师生活动：学生独立思考、回答. 如果有困难，可先让学生看教科书第 29 页有理数乘法法则后面的一段文字.

设计意图：让学生尝试归纳乘法法则，明确按法则计算的关键步骤.

3. 例题示范，学会应用

例 1 计算：

$$(1) (-3) \times 9; (2) 8 \times (-1); (3) \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-2).$$

师生活动：学生独立完成，全班交流.

教师：在 (3) 中，我们得到了 $\left(-\frac{1}{2}\right) \times (-2) = 1$. 与以前学习过的倒数概念一样，我们说 $-\frac{1}{2}$ 与 -2 互为倒数. 一般地，在有理数中仍然有：乘积是 1 的两个数互为倒数.

追问：在 (2) 中，8 和 -8 互为相反数. 由此，你能说说如何得到一个数的相反数吗？

设计意图：巩固乘法法则，引出倒数的概念，同时说明求一个数的相反数与乘 -1 之间的关系（反过来有 $-8 = 8 \times (-1)$ ）.

例 2 用正数、负数表示气温的变化量，上升为正，下降为负. 登山队攀登一座山峰，每登高 1 km 气温的变化量为 -6°C ，攀登 3 km 后，气温有什么变化？

设计意图：利用有理数乘法解决实际问题，体现数学的应用价值.

4. 小结

请同学们带着下列问题回顾本节课的内容：

- (1) 你能说出有理数乘法法则吗？
- (2) 用有理数乘法法则进行两个有理数的乘法运算的基本步骤是什么？
- (3) 举例说明如何从正数、0 的乘法运算出发，归纳出正数乘负数的法则.
- (4) 你能举例说明符号法则“负负得正”的合理性吗？

设计意图：引导学生从知识内容和学习过程两个方面进行小结.

5. 布置作业

教科书第 30 页练习 1, 2, 3, 习题 7.4 第 1 题.

五、目标检测设计

1. 判断下列运算结果的符号:

(1) $5 \times (-3)$;

(2) $(-3) \times 3$;

(3) $(-2) \times (-7)$;

(4) $(+0.5) \times (+0.7)$.

设计意图: 检测学生对有理数乘法法则的理解.

2. 计算:

(1) $6 \times (-9)$;

(2) $(-6) \times 0.25$;

(3) $(-0.5) \times (-8)$;

(4) $\frac{2}{3} \times \left(-\frac{9}{4}\right)$;

(5) $0 \times (-6)$;

(6) $8 \times \frac{1}{64}$.

设计意图: 检测学生对有理数乘法法则的理解情况.

V 拓展资源

一、知识的拓展延伸与相关史料

1. 负数的由来

中国是世界上首先使用负数的国家. 战国时期李悝所著的《法经》中已出现使用负数的实例: “衣五人终岁用千五百不足四百五十.” 在甘肃居延出土的汉简中, 出现了大量的“负算”, 如“相除以负百二十四算”“负二千二百四十五算”“负四算, 得七算, 相除得三算”. 以负与得相比较, 表示缺少、亏空之意, 显然来自生活实践的需要.

从历史上看, 负数产生的另一个原因是由于解方程的需要. 据世界上第一部关于负数完整介绍的古算书《九章算术》记载, 由于在解方程组的时候常常会碰到小数减大数的情况, 为了使方程组能解, 数学家发明了负数. 公元前3世纪, 刘徽在注解《九章算术》时率先给出了负数的定义, 而西方直到1572年, 意大利数学家邦贝利在他的《代数学》中才给出了负数的明确定义.

由于我国古代数字是用算筹摆出来的, 为了区分正数和负数, 古代数学家创造了两种方法: 一种是用不同颜色的算筹分别表示, 通常用红筹表示正数, 黑筹表示负数; 另一种是采取在正数上面斜放一支筹, 来表示负数. 因为后者的思想较新, 很快发展为在数的最前面一位数码上斜放一小横来表示负数. 1629年颇具远见的法国数学家吉拉尔在《代数新发现》中用减号表示负数和减法运算, 吉拉尔的负数符号得到人们的公认, 一直沿用至今.

印度最早使用负数的是婆罗摩笈多, 他在628年完成的《婆罗摩修正体系》中给出了正数、负数的四则运算法则, 认为负数就是负债和损失, 并用小点或小圈标在数字上面表示负数.

西方首先使用负数的是古希腊的丢番图, 尽管不承认方程的负根, 但他已知道“减数乘减数得加数, 加数乘减数得减数”. 可见对正数、负数的四则运算他已了如指掌. 在解方程中若出现负根,

他就放弃这个方程，认为是不可解的。1484年，法国的舒开在《算术三篇》中曾给出二次方程的一个负根，却又不承认它，说它是荒谬的数；意大利学者卡丹在《大术》中承认负根，但认为负数是“假数”。直到1637年笛卡儿在《几何》中认真考虑了方程正负根出现的规律，未加证明地给出了正负号法则，此后才被采用，但依旧议论纷纷。如法国数学家阿纳德认为：若承认 $(-1) \cdot 1 = 1 \cdot (-1)$ ，而 $-1 < 1$ ，那么较小数与较大数的比，怎能等于较大数与较小数之比呢？直到1831年，英国著名数学家德·摩根在他的《论数学的研究和困难》中仍坚持认为负数是荒谬的。他举例说：“父亲56岁时，他的儿子29岁，什么时候父亲的岁数将是儿子的2倍？”解方程 $56 + x = 2(29 + x)$ ，得 $x = -2$ 。他说这个结果是荒谬的。

负数的地位最后是由德国的维尔斯特拉斯和意大利的皮亚诺确立的。1860年，维尔斯特拉斯在柏林大学的一次讲课时，把有理数定义为整数对，即当 m, n 为整数时， $\frac{n}{m}$ ($m \neq 0$) 定义为一个有理数，当 m, n 中有一个为负整数时，就得到一个负有理数。这就把负数的基础确立在整数基础上。40年后，皮亚诺在著名的《算术原理新方法》中又用自然数确立了整数的地位：设 a, b 为自然数，则数对 (a, b) 即“ $a - b$ ”定义一个整数，当 $a > b$ 时为正整数； $a < b$ 时就得到了一个负整数。至此，通过近2000年的努力，历经数十代数学家的前仆后继的工作和努力，负数的地位终于被牢固地确立了，半个多世纪的争论也终于降下了帷幕。

2. 用正数和负数表示加工允许误差

现代工业生产中，对产品的尺寸、质量等都设计了标准规格。但是，一般在实际加工中，不可能把每个产品都做得与标准规格完全一样。通常，在某个范围内，产品比标准规格稍大一点或稍小一点，都不影响使用，它们都是合格品，而超出这个范围的产品就不合格了。

在生产和检验产品时，怎样掌握产品是否合格的尺度呢？

通常在生产图纸上，对每个产品的合格范围有明确的规定。例如，图纸上注明一个零件的直径是 $\phi 30^{+0.03}_{-0.02}$ 时， ϕ 表示直径，单位是毫米（图1-1）。这里的 ± 0.03 给出了允许误差的大小。这样标注表示零件直径的标准尺寸是30 mm，实际产品的直径最大可以是 $(30 + 0.03)$ mm，最小可以是 $(30 - 0.02)$ mm，在这个范围内的产品都是合格的。

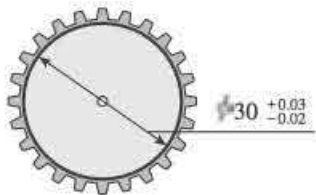


图 1-1

生活中也有用正数和负数表示范围的情形。例如某种药品的说明书上标明保存温度是 $(20 \pm 2)^\circ\text{C}$ ，由此可知此药品在 $18^\circ\text{C} \sim 22^\circ\text{C}$ 范围内保存才合适。

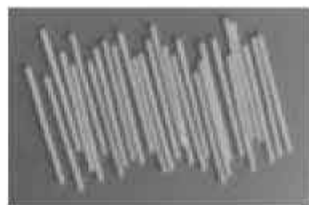
3. 古书中关于有理数运算法则的记载

刘徽在注解《九章算术》“方程”章时给出了正数、负数的加减法则：“同名相除，异名相益，正无入负之，负无入正之”“异名相除，同名相益，正无入正之，负无入负之”。遗憾的是他未能像正数、负数的加减运算那样，总结出正数、负数乘除运算的一般法则，而是通过具体的例子予以处理。正数、负数的乘除法则直到1299年元代数学家朱世杰的《算学启蒙》中才有明确记载：“同名相乘为正，异名相乘为负，同名相除所得为正，异名相除所得为负。”

不难看出，这与我们现在所学的有理数乘除法则是完全一致的。

4. 算筹

算筹，又称算子，是中国古代广泛应用的一种运算工具。算筹是一根根同样长短和粗细的小棍子，一般长为13 cm~14 cm，径粗0.2 cm~0.3 cm，多用竹子制成，也有用木头、兽骨、象牙、金属等材料制成的，大约二百七十几根为一束。



象牙算筹

怎样用这些小棍子来表示各种各样的数目呢？

古代的数学家们创造了纵式和横式两种摆法，这两种摆法都可以表示1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9九个数码。下图便是算筹记数的两种摆法：

纵式：	I	II	III	IIII	IIII	┐	┐┐	┐┐┐	┐┐┐┐
横式：	—	==	≡	≡≡	≡≡≡	⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

按照中国古代的筹算规则，算筹记数的表示方法为：个位用纵式，十位用横式，百位再用纵式，千位再用横式，万位再用纵式……这样从右到左，纵横相间，以此类推，遇零则置空。这样一种算筹记数法和现代通行的十进制记数法是完全一致的。

5. 从整数环到有理数域

如果数集 P 中任意两个数做某一运算的结果仍在 P 中，我们就说数集 P 对这个运算是封闭的。

在整数集中，任意两个整数的和、差、积永远是一个整数。也就是说，在整数集中，加法、减法和乘法这三种运算是封闭的。但整数的商就不一定总能用整数表示。如，

$$(-9) \div 3, (-6) \div (-2), 3 \div 5, (-2) \div 3,$$

前两个的商是整数，而后两个的商就不是整数。所以说，在整数集中，对于除法运算不是封闭的。

如果一个数集只对加、减、乘这三种运算是封闭的，我们就称之为“环”。所以，所有的整数便组成“整数环”。

在有理数集中，任意两个有理数的和、差、积与商（除数不为0）仍是有理数，这就是说，有理数关于四则运算（除数不为0）是封闭的。

如果一个数集对加、减、乘、除这四种运算都是封闭的，我们就称之为“域”。所以，所有的有理数便组成“有理数域”。

在正整数集中，加法和乘法是封闭的，但对于减法不是封闭的，为了使减法也是封闭的，就添上“0”和负数，得到了整数环。整数环里，对于除法不是封闭的，添上分数，就得到了有理数域。

6. 引入有理数乘法法则的实例

为了让学生体会有理数乘法法则的合理性，人们想了许多办法。这些办法概括起来可以分为两类，一类是教科书中的方法，另一类是借助生活情境。下面举几个生活情境的例子。

(1) 采用水池中水位升降的实例引入

①水池的水位平均每小时上升3 cm，2 h上升了多少？

我们知道，这个问题可以用乘法来解答。结合图1-2可以知道水位上升了6 cm。列成算式就是：

$$3 \times 2 = 6. \quad (1)$$



图 1-2



图 1-3

②水池的水位平均每小时下降 3 cm, 2 h 下降了多少?

显然, 结果是水位下降了 6 cm (图 1-3).

如果, 我们规定上升的量用正数表示, 下降的量用负数表示, 仍然用乘法解答, 列成算式就是:

$$(-3) \times 2 = -6. \quad (2)$$

把它和 (1) 式对比, 可以看出, 当把一个因数“3”换成它的相反数“-3”时, 所得的积是原来的积“6”的相反数“-6”. 这就启发我们规定:

把一个因数换成它的相反数, 所得的积是原来的积的相反数.

按照这个规定, 我们来计算:

$$3 \times (-2) = ?$$

把它和 (1) 式对比, 这里把一个因数“2”换成它的相反数“-2”, 由上面的规定, 所得的积是原来的积“6”的相反数“-6”, 即

$$3 \times (-2) = -6. \quad (3)$$

最后, 我们来计算:

$$(-3) \times (-2) = ?$$

把它和 (2) 式对比, 这里把一个因数“2”换成了它的相反数“-2”, 所得的积是原来的积“-6”的相反数“6”, 即

$$(-3) \times (-2) = 6. \quad (4)$$

从上面 (1) ~ (4) 式, 我们可以归纳得到: 两数相乘, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相乘.

(2) 采用公共汽车向东 (或向西) 行驶的例子引入

一辆公共汽车在东西方向的公路上行驶, 我们规定从西到东的方向为正方向. 那么公共汽车从西到东行驶的速度就可以用正数来表示, 从东到西行驶的速度, 用负数来表示. 例如, 每小时向东行驶 40 km, 记作 40 km/h, 每小时向西行驶 40 km, 记作 -40 km/h.

公共汽车在甲车站东边时, 这段路程可以用正数表示; 在西边时, 这段路程就用负数表示. 例如, 在甲车站东边 120 km, 记作 120 km, 在甲车站西边 120 km, 记作 -120 km.

对于时间来说, 我们也可以作这样的规定: 以中午时间为标准, 午后的时间用正数来表示, 午前的时间用负数来表示. 例如, 午前 3 h, 记作 -3 h, 午后 3 h, 记作 +3 h.

现在, 我们来研究这个问题的各种情况.

①公共汽车以 40 km/h 的速度, 从西向东行驶, 中午经过甲车站. 问: 午后 3 小时, 公共汽

车在甲车站的哪一边？离开甲车站多少千米？

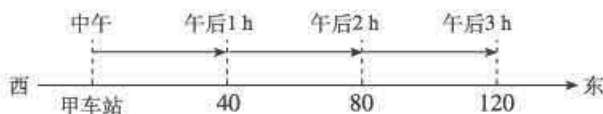


图 1-4

从图 1-4 中，可以看到，这时公共汽车在甲车站的东边 120 km. 我们得到算式：

$$40 \times 3 = 120. \quad (1)$$

②公共汽车以 40 km/h 的速度，从东向西行驶，中午经过甲车站，问：午后 3 h，公共汽车在甲车站的哪一边？离开甲车站多少千米？



图 1-5

从图 1-5 中，可以看到，这时公共汽车应该在甲车站西边 120 km. 我们得到算式：

$$(-40) \times 3 = -120. \quad (2)$$

③公共汽车以 40 km/h 的速度，从西向东行驶，中午经过甲车站，问：午前 3 h，公共汽车在甲车站的哪一边？离开甲车站多少千米？



图 1-6

从图 1-6 中，可以看到，这时公共汽车在甲车站的西边 120 km. 我们得到算式：

$$40 \times (-3) = -120. \quad (3)$$

④公共汽车以 40 km/h 的速度，从东向西行驶，中午经过甲车站. 问：午前 3 h，公共汽车在甲车站的哪一边？离开甲车站多少千米？

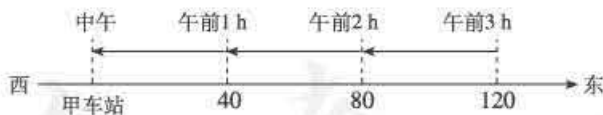


图 1-7

从图 1-7 中，可以看到公共汽车应该在甲车站东边 120 km. 我们得到算式：

$$(-40) \times (-3) = 120. \quad (4)$$

从上面 (1) ~ (4) 中，可以得到：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.

7. 关于近似数的计算

(1) 近似数的加减

看下面的例子，近似数 0.097 与近似数 0.001 263 相加，

$$\begin{array}{r} 0.097 \\ +) 0.001\ 263 \\ \hline \end{array}$$

如果两个数都是准确数，所得的和当然是 0.098 263.

现在加数中有近似数，这样求得的和就不合理。

这是因为，0.097 本身是近似数，精确到 0.001，它是由四舍五入到 0.001 而得的，它的准确数，可能是 0.097 4...，也可能是 0.096 5...。因此，它与 0.001 263 相加，最多只能得到精确到 0.001 的和 0.098，而不能得到精确到 0.000 001 的和 0.098 263。

写成下面的算式：

$$\begin{array}{r} 0.097 \text{ ? ? ? ?} \\ +) 0.001 \text{ 2 6 3 ?} \\ \hline \end{array}$$

可以看到，一个加数 0.097 只精确到千分位，从万分位起的数字都不能确定（算式中用“？”表示不能确定的数字）。因此，所得的和从万分位起的数字也都不能确定，和也最多只能精确到千分位。

近似数的减法也有类似的情况。

在通常的情况下，近似数相加减，精确度最低的一个已知数精确到哪一位，和或者差也至多只能精确到这一位。近似数的加减一般可按下列法则进行：先确定结果精确到哪一位；再把已知数中超过这个数位的数字四舍五入到这个数位的下一位；然后进行计算，并且把算得的数的末一位四舍五入。

例如，求近似数 3.258 9，15.4，27.093，1.42，0.387 4 的和，可以像下面这样来做。

这里，15.4 只精确到十分位，所以和也至多只能精确到十分位。把各个加数四舍五入到百分位相加：

$$\begin{array}{r} 3.26 \\ 15.4 \\ 27.09 \\ 1.42 \\ +) 0.39 \\ \hline 47.56 \end{array}$$

把 47.56 四舍五入到十分位，得 47.6。

$$\therefore 3.258 9 + 15.4 + 27.093 + 1.42 + 0.387 4 \approx 47.6.$$

(2) 近似数的乘除

看下面的例子，近似数 247.65 与近似数 0.32 相乘。

$$\begin{array}{r} 247.65? \\ \times) 0.32? \\ \hline ??? ??? \\ 4953 \text{ 0?} \\ \hline 74295 \text{ ?} \end{array}$$

可以看到，0.32 中的 3 与 24 765 相乘得 74 295，0.32 中的 2 与 24 765 相乘得 49 530，由于因数 0.32 只有两个有效数字 3，2，第三个数字起不能确定（算式中用“？”表示），所以所得的积里，至少从第三个数字起就不能确定。就是说，积也最多只能有两个有效数字。

近似数的除法也有类似的情况.

在通常情况下, 近似数相乘除, 有效数字最少的一个已知数有多少个有效数字, 积或商也至多只能有同样多个有效数字. 近似数的乘除一般可按下列法则进行: 先确定结果有多少个有效数字; 再把已知数中有效数字的个数多的, 四舍五入到只比结果中需要的个数多一个; 然后进行计算, 并且把算得的数四舍五入到应有的有效数字的个数.

例如, 上面的例子可以这样来做. 因为 0.32 只有两个有效数字, 所以把 247.65 四舍五入, 保留三个有效数字, 相乘后结果保留两个有效数字.

$$\begin{array}{r} 248 \\ \times) 0.32 \\ \hline 496 \\ 744 \\ \hline 79.36 \\ \therefore 247.65 \times 0.32 \approx 79. \end{array}$$

近似数乘方、开方的法则和近似数乘除的法则类似.

二、拓展性问题

1. 股票问题

某股民在上星期五买进某种股票 500 股, 每股 60 元, 下表是本周每日该股票的涨跌情况 (单位: 元):

星期	一	二	三	四	五
每股涨跌	+4	+4.5	-1	-2.5	-6

(1) 星期三收盘时, 每股是多少元?

(2) 已知买进股票时付了 1.5% 的手续费, 卖出时需付成交额 1.5% 的手续费和 1% 的交易费. 如果在星期五收盘前将全部股票一次性地卖出, 他的收益情况如何?

答案: (1) 67.5 元; (2) 收益情况是亏损 618.75 元.

2. “24 点” 游戏

规则是: 从一副牌中 (去掉大、小王) 任意抽取 4 张牌, 用上面的数字进行混合运算, 使结果为 24 或 -24. 其中红色代表负数, 黑色代表正数, J, Q, K 分别代表 11, 12, 13.

3. 数形结合解决问题

在中学数学中, 体现数形结合思想的内容较多, 本章学习的数轴是体现数形结合思想的一个有力工具, 利用数轴常可使一些复杂问题变得容易解决. 请利用数轴解决下面的问题.

(1) 当式子 $|x+1| + |x-2|$ 取最小值时, 相应的 x 的取值范围是 _____, 最小值是 _____;

(2) 当式子 $|x-2| + |x-4| + |x-6| + |x-8|$ 取最小值时, 相应的 x 的取值范围是 _____, 最小值是 _____.

答案: (1) $-1 \leq x \leq 2$, 3; (2) $4 \leq x \leq 6$, 8.

VI 评价建议与测试题

一、评价建议

1. 本章的主要内容是有理数的有关概念及其运算. 对于有理数的有关概念, 应考查学生能否举例说明有关概念, 能否从数与形的角度认识这些概念, 能否正确地进行有理数的分类, 是否会求有理数的相反数和绝对值, 是否会比较有理数的大小, 是否会用科学记数法表示一个给定的有理数, 是否会根据精确度的要求表示近似数. 对于有理数的运算, 应考查学生能否准确、熟练地运用法则进行有理数加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算, 是否会用运算律简化运算, 是否会用有理数的运算解决简单的问题.

2. 考查有理数的有关概念与运算, 应注意以下问题:

(1) 对于有理数的有关概念, 不应单纯考查对概念的记忆, 而应将是否能举例说明放在首位.

(2) 对于有理数的运算, 难度不应过大(运算以三步以内为主), 引导学生运用简便方法进行计算, 不应过分追求运算技巧.

3. 在有理数的有关概念与运算的学习过程中, 要关注学生能否通过思考、探究、归纳主动地进行学习.

二、测试题 (时间: 45 分, 满分: 100 分)

(一) 选择题 (每小题 6 分, 共 36 分)

1. 一个数的相反数是它本身, 则该数 ().

- (A) 是 0 (B) 是 1 (C) 是 -1 (D) 不存在

2. 下列各组数中, 互为倒数的是 ().

- (A) -2 与 2 (B) -2 与 $\frac{1}{2}$ (C) -2 与 $-\frac{1}{2}$ (D) -2 与 $|-2|$

3. 两个非零有理数的和为零, 则它们的商 ().

- (A) 是 0 (B) 不能确定 (C) 是 +1 (D) 是 -1

4. 用四舍五入法按要求对 0.050 19 分别取近似值, 其中错误的是 ().

- (A) 0.1 (精确到 0.1) (B) 0.05 (精确到千分位)
(C) 0.05 (精确到百分位) (D) 0.050 2 (精确到 0.000 1)

5. 有下列四个算式: ① $(-5) + (+3) = -8$; ② $-(-2)^3 = 6$; ③ $(+\frac{5}{6}) + (-\frac{1}{6}) = \frac{2}{3}$;

④ $-3 \div (-\frac{1}{3}) = 9$. 其中, 正确的有 ().

- (A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 3 个

6. 在有理数中, 有 ().

- (A) 最大的数 (B) 最小的数
(C) 绝对值最大的数 (D) 绝对值最小的数

(二) 填空题 (每小题 6 分, 共 24 分)

7. 在数 $+8.3$, -4 , -0.8 , $-\frac{1}{5}$, 0 , 90 , $-\frac{34}{3}$, $-|-24|$ 中, _____ 是正数, _____ 不是整数.

8. 数轴上表示数 -5 和表示数 -14 的两点之间的距离是 _____.

9. 用科学记数法表示 $13\ 040\ 000$, 应记作 _____.

10. 用 “ $>$ ” “ $<$ ” “ $=$ ” 号填空:

- (1) -0.02 _____ 1 ; (2) $\frac{4}{5}$ _____ $\frac{3}{4}$;
(3) $-\frac{22}{7}$ _____ -3.14 ; (4) $-(-\frac{3}{4})$ _____ $-[+(-0.75)]$.

(三) 解答题 (每小题 10 分, 共 40 分)

11. 计算:

(1) $\frac{5}{7} \div (-2\frac{2}{5}) - \frac{5}{7} \times \frac{5}{12} - \frac{5}{3} \div 4$; (2) $18 + 32 \div (-2)^3 - (-4)^2 \times 5$.

12. 计算:

(1) $|- \frac{7}{9}| \div (\frac{2}{3} - \frac{1}{5}) - \frac{1}{3} \times (-4)^2$; (2) $|-2\frac{1}{2}| - (-2.5) + 1 - |1 - 2\frac{1}{2}|$.

13. 邮递员骑车从邮局出发, 先向西骑行 2 km 到达 A 村, 继续向西骑行 3 km 到达 B 村, 然后向东骑行 9 km 到达 C 村, 最后回到邮局.

(1) 以邮局为原点, 以向东方向为正方向, 用 1 cm 表示 1 km 画出数轴, 并在该数轴上表示出 A, B, C 三个村庄的位置;

(2) C 村离 A 村有多远;

(3) 邮递员一共骑行了多少千米?

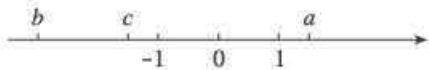
14. 某食品厂从生产的袋装食品中抽出样品 20 袋, 检测每袋的质量是否符合标准, 超过或不足的部分用正数或负数来表示, 记录如下表:

与标准质量的差值/g	-5	-2	0	1	3	6
袋数	1	4	3	4	5	3

这批样品的质量比标准质量多还是少? 多或少几克? 若每袋标准质量为 450 g , 则抽样检测的总质量是多少?

(四) 附加题 (本小题 10 分)

15. 实数 a , b , c 在数轴上的位置如图所示, 化简 $|c| - |a| + |-b| + |-a|$.



(第 15 题)

参考答案

1. A. 本题主要考查相反数的概念.
2. C. 本题主要考查倒数的概念.
3. D. 本题主要考查互为相反数的两个非零数的关系.
4. B. 本题主要考查近似数的概念.
5. C. 本题主要考查有理数的运算.
6. D. 本题主要考查有理数与绝对值的概念. 提示: 有理数中既没有最大的数, 也没有最小的数, 但有绝对值最小的数 0.
7. $+8.3, 90; +8.3, -0.8, -\frac{1}{5}, -\frac{34}{3}$. 本题主要考查有理数的分类.
8. 9. 本题主要考查数轴上两点之间的距离.
9. 1.304×10^7 . 本题主要考查科学记数法.
10. (1) $<$; (2) $>$; (3) $<$; (4) $=$. 本题主要考查有理数大小的比较.
11. (1) $-\frac{85}{84}$; (2) -66 . 本题主要考查有理数的混合运算.
12. (1) $-\frac{11}{3}$; (2) 4.5 . 本题主要考查有理数的混合运算.
13. (1) 略; (2) 6 km ; (3) 18 km . 本题主要考查用有理数的加、减运算解决实际问题的能力.
14. 多; 多 24 g ; 总质量是 $9\ 024 \text{ g}$. 本题主要考查运用有理数的混合运算解决实际问题的能力.
15. $-c-b$. 本题主要考查绝对值的意义及绝对值的化简. 提示: $|c|-|a|+|-b|+|-a|=-c-a+(-b)+a=-c-b$.

人教版®

第八章 整式的加减

I 总体设计

一、本章学习目标

1. 理解单项式、多项式、整式等概念，弄清它们之间的区别与联系。
2. 理解同类项概念，掌握合并同类项的方法，掌握去括号时符号的变化规律，能正确地进行同类项的合并和去括号。在准确判断、正确合并同类项的基础上，进行整式的加减运算。
3. 理解整式中的字母表示数，整式的加减运算建立在数的运算基础上；理解合并同类项、去括号的依据是分配律；理解数的运算律和运算性质在整式的加减运算中仍然成立。
4. 能够分析实际问题中的数量关系，并用含有字母的式子表示出来。

二、本章知识结构框图



三、内容安排

本章的主要内容是列式表示数量关系，整式的有关概念及整式的加减运算。本章内容的编写是在学生已有的用字母表示数以及有理数运算的基础上展开的。整式的加减运算是学习下一章“一元一次方程”的直接基础，也是以后学习整式的乘除、分式和根式运算、方程以及函数等知识的基础，同时也是学习物理、化学等学科及其他科学技术不可缺少的数学工具。

全章包括两节内容。这两节内容都是由章引言中的问题引出的。在章引言中，教科书以2006年正式通车的青藏铁路为背景，根据路程、速度和时间的关系设计了几个问题，解决这些问题要用到用字母表示数、用式子表示数量关系以及对式子进行化简等，为引出单项式、合并同类项及去括号等概念和法则提供实际背景，使学生感受到学习这些概念和运算是实际的需要。

第8.1节“整式”主要介绍单项式、多项式、整式及其相关概念。这些概念是结合实际问题给出的。在引出这些概念的过程中，教科书充分重视与实际问题的联系，从实际情境中抽象出数学概念。本节开始，教科书从章引言中的问题(1)入手，在速度已知的前提下，利用公式“路程=速

度 \times 时间”，首先计算当时间是具体数字时火车所行驶的路程，然后逐步过渡到当时间用字母表示时火车所行驶的路程，这个路程可以用含有字母的式子表示出来。教科书的这种设计，让学生回顾复习小学所学的用字母表示数，感受到式子中的字母表示数，含有字母的式子可以表示实际问题中的数量关系，式子更具有一般性等。接下去，教科书安排了两个用含有字母的式子来表示数量关系的例题，让学生进一步体会用式子简明地表示数量关系。然后设置一个“思考”栏目，通过分析引言与例1中的式子的共同特点给出单项式的概念、单项式的系数和次数的概念等。为了进一步巩固概念，教科书安排了一个例题，例题中包括四个实际问题，要求用单项式解决问题。通过这个例题，在巩固单项式概念的同时，也让学生进一步熟悉分析实际问题中的数量关系，并用单项式表示出来，为学习下一章列方程打基础。有了单项式的概念，教科书在此基础上开始研究多项式的概念。对于多项式概念的引入，教科书采用的方式与单项式概念的引入基本相同。首先设置一个“思考”栏目，通过分析例2中式子的共同特点，教科书给出了多项式的概念，以及多项式的项和次数的概念等。为了进一步熟悉多项式的概念，教科书给出一个例题，要求用多项式表示问题中的数量关系，然后根据字母的取值进行计算。

第8.2节“整式的加减”是在学习合并同类项和去括号的基础上，研究整式加减的运算法则。本节内容的编写充分重视了“数式通性”，是在有理数运算的基础上，通过类比来研究整式的加减运算法则。本节开始首先研究了同类项的概念和合并同类项的方法。教科书从章前引言中的问题(2)出发，通过分析这个实际问题中的数量关系，列出式子 $100t+252t$ ，化简这个式子需要合并同类项，这样教科书就通过实际问题引出了对合并同类项内容的讨论。接下去，教科书设置“探究”栏目，栏目中包括两个问题，第一个问题是关于有理数的运算，实际上是在式子 $100t+252t$ 中，当 t 取2和-2时的算式，计算这两个算式可以利用分配律，这为解决实际问题(2)提供方法上的引导。问题(2)要求根据问题(1)中的方法化简式子 $100t+252t$ ，由于这个式子中的字母 t 表示数，问题(1)和问题(2)中的式子有相同的结构，这样，教科书通过分析算式与含有字母的式子的结构，通过与数的运算进行对比，引出了合并同类项的方法，即利用分配律合并同类项。至此，教科书对同类项的讨论只涉及一次的情形，重点引出了合并同类项的依据，为更一般的同类项的合并提供方法上指导。对于一般的同类项的合并，教科书设置了一个“探究”栏目，要求类比前面所研究关于式子 $100t+252t$ 的化简，讨论更一般的同类项（例如多项式中的项的次数高于1，字母不止一个等）的合并，并结合这个“探究”栏目，讨论了同类项的特点，给出同类项的概念。之后，教科书采用与数进行类比的方式，讨论了利用交换律、结合律、分配律将多项式中的同类项进行合并，进一步体现了“数式通性”。与合并同类项一样，去括号也是整式加减的基础，教科书在充分讨论合并同类项后，研究去括号的内容。教科书从章引言的问题(3)出发，利用速度、时间和路程的关系，在已知速度和时间的前提下，列出表示路程的式子 $100u+120(u-0.5)$ 和 $100u-120(u-0.5)$ ，这两个式子都带有括号，化简它们首先需要去括号，这样教科书就结合一个实际例子引出了对去括号的探讨。类比着数的运算，分析去括号前后各项符号的变化情况，就可以得到去

括号的符号变化规律. 研究了合并同类项和去括号的内容, 就可以学习整式的加减运算法则. 接下去, 教科书通过几个具体例子给出了整式加减运算的法则.

四、课时安排

本章教学时间约需 9 课时, 具体分配如下 (仅供参考):

8.1 整式	约 3 课时
8.2 整式的加减	约 4 课时
数学活动	
小结	约 2 课时

五、编写本章时考虑的问题

1. 注意与小学相关内容的衔接

本章学习了整式的有关概念和整式的加减运算, 教科书将这些内容的编写与列出整式表示数量关系密切联系起来, 而用整式表示数量关系是建立在用字母表示数的基础之上的. 在小学, 学生已经学过用字母表示数、简单的列式表示实际问题中的数量关系和简易方程等, 这些知识是学习本章的直接基础. 因此本章编写时, 充分注意与这些内容的联系, 在整理小学相关内容的基础上进行编写. 例如, 在本章第 8.1 节的一开始, 教科书就提出问题“列车在冻土地段行驶时, 2 h 行驶的路程是多少? 3 h 呢? t h 呢?”, 这个问题实际上让学生经历了一个由数到式的过程, 体现了用字母表示数的意义, 使学生感受到式子中的字母表示数, 为下面继续学习用式子表示数量关系提供思考方法上的引导. 另外, 列式表示数量关系要用到许多小学学过的内容, 例如面积、体积公式. 因此, 在第 8.1 节的编写中, 通过多举例子复习用字母表示数, 并注意这个复习不是简单的重复, 而是在复习的基础上有所提高, 让学生充分体会字母的含义, 逐渐熟悉用式子表示数量关系, 理解字母可以像数一样进行运算, 为学习整式的加减运算打好基础.

2. 加强与实际的联系

在解决实际问题时, 似乎遇到的都是具体的数字, 但在数字运算的背后, 却隐含着式的运算. 因此本章编写时, 加强了与实际的联系, 无论是概念的引出, 还是运算法则的探讨, 都是紧密结合实际问题展开的. 例如, 本章的章引言, 以青藏铁路为背景提出三个问题, 这三个问题实际上是引出了本章将要讨论的主要问题. 在讨论单项式的概念时, 教科书从章引言的实际问题 (1) 出发, 引出用字母表示数, 指出用含有字母的式子可以表示实际问题中的数量关系, 接着, 教科书安排了两个用含有字母的式子来表示数量关系的例题, 一方面让学生进一步理解用字母表示数的意义, 另一方面可以引出单项式与多项式的概念. 再比如, 在学习整式加减运算时, 对于合并同类项和去括号这两个进行整式加减运算的基础, 教科书也是紧密结合实际问题展开的. 对于同类项的概念和合并同类项的方法, 教科书是结合着章引言中的实际问题 (2) 引出的; 对于去括号, 教科书是结合着章引言中的实际问题 (3) 引出的. 另外, 在本章的例题和习题中, 也设计了大量的实际问题.

这些实际问题选材广泛，有的选自于工农业生产，有的是与学生生活密切联系，也有反映社会进步的，等等。教科书的这种编写方式，可以让学生充分感受所学知识与实际的联系，体会由实际问题抽象出数学问题的过程，培养学生利用数学解决实际问题的能力。

3. 类比数学习式，加强知识的内在联系，重视数学思想方法的渗透

整式可以简明地表示实际问题中的数量关系，它比只有具体数字表示的算式更有一般性。整式中的字母表示数，这使得关于整式的运算与数的运算具有一致性，因此可以说整式的运算是建立在数的运算基础之上的，式的运算更具有一般性，数的运算是式的运算的特殊情形。学生已经学习了有理数的运算，能够运用有理数的运算法则和运算律进行运算，因此本章编写时，充分注意了与数的运算相联系，类比着数的运算，在数的运算的基础上探求整式加减运算的法则和规律。例如，在学习合并同类项法则时，教科书通过一个“探究”栏目，将数的运算和式的运算对照起来。先让学生进行数的运算 $100 \times 2 + 252 \times 2$ 和 $100 \times (-2) + 252 \times (-2)$ ，在计算的过程中，重点思考进行运算的依据，然后，引导学生利用这个依据，探讨关于式 $100 \times t + 252 \times t$ 的运算。式子中的字母表示数，因此可以用关于数的运算法则和运算律对式子进行变形和化简。对于类比数的运算来学习式的运算，教科书是非常强调的，在可以进行类比的地方基本都提出明确要求。比如，在研究去括号时，教科书提出如下问题“上面的式子①②都带有括号，类比数的运算，它们应如何化简？”因此，本章编写加强了数的运算与式的运算之间的联系，利用学生所熟悉的数的运算来学习式的运算，充分利用类比的思想方法，体现“数式通性”，促使学生的学习形成正迁移。

4. 加大探索空间，发展思维能力

给学生留出探索交流的空间，培养学生的探究能力和创新精神是本套教科书的一个编写特点。为此，教科书在正文中专门设置了“思考”“探究”和“归纳”的栏目，力求使得数学结论的获得是通过学生思考、探究等活动而得出的。此外，教科书也设计了“数学活动”“课题学习”等专栏，为学生提供更多的探索的空间。本章编写时，结合本章内容的特点，在为学生提供探索空间、发展学生的思维能力方面做了积极努力，无论是对于概念的获得，还是运算法则的研究，教科书都充分注意为学生创造探索空间。例如，对于本章的两个主要概念单项式和多项式，教科书改变了以往直接给出概念的做法，而是设计了一个由学生探索得出结论的过程。以单项式为例，教科书要求学生分析一些式子的共同特点，得到单项式的概念。这个过程让学生经历形成概念的探索过程，对单项式概念会有更深入的理解。再比如，对于运算法则的获得，教科书也给学生留出了较大的探索空间。以研究合并同类项法则为例，教科书强调类比数的运算来研究式的运算。教科书通过设置“探究”栏目，将这个类比的过程留给学生，让学生找到数的运算与式的运算的相同之处，通过类比得到合并同类项的方法，同时也理解了合并同类项的依据。总之，这样的一种编写方式为学生提供了更加广阔的探索空间，发展学生的思维能力，有效改变学生的学习方式。因此，教学中要注意改进教学方式，充分相信学生，尽可能为学生留出探索的空间，发挥学生学习的主动性和积极性，培养学生的创新精神和自学意识。

六、对本章教学的建议

1. 加强式与数的类比教学

在前面介绍本章的编写特点时，我们谈到本章编写注意加强式与数的类比，体现“数式通性”，利用学生熟悉的有关数的运算来学习整式的运算。根据教科书的这个编写特点，在整式运算的教学中要强调通过类比的思想方法学习式的运算，理解数的运算性质和运算律在式的运算中仍然成立，体会“数式通性”。通过对数与式运算的分析，使学生理解认识事物的过程是由特殊（具体）到一般（抽象），又由一般（抽象）到特殊（具体），在不断重复中得到提高，培养学生初步的辩证唯物主义观点。通过数与式之间的联系，体现数学知识间具体与抽象的内在联系和数学的内在统一性。

2. 重视培养学生列式表示数量关系的能力

加强与实际的联系是本章编写的一个特点，对于本章重点概念（如单项式、多项式的概念）的引出，以及运算法则（如整式加减运算法则）的探讨，都是紧密结合实际问题展开的，可以说实际问题贯穿于全章内容的始终。教科书的这种编写方式，一方面可以让学生体会整式的概念和整式的加减运算来源于实际，是实际的需要，同时也可以让学生看到整式及其加减运算在解决实际问题中所起的作用，感受由实际问题抽象出数学问题的过程，体会整式比数字更具一般性的道理。另外，从实际问题所隐含的数量关系看，基本上是学生比较熟悉的，比如有速度、路程和时间的关系，有单价、数量和总价的关系，有三角形、正方形、长方形、圆等平面图形的周长、面积，以及正方体、长方体、圆柱等几何体的表面积、体积，等等。教科书选择具有这些学生熟悉的数量关系的实际问题，一个主要的目的是让学生经历分析实际问题中的数量关系，并用整式表示出来的过程，为下一章一元一次方程的学习打下基础。因此，教学时，要充分发挥实际问题的作用，结合实际问题学习单项式、多项式等概念以及整式加减运算法则等，引导学生分析实际问题中数量关系，培养学生列式表示数量关系的能力，逐步让学生养成善于利用数学解决实际问题的习惯。

3. 抓住重点、加强练习，打好基础

合并同类项和去括号是进行整式加减的基础，它们是本章的重点。整式的加减主要是通过合并同类项把整式化简。熟练进行合并同类项，必须抓好三个关键环节的教学。首先，要使学生掌握同类项的概念，会辨别同类项，准确地掌握判断同类项的两条标准（字母和字母指数）；其次，要明确合并同类项的含义是把多项式中同类项合并成一项，经过合并同类项，多项式的项数会减少，这样多项式就得到了简化；最后，要使学生明确“合并”是指同类项的系数的相加，把得到的结果作为新的系数，要保持同类项的字母和字母的指数不变。去括号是对多项式变形，学习去括号时，括号中符号的处理是教学的难点，也是学生容易出错的地方，掌握去括号的关键是让学生理解去括号。对于合并同类项和去括号等重点内容，教学中可以适当加强练习，使学生熟练掌握整式加减的运算法则，为今后的学习打下基础。

II 教材分析

[1] 这是第 8.1 节的引入问题.

[2] 这是第 8.2 节合并同类项的引入问题.

[3] 这是第 8.2 节去括号的引入问题.

[4] 章前图是一张奔驰在青藏铁路线上的列车的照片, 这张照片是章引言的背景图. 在背景图上有一个线段图, 此图有助于分析章引言中几个问题中的数量关系. 背景图上还有三个根据章引言中的问题所列出的式子, 怎样化简这些式子是本章将要研究的问题.

第八章 整式的加减

青藏铁路上, 在格尔木到拉萨之间有一段很长的冻土地段. 列车在冻土地段, 非冻土地段的行驶速度分别是 100 km/h 和 120 km/h . 请根据这些数据回答下列问题.

(1) 列车在冻土地段行驶时, 2 h 行驶的路程是多少? 3 h 呢? $t \text{ h}$ 呢? [1]

(2) 在西宁到拉萨路段, 列车通过非冻土地段所需时间是通过冻土地段所需时间的 2.1 倍. 如果通过冻土地段需要 $t \text{ h}$, 能用含 t 的式子表示这段铁路的全长吗? [2]

(3) 在格尔木到拉萨路段, 列车通过冻土地段比通过非冻土地段多用 0.5 h . 如果通过冻土地段需要 $x \text{ h}$, 则这段铁路的全长可以怎样表示? 冻土地段与非冻土地段相差多少千米? [3]

在小学, 我们学过用字母表示数, 知道可以用字母或含有字母的式子表示数和数量关系. 这样的式子在数学中有重要作用. 在本章, 我们将学习整式及其加减运算, 进一步认识含有字母的数学式子, 并为一元一次方程后续内容的学习打下基础.



1. “整式的加减”是“数与代数”的重要内容. 在初中, 关于式的内容主要研究整式、分式和二次根式等. 关于整式, 主要研究整式的加、减、乘、除运算. 对于整式的这四种运算, 本套教科书分为两章安排, 本章是整式运算的第一章, 主要研究整式的加减运算, 关于整式的乘除运算, 安排在八年级上册的“第二十一章 整式的乘法与因式分解”一章中.

2. 整式的加减运算是本章的主要内容, 重点

是运算法则, 学习本章的关键是要与数的运算进行比较, 类比数的加减运算法则和运算律来学习整式的加减运算, 理解“数式通性”.

3. 本章内容是紧密结合实际问题展开的, 从单项式、多项式等概念的引入, 到合并同类项、去括号等法则的学习都离不开实际问题. 教科书的这种设计, 目的是培养学生分析实际问题中的数量关系并列式表示这些数量关系的能力, 为下一章一元一次方程的学习打好基础.

[1] 这种表示方法学生在小学已经有所接触，这里以旁注的方式给出，教学时要注意复习，使学生熟悉这种表示方法。

8.1 整式

我们来看本章引言中的问题(1)。

列车在冻土地段的行驶速度是 100 km/h ，根据速度、时间和路程之间的关系

$$\text{路程} = \text{速度} \times \text{时间}，$$

列车 2 h 行驶的路程(单位: km) 是

$$100 \times 2 = 200，$$

3 h 行驶的路程(单位: km) 是

$$100 \times 3 = 300，$$

$t \text{ h}$ 行驶的路程(单位: km) 是

$$100 \times t = 100t. \quad \textcircled{1}$$

在式子①中，我们用字母 t 表示时间，用含有字母 t 的式子 $100t$ 表示路程。

下面，我们再来看几个用含有字母的式子表示数量关系的问题。

例 1 (1) 苹果原价是每千克 p 元，按 8 折优惠出售，用式子表示现价；

(2) 某产品前年的产量是 n 件，去年的产量是前年产量的 m 倍，用式子表示去年的产量；

(3) 一个长方体包装盒的长和宽都是 $a \text{ cm}$ ，高是 $h \text{ cm}$ ，用式子表示它的体积；

(4) 用式子表示数 n 的相反数。

解：(1) 现价是每千克 $0.8p$ 元；

(2) 去年的产量是 mn 件；

(3) 由长方体的体积 = 长 \times 宽 \times 高，得这个长方体包装盒的体积是 $a \cdot a \cdot h \text{ cm}^3$ ，即 $a^2h \text{ cm}^3$ ；

(4) 数 n 的相反数是 $-n$ 。

在含有字母的式子中如果出现数字，通常将数字写作“-”或省略不写，例如， $100 \times t$ 可以写成 $100 \cdot t$ 或 $100t$ 。[1]

1. 单项式与多项式的概念是本节的重点。教科书从用字母表示数出发，列出式子表示一些实际问题中的数量关系，然后分析这些式子的特点，给出单项式与多项式的概念。

2. 首先，教科书从章引言中的第(1)个问题出发，利用学生熟悉的速度、时间和路程的关系，在速度一定的前提下，求时间分别为 2 h ， 3 h 和 $t \text{ h}$ 时列车所行驶的路程，让学生经历由数到用字母表示数的过程。这个过程起着承上启下

的作用，一方面回顾了小学学过的用字母表示数，另一方面也为下面用式子表示数量关系做好方法上的引导。

3. 教科书在例 1 与例 2 中给出八个实际问题，这些实际问题的背景是学生熟悉的，其中所蕴含的数量关系也比较简单，设计这些例题的目的是让学生分析这些实际问题中的数量关系，列出含有字母的式子表示这些数量关系，进一步体会字母表示数的作用。这些式子也被用来引出单

例 2 (1) 一条河的水流速度是 2.5 km/h ，船在静水中的速度是 $v \text{ km/h}$ ，用式子表示船在这条河中顺水行驶和逆水行驶时的速度；

(2) 买一个篮球需要 x 元，买一个排球需要 y 元，买一个足球需要 z 元，用式子表示买 3 个篮球、5 个排球、2 个足球共需要的钱数；

(3) 如图 8.1-1 (图中长度单位: cm)，用式子表示三角尺的面积；



图 8.1-1



图 8.1-2

(4) 图 8.1-2 是一所住宅的建筑平面图 (图中长度单位: m)，用式子表示这所住宅的建筑面积。

分析: (1) 船在河流中行驶时，船的速度需要分两种情况讨论：

顺水行驶时，船的速度 = 船在静水中的速度 + 水流速度；

逆水行驶时，船的速度 = 船在静水中的速度 - 水流速度。^[1]

解: (1) 船在这条河中顺水行驶的速度是 $(v+2.5) \text{ km/h}$ ，逆水行驶的速度是 $(v-2.5) \text{ km/h}$ 。

(2) 买 3 个篮球、5 个排球、2 个足球共需要 $(3x+5y+2z)$ 元。

(3) 三角尺的面积等于三角形的面积减去圆的面积。根据图中的数据，得三角形的面积是 $\frac{1}{2}ab \text{ cm}^2$ ，圆的面积是 $\pi r^2 \text{ cm}^2$ ，因此三角尺的面积 (单位: cm^2) 是 $\frac{1}{2}ab - \pi r^2$ 。

(4) 住宅的建筑面积等于四个长方形面积的和。根据图中标出的尺寸，可得这所住宅的建筑面积 (单位: m^2) 是 $x^2 + 2x + 18$ 。

从上面的例子可以看出，用字母表示数，字母和数一样可以参与运算，可以用式子把数量关系简明地表示出来。

[1] 船在河流中行驶时，由于水流本身有速度，船的实际速度要受到水流速度的影响。学生第一次接触这两个关系式，教学时要注意引导学生理解它们的含义。

项式与多项式的概念

4. 分析引言与例 1 中所列出的式子

$$100t, 0.8p, mn, a^2h, -n,$$

可以看出，这些式子含有的字母不同，字母的个数不同，次数也不相同，这为概括单项式的概念做好铺垫。教科书通过分析这些式子的共同特点给出单项式的概念，并给出系数、次数等相关的概念。

5. 教学时，可以引导学生一同分析上述各

个式子，指出各式的共同特点：

$100t$ 是 100 与 t 的乘积；

$0.8p$ 是 0.8 与 p 的乘积；

mn 是 m 与 n 的乘积；

a^2h 是 a, a, h 的乘积；

$-n$ 可以看成是 $(-1) \times n$ ，是 -1 和 n 的乘积。

积。

6. 教科书只介绍数字系数，不涉及字母系数，教学时只要求学生掌握“单项式中的数字因



练习答案

1. $4.8m$ 元.
2. $\pi r^2 h$.
3. $(am+bn)$ kg.
4. (a^2-b^2) mm².

练习

1. 某种商品每盒 3.5 元, 在一个月内的销售量是 m 盒, 用式子表示在这个月内销售这种商品的收入.
2. 圆柱体的底面半径、高分别是 r 、 h , 用式子表示圆柱体的体积.
3. 有两片棉田, 一片有 m hm² (公顷, 1 hm² = 10⁴ m²), 平均每公顷产棉花 a kg; 另一片有 n hm², 平均每公顷产棉花 b kg, 用式子表示两片棉田上棉花的总产量.
4. 在一个大正方形铁片中挖去一个小正方形铁片, 大正方形的边长是 a mm, 小正方形的边长是 b mm, 用式子表示剩余部分的面积.



思考

我们来看引言与例 1 中的式子

$$100r, 0.8p, mn, a^2h, -a.$$

这些式子有什么特点?

这些式子都是数或字母的积, 像这样的式子叫做单项式 (monomial), 单独的一个数或一个字母也是单项式.

单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数 (coefficient), 例如, 单项式 $100r$, a^2h , $-a$ 的系数分别是 100, 1, -1 . 单项式表示数与字母相乘时, 通常把数写在前面.

一个单项式中, 所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数 (degree of a monomial), 例如, 在单项式 $100r$ 中, 字母 r 的指数是 1, $100r$ 的次数是 1; 在单项式 a^2h 中, 字母 a 与 h 的指数的和是 3, a^2h 的次数是 3.

对于单独一个字母的积, 规定它的次数为 0.

例 3 用单项式填空, 并指出它们的系数和次数:

- (1) 每包书有 12 册, x 包书有 _____ 册;
- (2) 底边长为 a cm, 高为 h cm 的三角形的面积是 _____ cm²;
- (3) 棱长为 a cm 的正方体的体积是 _____ cm³;
- (4) 一台电视机原价 b 元, 现按原价的 9 折出售, 这台电视机现在的售价是 _____ 元;

56 第八章 整式的加减

数叫做这个单项式的系数”就可以了.

应强调系数包括前面的符号, 例如 $-7xy^2$ 的系数是 -7 , 而不是 7.

对于只含字母因数的单项式, 它们的系数是 1 或 -1 .

7. 单项式的次数是指式子中所有的字母的指数的和, 而且仅仅与字母有关.

8. 例 3 是用单项式表示数量关系, 并复习巩固单项式的系数与次数的概念.

9. 分析例 2 中所列出的式子, 可以看出, 它们都可以看成是几个单项式的和, 由此给出多项式的概念.

10. 多项式的项是单项式, 对每个单项式来说都有系数, 因此, 多项式的每一项都有系数, 但对常数项不说系数, 对多项式来说, 没有系数的概念.

11. 多项式的每一项都有次数, 在比较各项次数的基础上, 教科书给出了多项式的次数的概

(5) 一个长方形的长是 $0.9m$ ，宽是 b ，这个长方形的面积是 $\underline{\hspace{2cm}} m^2$ 。

解：(1) $12a$ ，它的系数是 12 ，次数是 1 ；

(2) $\frac{1}{2}ab$ ，它的系数是 $\frac{1}{2}$ ，次数是 2 ；

(3) a^3 ，它的系数是 1 ，次数是 3 ；

(4) $0.9b$ ，它的系数是 0.9 ，次数是 1 ；

(5) $0.9b$ ，它的系数是 0.9 ，次数是 1 。

用字母表示数后，同一个式子可以表示不同的含义。例如，在例 3 的第 (4) (5) 小题中， $0.9b$ 既可以表示电视机的售价，又可以表示长方形的面积，当然它还可以表示更多的含义，你能赋予 $0.9b$ 一个含义吗？

练习

1. 填表：

单项式	$2a^3$	$-1.2a$	xy^2	$-a^2$	$-\frac{2}{3}y$
系数					
次数					

2. 填空：

(1) 全校学生总数是 x ，其中女生人数占总数的 65% ，则女生人数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，男生人数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 一辆长途汽车从乡村出发， 2 h 后到达距出发地 a km 的某城镇，这辆长途汽车的平均速度是 $\underline{\hspace{2cm}}$ km/h；

(3) 产量由 m kg 增长 10% ，就达到 $\underline{\hspace{2cm}}$ kg。



思考

我们来看例 2 中的式子

$$x+2.5, x-2.5, 3x+5y+2z, \frac{1}{2}ab-3a^2, x^2+2x+18,$$

这些式子有什么特点？

[1] 同一个式子可以表示不同的含义，教学时，可以结合这个例子让学生有所体会。



练习答案

1. 表中第 1 行分别填写：

$$2, -1.2, 1, -1, -\frac{2}{3};$$

表中第 2 行分别填写：

$$2, 1, 3, 2, 2.$$

2. (1) $0.48x$ ，

$$x-0.48x;$$

$$(2) \frac{s}{3};$$

$$(3) (m+0.1m).$$

念。多项式的次数是多项式中次数最高项的次数。单项式、多项式、多项式的项都有次数，教学中，要注意使学生理解它们之间的联系与区别。

12. 根据加法交换律交换多项式的项的位置，没有改变多项式的值。例如，

$$x^3+5x-6-4x^2$$

可以按照各项次数由高到低降幂排列，写成 x^3-4x^2+5x-6 ，也可以按照各项次数由低到升幂排

列，写成 $-6+5x-4x^2+x^3$ 。对于多项式的排列，教科书是在下一节讨论合并同类项时以一个旁注的方式给出的。教学时可以根据学生的实际情况作简单的介绍。

13. 在教学多项式的概念时，要注意和单项式的概念进行比较，通过比较两者之间的相同点和不同点，掌握两个概念之间的联系与区别，突出概念的本质，帮助学生理解多项式的概念，以及多项式的项和次数等概念。

[1] $v+2.5$ 的项分别是 v , 2.5 , 次数是 1.

$3x+5y+2z$ 的项分别是 $3x$, $5y$ 和 $2z$, 次数是 1.

$\frac{1}{2}ab-\pi r^2$ 的项分别是 $\frac{1}{2}ab$ 和 $-\pi r^2$, 次数是 2.

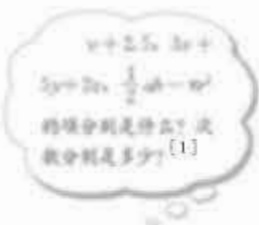
这些式子都可以看作几个单项式的和. 例如, $v-2.5$ 可以看作单项式 v 与 -2.5 的和, $x^2+2x+18$ 可以看作单项式 x^2 , $2x$ 与 18 的和.

像这样, 几个单项式的和叫做多项式 (polynomial). 其中, 每个单项式叫做多项式的项 (term), 不含字母的项叫做常数项 (constant term). 例如, 多项式 $v-2.5$ 的项是 v 与 -2.5 , 其中 -2.5 是常数项; 多项式 $x^2+2x+18$ 的项是 x^2 , $2x$ 与 18 , 其中 18 是常数项.

多项式中, 次数最高项的次数, 叫做这个多项式的次数 (degree of a polynomial). 例如, 多项式 $v-2.5$ 中次数最高项是一次项 v , 这个多项式的次数是 1; 多项式 $x^2+2x+18$ 中次数最高项是二次项 x^2 , 这个多项式的次数是 2.

单项式与多项式统称为整式 (integral expression). 例如, 上面见到的单项式 $100t$, $0.8p$,

mn , a^2h , $-n$, 以及多项式 $v+2.5$, $v-2.5$, $3x+5y+2z$, $\frac{1}{2}ab-\pi r^2$, $x^2+2x+18$ 等都是整式.



例 4 如图 8.1-3, 用式子表示圆环的面积. 当 $R=15\text{ cm}$, $r=10\text{ cm}$ 时, 求圆环的面积 (π 取 3.14).

解: 外圆的面积减去内圆的面积就是圆环的面积, 所以圆环的面积是 $\pi R^2 - \pi r^2$.

当 $R=15\text{ cm}$, $r=10\text{ cm}$ 时, 圆环的面积 (单位: cm^2) 是

$$\begin{aligned}\pi R^2 - \pi r^2 &= 3.14 \times 15^2 - 3.14 \times 10^2 \\ &= 392.5.\end{aligned}$$

这个圆环的面积是 392.5 cm^2 .



图 8.1-3

练习答案

- (1) $2a + 2b$, ab , 10 , 6 .
- (2) $\frac{(a+b)h}{2}$, 15 .

练习

1. 填空:

- a , b 分别表示长方形的长和宽, 则长方形的周长 $l = \underline{\hspace{2cm}}$, 面积 $S = \underline{\hspace{2cm}}$. 当 $a=2\text{ cm}$, $b=3\text{ cm}$ 时, $l = \underline{\hspace{2cm}}\text{ cm}$, $S = \underline{\hspace{2cm}}\text{ cm}^2$.
- a , b 分别表示梯形的上底和下底, h 表示梯形的高, 则梯形的面积 $S = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 教科书在给出单项式和多项式的概念后, 给出了整式的概念.

15. 例 4 是一个实际问题, 其中涉及列多项式表示数量关系, 以及求多项式的值等内容. 对于求多项式的值, 教科书没有安排专门的例题, 但在例 4 中已经有了这方面的要求, 在练习和习题当中也涉及这个内容. 因此教学时, 要注意引导学生理解求代数式的值的含义.

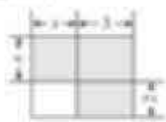
16. 本小节主要研究了单项式和多项式的概

念, 并给出了整式的概念. 这些概念是学习下一节整式的加减运算的基础. 本节教学的重点是使学生理解这些概念. 对这些概念的教学要紧密切合实际问题, 引导学生分析实际问题中的数量关系, 培养学生用整式表示数量关系以及解决实际问题的能力.

_____，当 $a=2\text{ cm}$ ， $b=4\text{ cm}$ ， $c=5\text{ cm}$ 时， $S=$ _____ cm^2 。

2. 用整式填空，指出单项式的次数以及多项式的次数和项：

- (1) 每袋大米 5 kg ， x 袋大米 () kg ；
 (2) 如图 (图中长度单位， cm)，阴影部分的面积是 () m^2 ；
 (3) 体质量 $x\text{ kg}$ 增加了 2 kg 后是 () kg 。



(第 2(2) 题)

练习答案

2. (1) $5x$ ，单项式，次数为 1；
 (2) $x^2 + 3x + 6$ ，多项式，它的项是 x^2 ， $3x$ 和 6 ，次数是 2；
 (3) $x + 2$ ，多项式，它的项是 x 和 2 ，次数为 1。

习题 8.1

复习巩固

1. 列式表示：

- (1) 棱长为 $a\text{ cm}$ 的正方体的表面积。
 (2) 每件 a 元的上衣，降价 20% 后的售价是多少元？
 (3) 一辆汽车的行驶速度是 $a\text{ km/h}$ ， $t\text{ h}$ 行驶多少千米？
 (4) 长方形绿地的长、宽分别是 $a\text{ m}$ ， $b\text{ m}$ ，如果长增加 $x\text{ m}$ ，新增加的绿地面积是多少平方米？

2. 列式表示：

- (1) 温度由 $t^\circ\text{C}$ 上升 5°C 后是多少？
 (2) 两车同时、同地、同向出发，快车的行驶速度是 $a\text{ km/h}$ ，慢车行驶速度是 $b\text{ km/h}$ ， $t\text{ h}$ 后两车相距多少千米？
 (3) 某种苹果的售价是每千克 x 元 ($0 < x < 10$)，用 50 元买 5 kg 这种苹果，应找回多少钱？
 (4) 如图 (图中长度单位， cm)，钢管的体积是多少？



(第 2(4) 题)

3. 填表：

整式	$-13ab$	$4a^2b$	$\frac{3x^2y}{5}$	$4x^2-2$	$a^2-2a^2b^2+b^2$
系数					
次数					
项					

综合应用

4. 测得一种树苗的高度和树苗生长的年数的有关数据如下页表 (树苗原高 100 cm)，

习题 8.1

1. “复习巩固”层次安排了 3 个题目。第 1, 2 两题都是列式表示实际问题的数量关系，第 1 题列出的式子都是单项式，第 2 题列出的式子都是多项式，这两道题分别是为复习巩固列式表示数量关系设计的。

第 3 题是填表格，是为复习巩固单项式的系数与次数和多项式的次数与项数等概念而设

计的。

2. “综合运用”层次安排了 3 个题目。第 4 题是用式子表示数量关系。第 5, 6 题既包括列整式表示数量关系，也包括求式子的值的问题，这两道题可以和例 4 呼应起来。

3. “拓广探索”层次安排了 3 个题目。第 7 题是用整式表示偶数和奇数。第 8 题是寻找规律并用整式表示规律的题目。第 9 题是与列式子表示数量相关的一个密码问题，具有趣味性和开放

[1] 这里把 I am a student 写成 L dp d vwxghqw, 是按某种规律“加密”, 而 $x-3$ 是“解密”的“密钥”。“加密”时是把一个字母换成字母表中这个字母后面的第 3 个字母,“解密”时则是把一个字母换成字母表中这个字母前面的第 3 个字母。

年数	高度/cm
1	$100+5$
2	$100+10$
3	$100+15$
4	$100+20$
.....

前四年树苗高度的变化与年数有什么关系? 假设以后各年树苗高度的变化与年数保持上述关系, 用式子表示出第 n 年的树苗的高度。

2. 礼堂里 1 排有 n 个座位, 后面每排都比前一排多一个座位, 第 2 排有多少个座位? 第 3 排呢? 用式子表示第 n 排的座位数, 如果第 1 排有 20 个座位, 计算第 10 排的座位数。

3. 一块三角尺的形状和尺寸如图所示, 如果圆孔的半径是 r , 三角尺的厚度是 h , 用式子表示这块三角尺的体积 V , 若 $a=6\text{ cm}$, $r=0.5\text{ cm}$, $h=0.2\text{ cm}$, 求 V 的值 (π 取 3)。



(第 4 题)

拓广探索

7. 设 n 表示任意一个整数, 用含 n 的式子表示:

- (1) 任意一个偶数; (2) 任意一个奇数。

8. 3 个球队进行单循环比赛 (参加比赛的每一个队都与其他所有的队各赛一场), 总的比赛场数是多少? 4 个队呢? 5 个队呢? n 个队呢?

9. 对于密码 L dp d vwxghqw, 你能看出它代表什么意思吗? 如果给你一把破译它的“钥匙” $x-3$, 联想英语字母表中字母的顺序, 你再试试能不能破译它, 英语字母表中字母是按以下顺序排列的:

a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z

如果规定 x 又排在 x 的后面, 使 26 个字母排成圈, 并记想到 $x-3$ 可以代表“把一个字母换成字母表中从它向前移了 3 位的字母”, 照这个规律就有

L dp d vwxghqw \rightarrow I am a student. [1]

这样你就能破译它的意思了。

为了保密, 许多情况下都要采用密码, 这时就需要有破译密码的“钥匙”, 上面的例子中, 如果写和破译密码的双方事先约定了作为“钥匙”的式子 $x-3$ 的含义, 那么他们就可以用一种保密方式通信了, 你和同伴不妨也利用数学式子来制定一种类似的“钥匙”, 并互相合作, 通过游戏试试如何进行保密通信。



(第 9 题)

性, 学生可以动手尝试. 这道题所涉及的数学内容并不复杂, 只是用式子 $x-3$ 作为“密钥”, 体会一下用式子这种符号形式表示某种事先规定好的规则的作用.

阅读与思考



数字 1 与字母 X 的对话

1: 数学是由数产生的, 数才是数学王国的高层主人。

X: 我是字母, 我当然不是具体的数, 但是可以表示各种各样的数, 我可以代表你 1, 也可以代表其他数。

1: 由我们数组成的式子有确切的大小, 例如, 人们一见到 $1+2$ 就知道是 1 与 2 的和, 那么, 你们字母能这样做吗?

X: 由我们字母的式子进行运算和推理对其有一致性, 例如, $x+y$ 可以表示任何两个数的和, 包括 $1+2$, $x+y=y+x$ 能表示任何两数相加时都可以交换顺序, 即加法交换律。

1: 人们解决实际问题时, 必须根据已知的具体数字进行计算, 而字母有什么用呢?

X: 在解决实际问题时, 用字母表示未知数, 把字母列入算式(方程), 能更方便地表示数量关系, 数和字母一起运算会使问题的解法更简单。

1: 数是人们经过长期实践创造出来的, 并建立了专门研究数及其运算的学科——算术, 你们字母行吗?

X: 随着实践的发展, 人们发现只有算术还不够, 用字母表示数会起到更大的作用, 于是产生了代数这门学科, 它首要研究的就是用字母表示的式子的运算法则和方程的解法, 从算术发展到代数是数学的一大进步。

1: 算术几乎是伴随着人类社会实践活动的产生和发展而逐渐形成的, 它有着非常悠久的历史, 代数有怎样的历史呢?

X: 代数的历史可以追溯到约 3000 年前的古埃及和古巴比伦时期, 那时就有了代数的萌芽, 到了公元 3 世纪, 代数在希腊获得显著的发展, 其代表人物是被称为代数学鼻祖的丢番图, 之后, 印度的代数发展很快, 同时, 阿拉伯地区的代数研究取得很大进展, 其中著名的代表作是数学家阿尔-花拉子米于公元 820 年所发表的《代数学》(这本书的拉丁文译本取名《对消与还原》), 这本书第一次提出了这门学科的名称。



第八章 整式的加减 61

阅读与思考

这个选学栏目以拟人化的形式, 通过“数字 1 和字母 X 的对话”, 介绍了用字母表示数的作用, 说明由算术到代数是数学的一大进步。“用字母表示数”这种符号化的表示给数学的发展带来很大方便。

人们的学习通常是从认识具体的数开始的, 随着学习的深入, 抽象化必然会出现, 用字母表

示数是认识上的飞跃, 这种抽象化更接近本质, 同时也能有效地使用数学工具解决问题。

安排这个选学内容, 有助于学生认识数学的发展需要抽象化, 符号加深了数学的抽象化程度, 让学生适当了解数学的发展过程, 有助于增加学习数学的兴趣, 扩大知识面, 受到数学的历史和文化的熏陶, 提高数学修养。

[1] 这里明确指出“类比数的运算”，教学中要注意落实，使学生体会“数式通性”。

[2] 这两个式子是 $100t+252t$ 当 t 取 2 和 -2 时的算式。

8.2 整式的加减

我们来看本章引言中的问题(2)。

在西宁到拉萨路段，如果列车通过冻土地段的时间是 t h，那么它通过非冻土地段的时间是 $2.1t$ h，这段铁路的全长(单位：km)是

$$100t+120 \times 2.1t,$$

即

$$100t+252t.$$

类比数的运算，我们应如何化简式子 $100t+252t$ 呢？



探究

(1) 运用运算律计算。^[2]

$$100 \times 2 + 252 \times 2 = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$100 \times (-2) + 252 \times (-2) = \underline{\hspace{2cm}};$$

(2) 根据(1)中的方法完成下面的运算，并说明其中的道理：

$$100t + 252t = \underline{\hspace{2cm}}.$$

在(1)中，我们知道，根据分配律可得

$$100 \times 2 + 252 \times 2 = (100 + 252) \times 2 = 352 \times 2,$$

$$100 \times (-2) + 252 \times (-2) = (100 + 252) \times (-2) = 352 \times (-2).$$

在(2)中，式子 $100t+252t$ 表示 $100t$ 与 $252t$ 两项的和，式子

$$100t+252t$$

与(1)中的式子

$$100 \times 2 + 252 \times 2$$

和

$$100 \times (-2) + 252 \times (-2)$$

有相同的结构，并且字母 t 代表的是一个因(乘)数，因此根据分配律也应该有

$$100t+252t=(100+252)t=352t.$$

62 第八章 整式的加减

1. 本节是整式的加减，主要研究整式加减的运算法则，是全章的重点内容. 合并同类项和去括号是整式加减的基础，本节首先研究了合并同类项，然后学习去括号，最后给出整式加减的运算法则. 本节内容是全章的重点，也是难点. 通过本节的学习，应使学生熟练掌握合并同类项和去括号法则，能够熟练进行整式的加减运算.

2. 本节开始，教科书从章引言的问题(2)入手，通过分析问题(2)中的数量关系，得到

式子 $100t+252t$ ，从而引出对合并同类项法则的探讨. 对于式子 $100t+252t$ 的化简，教科书指出可以类比数的运算来进行.

3. 为了体现“数式通性”，类比着数来学习式的运算，教科书设计了一个“探究”栏目，其中的问题(1)是关于数的运算，问题(2)是化简式子 $100t+252t$ ，由问题(1)到问题(2)使“数式通性”得以体现. 教科书首先详细分析了问题(1)的运算过程，然后将问题(2)中的式子

探究

填空:

$$(1) 100t - 252t = (\quad)t;$$

$$(2) 3x^2 + 2x^2 = (\quad)x^2;$$

$$(3) 3ab^2 - 4ab^2 = (\quad)ab^2.$$

上述运算有什么共同特点,你能从中得出什么规律?

对于上面的(1)(2)(3),利用分配律可得

$$100t - 252t = (100 - 252)t = -152t,$$

$$3x^2 + 2x^2 = (3 + 2)x^2 = 5x^2,$$

$$3ab^2 - 4ab^2 = (3 - 4)ab^2 = -ab^2.$$

观察(1)中的多项式的项 $100t$ 和 $-252t$,它们含有相同的字母 t ,并且 t 的指数都是 1; (2)中的多项式的项 $3x^2$ 和 $2x^2$,含有相同的字母 x ,并且 x 的指数都是 2; (3)中的多项式的项 $3ab^2$ 与 $-4ab^2$,都含有字母 a, b ,并且 a 的指数都是 1, b 的指数都是 2. 像 $100t$ 与 $-252t$, $3x^2$ 与 $2x^2$, $3ab^2$ 与 $-4ab^2$ 这样,所含字母相同,并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项. 几个常数项也是同类项.

因为多项式中的字母表示的是数,所以我们可以运用交换律、结合律、分配律把多项式中的同类项进行合并. 例如,

$$\begin{aligned} & 4x^2 + 2x + 7 + 3x - 8x^2 - 2 \\ &= 4x^2 - 8x^2 + 2x + 3x + 7 - 2 \quad (\text{交换律}) \\ &= (4x^2 - 8x^2) + (2x + 3x) + (7 - 2) \quad [1] (\text{结合律}) \\ &= (4 - 8)x^2 + (2 + 3)x + (7 - 2) \quad (\text{分配律}) \\ &= -4x^2 + 5x + 5. \quad [2] \end{aligned}$$

把多项式中的同类项合并成一项,叫做合并同类项.

合并同类项后,所得项的系数是合并前各同类项的系数的和,且字母连同它的指数不变.

注意分配律的使用:

$$\begin{aligned} & 100t - 252t \\ &= [100 + (-252)]t \\ &= (100 - 252)t. \end{aligned}$$

通常我们把一个多项式的各项按照某个字母的指数从大到小(降幂)或者从小到大(升幂)的顺序排列,如 $-4x^2 + 5x + 5$ 也可以写成 $5 + 5x - 4x^2$.

[1] 根据加法交换律和结合律使式子变形,未改变多项式的值. 交换多项式中项的位置时,要使学生注意项的符号.

[2] 合并同类项时,只能把同类项合并成一项,在式子 $-4x^2 + 5x + 5$ 中不再有同类项,不能再合并了.

与问题(1)中的算式进行对比,找到它们的共同点(结构相同),从而找到化简式子 $100t + 252t$ 的方法.

对于式子 $100t + 252t$ 的化简实际上是进行了合并同类项的运算,运算的依据是分配律.

对于如何类比着数的运算来研究式的运算,教科书给予了高度重视,教学时要注意引导学生与数的运算进行类比,利用关于数的分配律对式子进行化简,让学生充分体会由数到式、由具体

到一般的思想方法.

4. 为了进一步突出同类项的本质,体现合并同类项的法则,教科书在一个“探究”栏目中给出了几个不同形式的同类项. 在式子 $100t - 252t$ 的化简中,要经历一个变形的过程,即

$$\begin{aligned} & 100t - 252t \\ &= 100t + (-252)t \\ &= [100 + (-252)]t \\ &= -152t. \end{aligned}$$

[1] 初学合并同类项，要求学生按照例题的格式，熟悉分配律计算的过程，以养成良好的学习习惯。

[2] 教学时，可让学生直接代入求值，并与例题的解答方法比较，使学生对“先化简，再求值，可以简化计算”有深刻印象。

例1 合并下列各式的同类项：^[1]

$$(1) xy^2 - \frac{1}{2}xy^2;$$

$$(2) -3x^2y + 2x^2y + 3xy^2 - 2xy^2;$$

$$(3) 4a^2 + 3b^2 + 2ab - 4a^2 - 4b^2.$$

$$\text{解：(1) } xy^2 - \frac{1}{2}xy^2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right)xy^2 = \frac{1}{2}xy^2;$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & -3x^2y + 2x^2y + 3xy^2 - 2xy^2 \\ & = (-3+2)x^2y + (3-2)xy^2 \\ & = -x^2y + xy^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & 4a^2 + 3b^2 + 2ab - 4a^2 - 4b^2 \\ & = (4a^2 - 4a^2) + (3b^2 - 4b^2) + 2ab \\ & = (4-4)a^2 + (3-4)b^2 + 2ab \\ & = -b^2 + 2ab. \end{aligned}$$

例2 (1) 求多项式 $2x^2 - 5x + x^2 + 4x - 3x^2 - 2$ 的值，其中 $x = \frac{1}{2}$ ；

(2) 求多项式 $3a + ab - \frac{1}{3}c^2 - 3a + \frac{1}{3}c^2$ 的值，其中 $a = -\frac{1}{6}$ ， $b = 2$ ， $c = -3$ 。

分析：在求多项式的值时，可以先将多项式中的同类项合并，然后再求值，这样做往往可以简化计算。

$$\begin{aligned} \text{解：(1) } \quad & 2x^2 - 5x + x^2 + 4x - 3x^2 - 2 \\ & = (2+1-3)x^2 + (-5+4)x - 2 \\ & = -x - 2. \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = \frac{1}{2} \text{ 时，原式} = -\frac{1}{2} - 2 = -\frac{5}{2}.$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 3a + ab - \frac{1}{3}c^2 - 3a + \frac{1}{3}c^2 \\ & = (3-3)a + ab + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right)c^2 \\ & = ab. \end{aligned}$$

$$\text{当 } a = -\frac{1}{6}, b = 2, c = -3 \text{ 时，原式} =$$

$$\left(-\frac{1}{6}\right) \times 2 \times (-3) = 1.$$

请你把字母的值代入原式求值，与例2的运算过程比较，哪种方法更简便？^[2]

在式子 $3x^2 + 2x^2$ 中，只有一个字母 x ，但字母的指数是 2，在式子 $3ab^2 - 4ab^2$ 中， $3ab^2$ 与 $-4ab^2$ 都含有两个字母 a 和 b ，并且 a 的指数都是 1， b 的指数都是 2。这样，教科书结合几个特殊的式子的化简，通过分析这些式子的组成，得出共同规律，每式的两项之所以能够合并，是由于它们含有“相同的字母”，同时“相同字母的指数也相同”，从而归纳得出判断同类项的两条标准。对于合并同类项的依据和过程，教科书也给出了详细分析。

5. 在一个多项式中如果含有多个不同的同类项，则可以利用交换律、结合律和分配律将同类项进行合并。对于多项式中的同类项之所以能够利用这些运算律进行合并，是因为多项式中的字母表示数。关于这一点，教科书明确指出，教学时要注意引导学生充分体会这一点。

6. 要使学生切实掌握合并同类项的要点，一是“系数相加”，二是“字母连同它的指数不变”。

例 3 (1) 水库水位第一天连续下降了 a h, 每小时平均下降 2 cm; 第二天连续上升了 a h, 每小时平均上升 0.5 cm, 这两天水位总的变化情况如何?

(2) 某商店原有 5 袋大米, 每袋大米为 x kg. 上午卖出 3 袋, 下午又购进同样包装的大米 4 袋, 进货后这个商店有大米多少千克?

解: (1) 把下降的水位变化量记为负, 上升的水位变化量记为正. 第一天水位的变化量是 $-2a$ cm, 第二天水位的变化量是 $0.5a$ cm.

两天水位的总变化量 (单位: cm) 是

$$-2a + 0.5a = (-2 + 0.5)a = -1.5a.$$

这两天水位总的变化情况为下降了 $1.5a$ cm.

(2) 把进货的数量记为正, 售出的数量记为负.

进货后这个商店共有大米 (单位: kg)

$$5x - 3x + 4x = (5 - 3 + 4)x = 6x.$$

练习

1. 计算:

(1) $12x - 20x$

(2) $x + 7x - 5x$

(3) $-5a + 0.3a - 2.7a$

(4) $\frac{1}{3}y - \frac{2}{3}y + 2y$

(5) $-6ab + 8a + 5ab$

(6) $10y^2 - 6.5y^2$

2. 求下列各式的值:

(1) $3a + 2b - 5a - b$, 其中 $a = -2$, $b = 1$;

(2) $3x - 4x^2 + 2 - 3x + 2x^2 + 1$, 其中 $x = -3$.

3. (1) x 的 4 倍与 x 的 5 倍的和是多少?

(2) x 的 5 倍比 x 的一半大多少?

4. 如图, 大圆的半径是 R , 小圆的半径是大圆半径的 $\frac{1}{3}$.

求阴影部分的面积.



(第 4 题)

现在我们来看看本章引言中的问题(3).

在格尔木到拉萨路段, 如果列车通过冻土地段需要 a h, 那么它通过非冻土地段的时间是 $(a - 0.5)$ h. 于是, 冻土地段的路程是 $100a$ km, 非冻土地段的路程是 $120(a - 0.5)$ km. 因此, 这段铁路的全长 (单位: km) 是

练习答案

- (1) $-8x$;
(2) $3x$;
(3) $-7.4a$;
(4) $\frac{5}{3}y$;
(5) $3ab$;
(6) $9.5y^2$.
- (1) 5 ;
(2) -10 .
- (1) $4x + 5x = 9x$;
(2) $3x - \frac{1}{2}x = \frac{5}{2}x$.
- $\frac{5}{9}\pi R^2$.

7. 为了使学⽣熟悉同类项的概念和合并同类项的法则, 教科书设计了例 1. 在例 1 中, 第 (1) 小题只有两项, 它们是同类项; 在第 (2) 小题中有四项, 其中 $-3x^2y$ 和 $2x^2y$ 是同类项, $3xy^2$ 和 $-2xy^2$ 是同类项; 第 (3) 小题有 5 项, 其中 $4a^2$ 和 $-4a^2$ 是同类项, $-4b^2$ 和 $3b^2$ 是同类项, 在合并同类项 $4a^2$ 和 $-4a^2$ 时, 要经过如下变形:

$$4a^2 - 4a^2 = (4 - 4)a^2 = 0 \cdot a^2 = 0.$$

教学时可以向学⽣解释 $0 \cdot a^2 = 0$ 的原因.

8. 例 2 是求多项式的值的问题, 通过这道例题的教学, 一方面使学⽣进一步熟悉合并同类项法则, 另一方面使学⽣看到, 将多项式适当化简后可以简化计算.

9. 例 3 是一道应用题, 这道题既涉及用负数表示相反意义的量, 也涉及用整式表示数量关系和合并同类项的内容.

10. 教科书在介绍合并同类项之后, 开始研

[1] 这里要注意分配律的使用,

$$\begin{aligned} & 100t - 120(t - 0.5) \\ &= 100t + (-120) \times (t - 0.5) \\ &= 100t + (-120t) + \\ & \quad (-120) \times (-0.5) \\ &= 100t - 120t + 60 \\ &= -20t + 60. \end{aligned}$$

[2] 要注意让学生比较去括号前后各项符号的变化.

$$100u + 120(u - 0.5), \quad \textcircled{1}$$

冻土地段与非冻土地段相差 (单位, km)

$$100u - 120(u - 0.5), \quad \textcircled{2}$$

上面的式子①②都带有括号, 类比数的运算, 它们应如何化简?

利用分配律, 可以去括号, 再合并同类项, 得

$$100u + 120(u - 0.5) = 100u + 120u - 60 = 220u - 60,$$

$$100u - 120(u - 0.5) = 100u - 120u + 60 = -20u + 60. \quad [1]$$

上面两式中

$$+120(u - 0.5) = +120u - 60, \quad \textcircled{3}$$

$$-120(u - 0.5) = -120u + 60. \quad \textcircled{4}$$

比较上面③④两式, 你能发现去括号时符号变化的规律吗? [2]

如果括号外的因数是正数, 去括号后原括号内各项的符号与原来的符号相同;

如果括号外的因数是负数, 去括号后原括号内各项的符号与原来的符号相反.

特别地, $+(x-3)$ 与 $-(x-3)$ 可以分别看作 1 与 -1 分别乘 $(x-3)$, 利用分配律, 可以将式子中的括号去掉, 得

$$+(x-3) = x-3,$$

$$-(x-3) = -x+3.$$

这也符合以上发现的去括号规律.

我们可以利用上面的去括号规律进行整式化简.

例 4 化简下列各式:

$$(1) 8a + 2b + (5a - 6)c \quad (2) (5a - 3b) - 3(a^2 - 2b)$$

解: (1) $8a + 2b + (5a - 6)c$

$$= 8a + 2b + 5a - 6c$$

$$= 13a + 2b - 6c$$

$$(2) (5a - 3b) - 3(a^2 - 2b)$$

$$= 5a - 3b - (3a^2 - 6b)$$

$$= 5a - 3b - 3a^2 + 6b$$

$$= -3a^2 + 5a + 3b.$$

究去括号的内容. 去括号是本小节的主要内容, 也是本章的难点. 它是整式加减的基础, 也是今后学习整式的乘法、分式运算及解方程的基础. 通过本小节的学习, 应使学生掌握去括号时符号的变化规律, 为学习整式的加减运算作好准备.

11. 在有理数的运算中, 遇到括号, 通常先做括号中的运算, 而在整式的运算中, 往往需要先去括号, 再合并同类项.

12. 对于去括号的学习, 教科书是从章引言

的问题 (3) 引入的, 这个问题是根据时间和速度来计算路程, 列出的式子

$$100u + 120(u - 0.5),$$

$$100u - 120(u - 0.5)$$

都带有括号, 如何化简这两个式子, 一个自然的想法就是先将括号去掉. 这样, 教科书就从一个实际问题引出了对去括号的研究. 接下去的任务就是讨论如何去括号, 教科书给出提示“类比数的运算, 它们应如何化简呢”, 教学中可以引导

例 5 两船从同一港口同时出发反向而行, 甲船顺水, 乙船逆水, 两船在静水中的速度都是 50 km/h , 水流速度是 $a \text{ km/h}$.

(1) 2 h 后两船相距多远?

(2) 2 h 后甲船比乙船多航行多少千米?

解: 顺水航速=船速+水速= $(50+a) \text{ km/h}$,^[1]

逆水航速=船速-水速= $(50-a) \text{ km/h}$.

(1) 2 h 后两船相距 (单位: km)

$$2(50+a)+2(50-a)=100+2a+100-2a=200.$$

(2) 2 h 后甲船比乙船多航行 (单位: km)

$$2(50+a)-2(50-a)=100+2a-100+2a=4a.$$

练习

1. 化简:

(1) $12x-6.3x$

(2) $-3\{1-\frac{1}{2}x\}$

(3) $-5a+(3a-2)-(3a-7)$

(4) $\frac{1}{2}(3y-3)+2(y+1)$

2. 飞机的无风航速为 $a \text{ km/h}$, 风速为 20 km/h . 飞机顺风飞行 3 h 的行程是多少?

飞机逆风飞行 3 h 的行程是多少? 两个行程相差多少?

上面研究了合并同类项、去括号等内容, 它们是进行整式加减运算的基础.

例 6 计算:^[2]

(1) $(2x-3y)+(5x+4y)$; (2) $(8a-7b)-(4a-5b)$.

分析: 第 (1) 题是计算多项式 $2x-3y$ 和 $5x+4y$ 的和; 第 (2) 题是计算多项式 $8a-7b$ 和 $4a-5b$ 的差.

解: (1) $(2x-3y)+(5x+4y)$

$$=2x-3y+5x+4y$$

$$=7x+y$$

(2) $(8a-7b)-(4a-5b)$

$$=8a-7b-4a+5b$$

$$=4a-2b$$

[1] 船在水中航行时, 船速有如下关系:

顺水航速=船在静水中的速度+水流速度;

逆水航速=船在静水中的速度-水流速度.

这两个关系式在第 8.1 节已经出现.



练习答案

1. (1) $12x-6$;

(2) $x-5$;

(3) $-5a+5$;

(4) $5y+1$.

2. $(4a+80) \text{ km}$,

$(3a-60) \text{ km}$,

$(a+140) \text{ km}$.

[2] 例 6 直接给出了求两个多项式的和与差的形式. 如果题目改成“求多项式 $2x-3y$ 和 $5x+4y$ 的和”, 则首先要将这两个多项式用括号括起来, 再用加号连接.

学生与数的运算进行比较, 考察在数的运算中, 遇到括号时是怎样去掉括号的, 去掉括号的理由是什么, 在学生搞清数的运算中去括号的算理后, 考察式子中去括号的问题, 让学生看到, 式子中的字母表示数, 数的运算中去括号的方法在式的去括号中仍然成立. 这样就可以让学生归纳得出去括号时符号的变化规律.

13. 例 4 和例 5 是巩固复习去括号的例题. 例 4 是利用去括号的规律将式子中的括号去掉,

从而将式子化简. 例 5 是应用问题, 涉及列式表示数量关系、去括号和合并同类项, 有一定的综合性, 为下面研究整式的加减作铺垫.

14. 学习了合并同类项和去括号, 就可以利用它们进行整式的加减运算. 教科书通过四个例子研究整式加减运算的法则.

15. 例 6 的两道小题分别是计算整式的和与整式的差. 通过例 6 应使学生认识到整式的加减运算通常是先去括号, 再合并同类项.

[1] 教学中可以让学生比较例7的两种解法, 但要注意, 不是比较这两种解法的难易程度, 而是要让学生看到, 从不同的角度考虑问题可以得到不同的式子.

[2] 列式时要注意首先将式子 $6ab+8bc+6ca$ 和 $2ab+2bc+2ca$ 用括号括起来, 再用减号连接, 避免学生写成 $6ab+8bc+6ca-2ab+2bc+2ca$ 的错误形式.

例7 笔记本的单价是 x 元, 圆珠笔的单价是 y 元. 小红买3本笔记本, 2支圆珠笔; 小明买4本笔记本, 3支圆珠笔. 买这些笔记本和圆珠笔, 小红和小明一共花费多少钱?^[1]

解法1: 小红买笔记本和圆珠笔共花费 $(3x+2y)$ 元, 小明买笔记本和圆珠笔共花费 $(4x+3y)$ 元.

$$\begin{aligned} \text{小红和小明一共花费 (单位: 元)} \\ & (3x+2y)+(4x+3y) \\ & = 3x+2y+4x+3y \\ & = 7x+5y. \end{aligned}$$

解法2: 小红和小明买笔记本共花费 $(3x+4x)$ 元, 买圆珠笔共花费 $(2y+3y)$ 元.

$$\begin{aligned} \text{小红和小明一共花费 (单位: 元)} \\ & (3x+4x)+(2y+3y) \\ & = 7x+5y. \end{aligned}$$

例8 做大小两个长方体纸盒, 尺寸如下 (单位: cm):

	长	宽	高
小纸盒	a	b	c
大纸盒	$1.5a$	$2b$	$2c$

- (1) 做这两个纸盒共用料多少平方厘米?
 (2) 做大纸盒比做小纸盒多用料多少平方厘米?

解: 小纸盒的表面积是 $(2ab+2bc+2ca)$ cm^2 ,

大纸盒的表面积是 $(6ab+8bc+6ca)$ cm^2 .

- (1) 做这两个纸盒共用料 (单位: cm^2)
- $$\begin{aligned} & (2ab+2bc+2ca)+(6ab+8bc+6ca) \\ & = 2ab+2bc+2ca+6ab+8bc+6ca \\ & = 8ab+10bc+8ca. \end{aligned}$$
- (2) 做大纸盒比做小纸盒多用料 (单位: cm^2)^[2]
- $$\begin{aligned} & (6ab+8bc+6ca)-(2ab+2bc+2ca) \\ & = 6ab+8bc+6ca-2ab-2bc-2ca \\ & = 4ab+6bc+4ca. \end{aligned}$$

◎ 第八章 整式的加减

16. 例7是一道关于整式加法的应用题. 本题所含数量关系比较简单, 教科书给出两种解法, 可以让学生看到对于同一个问题情景, 从不同的角度考虑问题可以列出不同的式子, 但最终会得到同一结果. 教学本例题时应让学生注意表示“小红买笔记本和圆珠笔共花费”的式子最好写成 $(3x+2y)$, 表示“小明买笔记本和圆珠笔共花费”的式子最好写成 $(4x+3y)$, 要带有括号, 作为一个整体出现. 如果不写括号, 在做减

法时, 比如求“小明比小红多花多少”, 学生容易出现 $4x+3y-3x+2y$ 的错误.

17. 例8是一道关于整式加法和整式减法的应用题. 本题的问题背景和数量关系都比较简单, 从数学角度看, 就是分别已知两个长方体的长、宽、高, 求这两个长方体表面积的和与差. 通过例7和例8的教学, 应使学生熟悉利用整式的加减运算解决实际问题的过程和应该注意的问题, 提高学生解决实际问题的能力.

通过上面的学习,我们可以得到整式加减的运算法则:
一般地,几个整式相加减,如果有括号就先去括号,然后再合并同类项.

例 9 求 $\frac{1}{2}x - 2(x - \frac{1}{3}y) + (-\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y)$ 的值,其中 $x = -2, y = \frac{2}{3}$.

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{1}{2}x - 2(x - \frac{1}{3}y) + (-\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y) \\ &= \frac{1}{2}x - 2x + \frac{2}{3}y - \frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y \\ &= -3x + y. \end{aligned}$$

当 $x = -2, y = \frac{2}{3}$ 时,

$$\text{原式} = (-3) \times (-2) + \left(\frac{2}{3}\right) = 6 + \frac{2}{3} = 6\frac{2}{3}.$$

先将式子化简,
再代入数值进行计算
比较简便.

练习

1. 计算:

$$(1) 3xy - 4xy - (-2xy);$$

$$(2) -\frac{1}{3}ab - \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{5}a^2 - (-\frac{2}{3}ab);$$

2. 计算:

$$(1) (-x + 2y^2 + 3) + (4x^2 - 3 - 6y);$$

$$(2) (3a^2 - ab + 7) - (-4a^2 + 2ab + 7);$$

3. 先化简下式,再求值:

$$5(3a^2b - ab^2) - (ab^2 + 3a^2b),$$

其中 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{3}$.

习题 8.2

复习巩固

1. 计算:

$$(1) 2x - 10.3x;$$

$$(2) 3x - x - 3x;$$

$$(3) -b + 0.5b - 2.5b;$$

$$(4) m - m^2 + m - m^2.$$

2. 计算:

练习答案

1. (1) xy ;

(2) $\frac{1}{3}ab + \frac{1}{12}a^2$.

2. (1) $6x^2 - 7x + 2$;

(2) $7a^2 - 3ab$.

3. 式子化简为

$$12a^2b - 6ab^2.$$

当 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{3}$ 时,

式子的值是 $\frac{2}{3}$.

18. 通过例 6、例 7 和例 8 三个例子的教学,学生对整式加减的运算法则有了一定的认识,教科书在此基础上,概括给出了整式加减的运算法则.这个法则是本章所要学习的主要内容,是进行整式加减运算的依据,它的基础是去括号和合并同类项.回顾本节的内容安排,首先学习合并同类项,然后学习去括号,最后学习整式加减的运算法则,合并同类项和去括号的学习实际为学习整式加减的运算做好铺垫,打下基础.

19. 例 9 是求式子的值,在求值之前,首先需要对式子进行化简,在化简的过程中要运用整式加减的运算法则,本题可以看作是为熟悉整式加减运算的法则而设计的.关于先化简再求值的问题,在学习合并同类项时,已经让学生有所接触,学生已经知道,对于一个形式复杂的式子,如果先将其适当化简,然后再求式子的值,可以简化计算.因此,教学本例题时,可以适当引导学生进行复习,使学生对此有进一步的认识.

[1] 在本章的练习和习题中，没有安排项数过多的多项式的加减，以避免烦琐的计算，教学时要注意控制难度。

另外，教科书中没有介绍多项式的竖式加减，教学中也不必增加。

$$(1) 2(4x-0.5); \quad (2) -3\left(1-\frac{1}{2}x\right);$$

$$(3) -x+(2x-2)-(3x+5); \quad (4) 3x^2+a^2-(2x^2-2a)+(3a-a^2).$$

3. 计算：[1]

$$(1) (3a+4c+7b)+(5c-2b-6a); \quad (2) (3xy-x^2+y^2)-(x^2-y^2+3xy);$$

$$(3) \left(2x^2-\frac{1}{2}+3x\right)-4\left(x-x^2+\frac{1}{2}\right); \quad (4) 3x^2-[7x-(4x-3)-2x^2].$$

4. 先化简下式，再求值：

$$(-x^2+3+4x)+(5x-4+2x^2),$$

其中 $x=-2$.

5. (1) 列式表示比 a 的 3 倍大 1 的数与比 a 的 7 倍小 3 的数，计算这两个数的和。

(2) 列式表示比 x 的 7 倍大 3 的数与比 x 的 6 倍小 5 的数，计算这两个数的差。

6. 某村小麦种植面积是 $a \text{ km}^2$ ，水稻种植面积是小麦种植面积的 3 倍，玉米种植面积比小麦种植面积少 5 km^2 ，列式表示水稻种植面积、玉米种植面积，并计算水稻种植面积比玉米种植面积大多少。

综合运用

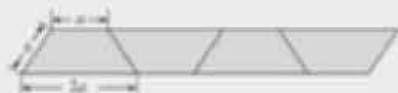
7. 窗户的形状如图所示（图中长度单位，cm），其上部分是半圆形，下部是边长相等的四个小正方形，已知下部小正方形的边长是 $a \text{ cm}$ ，计算：

(1) 窗户的面积； (2) 窗户的周长。

8. 某轮船顺水航行 3 h，逆水航行 1.5 h，已知轮船在静水中的速度是 $a \text{ km/h}$ ，水流速度是 $y \text{ km/h}$ ，轮船共航行多少千米？

9. 观察下面表格（单位：cm）：

梯形的个数	1	2	3	4	5	6	...	n
梯形的周长	$5a$	$6a$	$7a$	$8a$				



(第 9 题)

10. 如下图所示，由一些点组成形如三角形的图形，每套“边”（包括两个顶点）有 $n(n>1)$ 个点，每个图形总的点数不足多少？当 $n=5, 7, 11$ 时， S 是多少？



(第 7 题)

习题 8.2

1. “复习巩固”层次安排了 6 个题目，第 1 题是关于合并同类项的，第 2 题是练习去括号的，第 3 题是关于整式的加减运算的，第 4 题是求式子的值，需要先化简再求值，化简的过程需要进行整式的加法运算，第 5 题有两道小题，要求列出式子表示数量关系，并对列出的式子进行化简，第 6 题是以农村素材为背景

的实际问题。

2. “综合运用”层次安排了 4 个题目，第 7 题是几何问题，要求根据已知条件计算图形的面积和周长，第 8 题是行程问题，解决这两道题目涉及列式和进行整式的加减运算，第 9、10 题是寻找规律并用整式表示规律的题目。

3. “拓广探索”有两道题目，第 11 题涉及如何用整式表示一个两位数，这种表示方法学生以前没有接触过，教学时可以适当给予提示，并



(第10题)

拓广探索

11. (1) 一个两位数的个位上的数是 a ，十位上的数是 b ，列式表示这个两位数；
 (2) 列式表示上面的两位数与 10 的乘积；
 (3) 列式表示 (1) 中的两位数与它的 10 倍的和，这个和是 11 的倍数吗？为什么？
12. 10 个棱长为 a cm 的正方体摆成如图的形状，这个图形的表面积是多少？



(第12题)

信息技术应用

电子表格与数据计算^[1]

用计算机可以制作电子表格 (spreadsheet)，电子表格 (如图) 通常由一行行和列列组成，行用数字 1, 2, 3, ... 表示，列用字母 A, B, C, ... 表示，行和列相交的部分叫做单元格，单元格的列号和行号表示，如 A2 表示 A 列第 2 行，列号在前，行号在后，单元格是电子表格的基本元素，是进行数据操作的最小单位。



利用电子表格可以进行数据计算，例如，计算当 $x=163$ ， $y=235$ 时式子 $2x^2+3y$ 的值，可以在上面的电子表格中，分别在单元格 A1 和 B1 中输入 163 和 235 (即 x 和 y 的值)，然后在 C1 中输入 “=A1^2+2*B1+3” (“^” 表示乘方，“*” 表示乘号)，计算机就会算出 $2x^2+3y$ 的值，并自动填入 C1。类似地，在上面的电子表格中，在单元格 A2 和 B2 分别输入 172 和 347，在 C2 输入 “=A2^2+2*B2+3”，计算机就会算出当 $x=172$ ， $y=347$ 时式子 $2x^2+3y$ 的值，并填入 C2 中。

电子表格操作简单，功能强大，可以有效地进行数据计算和数据整理，在复杂的统计问题中，电子表格的作用可以得到充分的发挥。

[1] 随着计算机的发展，电子表格的功能越来越强大，操作步骤也越来越简单，这里所介绍的电子表格及其操作过程只是就一般情形而言的，教学中可以让学生根据软件的使用说明进行操作。

向学生解释这样表示两位数的道理。第 10 题是一道探索性较强的几何问题，要求学生想象图形的结构，需要较强的空间想象能力，由于学生接触空间图形较少，教学时可以让学生自己动手摆放，借助实物搞清图形的结构，在解决问题的过程中培养学生的空间想象能力。

信息技术应用

本章安排了使用计算机进行数据处理的选学

内容“电子表格与数据计算”。本章安排这个选学内容，目的是让学生看到，在求整式的值时，当数字很大，计算量很大时，利用计算机可以迅速、准确地得到正确答案，这体现了计算机在进行复杂运算方面的优越性。另外，由于计算机的计算过程是一个程序化的过程，通过这个选学内容也可以使学生感受这种程序化的思想。

[1] (1) 如果图形中含有 2, 3 或 4 个三角形, 分别需要 5 根、7 根、9 根火柴棍; 如果图形中含有 n 个三角形, 需要 $(2n+1)$ 根火柴棍.

(2) 第 n 个正方形比第 $(n-1)$ 个正方形多 $(2n+1)$ 个小正方形.

[2] 当 n 大于或等于 1, 且小于或等于 100 时, 买 n 个笔记本所需钱数是 $2.3n$; 当 n 大于 100 时, 买 n 个笔记本所需钱数是 $2.2n$.

- (1) 会出现.
- (2) 买 101 本.
- (3) 略.

数学活动

[1]

活动 1

(1) 如图 1 所示, 用火柴棍拼成一排由三角形组成的图形, 如果图形中含有 2, 3 或 4 个三角形, 分别需要多少根火柴棍? 如果图形中含有 n 个三角形, 需要多少根火柴棍?



图 1

(2) 如图 2 所示, 用大小相等的小正方形拼大正方形, 拼第 1 个正方形需要 4 个小正方形, 拼第 2 个正方形需要 9 个小正方形……拼一拼, 想一想, 按照这样的方法拼成的第 n 个正方形比第 $(n-1)$ 个正方形多几个小正方形?



第 1 个正方形 第 2 个正方形 第 3 个正方形

图 2

[2]

活动 2

一种笔记本售价是 2.3 元/本, 如果一次买 100 本以上 (不含 100 本), 售价是 2.2 元/本. 列式表示买 x 本笔记本所需钱数 (注意对 x 的大小要有所考虑), 请同学们讨论下面的问题.

- (1) 按照这种售价规定, 会不会出现多买比少买反而付钱少的情况?
- (2) 如果需要 100 本笔记本, 怎样购买最省钱?
- (3) 了解实际生活中类似问题, 并举出几个具体例子.

1. 本章安排了三个“数学活动”. 活动 1 中的两个小活动都是有关拼图的. 在活动 1 (1) 中, 用火柴棍拼成一排三角形, 若拼成两个三角形需要火柴棍的根数是 5, 即 $3+2$, 拼成三个三角形需要火柴棍的根数是在拼成两个三角形所需火柴棍数的基础上再加上两根, 即 $3+2+2=3+2 \times 2$, 则拼成 4 个三角形需要 $3+2+2+2=3+2 \times 3$, 依此类推, 拼成 n 个三角形则需要 $3+2(n-1)$. 活动 1 (2) 是用小正方形拼大正方形, 拼第 1 个正

方形需要 4 个小正方形, 拼第 2 个正方形需要 $(4+2 \times 2+1)$ 个小正方形, 同样, 拼第 3 个正方形需要 $(9+2 \times 3+1)$ 个小正方形, 依此类推, 假设拼第 $(n-1)$ 个正方形需要 m 个小正方形, 则拼第 n 个正方形就需要 $(m+2n+1)$ 个小正方形, 比第 $(n-1)$ 个正方形多 $(2n+1)$ 个小正方形. 活动 1 中的两个小活动的结果都是用整式表示出来的. 这两个小活动有一定的趣味性, 也有较强的探索性.

活动3

[1]

图3是某月的月历.

(1) 带阴影的方框中的9个数的和与方框正中心的数有什么关系?

(2) 如果将带阴影的方框移至图4的位置, (1) 中的关系还成立吗?

(3) 不改变带阴影的方框的大小, 将方框移动几个位置试一试, 你能得出什么结论? 你能证明这个结论吗?

(4) 这个结论对于任何一个月的月历都成立吗?

(5) 如图5, 如果带阴影的方框里的数是4个, 你能得出什么结论?

(6) 如图6, 对于带阴影的框中的4个数, 又能得出什么结论?

	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

图3

	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

图4

	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

图5

	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

图6

[1] (1) 方框内数字的和为 99, 恰好是中间数字 11 的 9 倍, 因此, 11 恰好是方框中 9 个数的平均数.

(2) 移动后, 方框内的数字和为 144, 恰好是中间数字 16 的 9 倍, 因此, 16 是方框中 9 个数的平均数.

(3) 这是个普遍规律, 证明如下: 设中间的数为 x , 则方框中所有的数字如下:

$x-8$	$x-7$	$x-6$
$x-1$	x	$x+1$
$x+6$	$x+7$	$x+8$

其和为 $9x$.

(4) 这个规律对任何一月都成立.

(5) 对角线上两个数的和相等:

$$15+23=16+22;$$

$$11+19=18+12.$$

(6) 对角线上的两个数字的和相等:

$$18+13=12+19.$$

2. 活动 2 要求学生考虑, 在满足购买条件的前提下, 怎样设计购买方案更省钱, 其中涉及分类讨论的思想, 还要用到用整式表示数量关系. 这个活动需要较多的思维活动, 教学中可以根据学生需要给予适当引导.

3. 活动 3 中有 6 个小问题, 这些问题是由浅入深安排的. 设计这个活动是为了让学生探究日历中所蕴含的可以用整式来表示的数字规律, 尤其是在第 (3) 个小问题中, 可以用整式简洁

地表达所发现的规律. 教学时可以引导学生体会式子比数字更具有一般性的事实.

[1] 在小学阶段，学生已经学习了用字母表示数，本章内容的学习是建立在这个基础之上的。

小 结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

本章学习了整式的有关概念与整式的加减运算。由具体的数到用字母表示数，可以简明地表达一些一般的数量和数量关系，给研究问题和计算带来方便，这是数学上的一个重大发展。

从数到式，字母参与运算，得到了各种式子。其中表示数或字母的积的式子叫做单项式，几个单项式的和叫做多项式。因此，整式可以看作是包含乘法或包含乘法与加法的式子。

整式中的每个字母都表示数，因此，数的一些运算规律也适用于整式。例如，利用分配律可以合并同类项，去括号，从而可以进行整式的加减运算。

请你带着下面的问题，复习一下本章的内容吧。

1. 举出一些用单项式、多项式表示数量关系的实际例子。
2. 合并同类项和去括号是整式加减的基础，举例说明合并同类项和去括号的依据。
3. 举例说明整式加减的运算法则。

复习题 8

复习巩固

1. 列式表示：

- (1) 某地本周一天的温差是 15°C ，这天最低气温是 $t^{\circ}\text{C}$ ，最高气温是多少？
- (2) 买单价为 a 元的商品 x 件要付多少钱？支付 100 元，应找回多少元？
- (3) 某种商品原价每件 1.2 元，第一次降价打“八折”，第二次降价每件又便宜 0.1 元，第一次降价后的售价是多少？第二次降价后的售价是多少？

1. “本章知识结构图”展示了本章所研究的主要内容及其内在联系。本章的主要内容是整式的加减运算，这个内容的编写是紧密结合实际问题展开的；单项式、多项式、整式的概念以及合并同类项、去括号是进行整式加减运算的基础。通过本章的学习，一方面，应使学生熟悉上述概念，掌握合并同类项法则和去括号时符号的变化规律，能够熟练进行整式的加减运算；另一方面，在学习这些概念和法则的过程中，应使学生

在分析和列式表示实际问题中的数量关系方面的能力有所提高，为学习一元一次方程在列方程和解方程两方面做好准备。

2. “回顾与思考”首先对本章内容进行概述，包括三方面的内容：揭示整式的作用，指出整式比数更具一般性；从运算的角度对整式进行说明；指明数的一些运算规律也适用于整式，从而可以进行整式的运算。然后通过让学生举例的方式引导学生对本章的主要内容进行回顾与总结。

[1] 本章复习题中没有专门安排去括号的习题, 通过第 4 题可以考查学生对去括号的掌握情况.

(4) 30 天中, 小张长跑路程累计达到 45 000 m, 小李跑了 a m ($a > 45 000$), 平均每天小李和小张各跑多少米? 平均每天小李比小张多跑多少米?

2. 下列整式中哪些是单项式? 哪些是多项式? 是单项式的指出系数和次数, 是多项式的指出项和次数.

$$-\frac{1}{2}a^2b, \frac{m^2n^2}{7}, x^2+y^2-1, x, 3x^2-y+2xy^2+x^2-1, 22t^2, 2x-y.$$

3. 计算.

$$(1) x^2y-3x^2y, \quad (2) 10y^2+0.5y^2,$$

$$(3) -\frac{1}{2}a^2b+\frac{1}{2}ab^2, \quad (4) \frac{1}{4}mn-\frac{1}{2}mn+7,$$

$$(5) 7ab-3a^2b^2+7+8ab^2+3a^2b^2-3-7ab,$$

$$(6) 3x^2-3x^2-y^2+5y+x^2-5y+y^2.$$

4. 计算.^[1]

$$(1) (6a^2b-10b^2)+(-3a^2b+10b^2),$$

$$(2) (4x^2y-3xy^2)-(3x^2y-4xy^2),$$

$$(3) 5a^2-[a^2+(5a^2-2a)-2(a^2-3a)],$$

$$(4) 15+3(1-a)-(1-a-a^2)+(1-a+a^2-a^2),$$

$$(5) (6a^2b-3ab)+(-5a^2b+2ab),$$

$$(6) (6m^2-4m-3)+(2m^2-4m+1),$$

$$(7) (5a^2+2a-1)-(2-6a+2a^2),$$

$$(8) 3x^2-\left[3x-\left(\frac{1}{2}x-3\right)+2x^2\right].$$

5. 先化简下式, 再求值.

$$3x^2+4-3x^2-3x-2x^2-5+6x.$$

其中, $x=-2$.

综合运用

6. (1) 某校里男生人数占学生总数的 60%, 女生的人数是 x , 学生总数是多少?

(2) 某校里男生人数是 x , 女生人数是 y , 教师人数和学生人数的比是 1:10, 教师人数是多少?

7. 甲地的海拔是 k m, 乙地比甲地高 20 m, 丙地比甲地低 30 m, 列式表示乙、丙两地的海拔, 并计算这两地的高度差.

8. 长方形的长是 $2x$ cm, 宽是 4 cm, 梯形的上底长是 x cm, 下底长是上底长的 3 倍, 高是 5 cm, 哪个图形的面积大? 大多少?

9. 某公园计划砌一个形状如图 (1) 的喷水池 (图中长度单位, m), 后来有人建议

复习题 8

1. “复习巩固”的 5 个题目对本章内容进行了全面复习. 第 1 题复习列出整式表示数量关系, 第 2 题复习单项式、多项式以及相关的一些概念. 第 3 题复习合并同类项. 第 4 题复习整式的加减, 第 5 题复习化简求值.

2. “综合运用”有 5 个题目, 这些题目都是实际问题. 第 6 题是列式表示数量关系. 第 7 题

是列式并求两个式子的差, 需要进行整式减法运算. 第 8 题是一道几何题目, 要求根据已知条件, 比较梯形和长方形的面积, 需要进行整式的减法运算. 第 9 题需要分别计算两种方案的用料量, 再进行比较. 第 10 题是一个商品销售方面的实际问题, 需要列式表示售价、利润并化简.

3. “拓广探索”有两道题目, 第 11 题涉及到如何用整式表示一个两位数, 这个表示方法在前面的习题中已经出现, 解决这个问题还要用到

[1] 这里体现了换元的思想，教学中要注意引导学生将一个多项式看成一个整体，再利用已知的知识解决问题。

改为图 (2) 的形状，其外圆的直径不变，请你比较两种方案，确定哪一种方案购买圆形水池的周边需要的材料多。（提示：比较两种方案中各圆形水池周长的和。）



(1) (2)

（第9题）

10. 一种商品每件成本 w 元，原来按成本增加 22% 定出价格，每件售价多少元？现在由于库存积压降价，按原价的 90% 出售，现售价多少元？每件还能获利多少元？

拓展探究

11. 用式子表示十位上的数是 a ，个位上的数是 b 的两位数，再把这个两位数的十位上的数与个位上的数调换位置，计算所得数与原数的和，这个和能被 11 整除吗？
12. 把 $(a+b)$ 和 $(x+y)$ 各看成一个整体，对下列各式进行化简。^[1]
- (1) $5(a+b)+2(a+b)-(a+b)$;
- (2) $3(x+y)^2-2(x+y)+8(x+y)^2+6(x+y)$.

整除的概念，教学时要注意引导学生复习整除的概念。第 12 题涉及换元的思想，教学中应让学生对这种思想有所体会。

III 习题解答

习题 8.1

1. (1) $6a^2\text{cm}^2$ (2) $0.8a$ 元; (3) vt km; (4) bx m^2 .
 2. (1) $(t+5)$ $^{\circ}\text{C}$; (2) $(3x-3y)$ km; (3) $(50-5x)$ 元; (4) $(\pi R^2a-\pi r^2a)$ cm^3 .
 3. 填表:

整式	$-15ab$	$4a^2b^2$	$\frac{3x^2y}{5}$	$4x^2-3$	$a^4-2a^2b^2+b^4$
系数	-15	4	$\frac{3}{5}$		
次数	2	4	3	2	4
项数				2	3

4. 高度的变化是年数的 5 倍, $(100+5n)$ cm.
 5. $a+1, a+2, a+(n-1), 38$.
 6. $V=\frac{1}{2}a^2h-\pi r^2h, 3.45$ cm^3 .
 7. (1) $2n$; (2) $2n+1$ (或 $2n-1$).
 8. 3, 6, 10, $\frac{n(n-1)}{2}$.
 9. 略.

习题 8.2

1. (1) $-8.3x$; (2) $-3x$; (3) $-3b$; (4) $2m-2n^2$.
 2. (1) $8x-1$; (2) $\frac{1}{2}x-3$; (3) $-2x-7$; (4) a^2+5a .
 3. (1) $-a+4b+9c$; (2) $-2x^2+2y^2$; (3) $6x^2-x-\frac{5}{2}$; (4) $5x^2-3x-3$.
 4. 原式化简为 $x^2+9x+1, -13$.
 5. (1) $5a+4, 2a-3, 7a+1$; (2) $7x+3, 6x-5, x+8$.
 6. $3a$ $\text{hm}^2, (a-5)\text{hm}^2, (2a+5)\text{hm}^2$.

7. (1) $\frac{(8+\pi)}{2}a^2 \text{ cm}^2$; (2) $(6+\pi)a \text{ cm}$.

8. $(4.5a+1.5y)\text{km}$.

9. $17a, 20a, \dots, (3n+2)a$.

10. $3n-3, 12, 18, 30$.

11. (1) $10b+a$; (2) $100b+10a$; (3) $(10b+a)+10(10b+a)=11(10b+a)$, 这个和是 11 的倍数.

12. $36a^2 \text{ cm}^2$.

复习题 8

1. (1) $(15+t)^\circ\text{C}$; (2) nc 元, $(100-nc)$ 元; (3) $0.8b$ 元, $(0.8b-10)$ 元;

(4) $\frac{a}{30}$ m, 1 500 m, $\frac{a-45\ 000}{30}$ m.

单项式	$-\frac{1}{2}a^2b$	$\frac{m^4n^2}{7}$	x	$32t^3$
系数	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{7}$	1	32
次数	3	6	1	3

2.

多项式	x^2+y^2-1	$3x^2-y+3xy^3+x^4-1$	$2x-y$
项	$x^2, y^2, -1$	$3x^2, -y, 3xy^3, x^4, -1$	$2x, -y$
次数	2	4	1

3. (1) $-2x^2y$; (2) $10.5y^2$; (3) 0; (4) $-\frac{1}{12}mm+7$; (5) $8ab^2+4$; (6) $3x^3-2x^2$.

4. (1) $4a^3b-3a^2b^2$; (2) x^2y-xy^2 ; (3) a^2-4a ; (4) $18-3a+2a^2-a^3$;

(5) $-a^2b-ab$; (6) $8m^2-8m-2$; (7) $-3a^2+34a-13$; (8) $x^2-\frac{9}{2}x-3$.

5. 原式化简为 $x-1, -4$.

6. (1) $\frac{5}{2}a$; (2) $\frac{x+y}{10}$.

7. $(h+20)m, (h-30)m, (h+20)-(h-30)=50$, 即两地高度差是 50 m.

8. 梯形的面积大, 大 $2x \text{ cm}^2$.

9. 方案 (1) 所需材料 (单位: m) 为 $2\pi r \times 2=4\pi r$, 方案 (2) 所需材料 (单位: m) 为 $2\pi r+2\pi \times \frac{r}{2}+2\pi \times \frac{r}{3}+2\pi \times \frac{r}{6}=4\pi r$, 两种方案所需材料一样多.

10. $1.22a$ 元, $1.037a$ 元, $0.037a$ 元.

11. $10a+b$, $(10b+a)+(10a+b)=11(a+b)$, 这个和是 11 的倍数.

12. (1) $5a+5b$; (2) $11(x+y)^2-(x+y)$.

IV 教学设计案例

8.1 整式 (第 1 课时)

一、内容和内容解析

1. 内容

用含有字母的式子表示数量关系.

2. 内容解析

本节课内容属于“数与代数”领域,是在学习了用字母表示数、简单的列式表示实际问题中的数量关系和简易方程的基础上,进一步研究用含有字母的式子(整式)表示实际问题中的数量关系.整式是初中数学的重要概念,是今后学习分式、二次根式、方程以及函数等知识的基础.理解字母表示数的意义,正确分析实际问题中的数量关系,并用整式表示数量关系,是学习一元一次方程的直接基础.用含有字母的式子表示数量关系,体现了由特殊(具体)到一般(抽象)的数学思想,对发展符号意识具有重要意义.

本节课的核心内容是进一步理解用字母表示数的意义,正确分析实际问题中的数量关系并列式表示.由于字母表示数,因而字母可以和数一样参与运算,这正是理解用整式表示数量关系的核心.用含有字母的式子表示数量关系时,需要结合具体情境,分析问题中的数量,寻找数量之间的关系,并依据数量关系用运算符号把数和表示数的字母连接起来.

基于以上分析,可以确定本节课的教学重点是:进一步理解用字母表示数的意义,正确分析实际问题中的数量关系并用含有字母的式子表示数量关系,感受其中“抽象”的数学思想.

二、目标和目标解析

1. 目标

(1) 进一步理解用字母表示数的意义,会用含有字母的式子表示实际问题中的数量关系.

(2) 经历用含有字母的式子表示实际问题数量关系的过程,体会从具体到抽象的认识过程,发展符号意识.

2. 目标解析

达成目标(1)的标志是:学生会用字母表示数,认识字母和数一样可以参与运算,能正确分析实际问题中的数量关系,将字母看成数参与运算,列出含有字母的式子.

目标(2)是“内容所蕴含的思想方法”,学生需要结合大量的具体问题,分析数量关系并用式

子表示,从中体会由实际问题抽象出数学问题,用数学符号表示数量关系的思想.感受式子中的字母表示数,含有字母的式子可以表示实际问题中的数量关系,式子更具有一般性.

三、教学问题诊断分析

在前面的学习中,主要学习的是数的有关概念和运算,学生习惯用数的相关知识解决实际问题.由“数”到“式”的过程,是一个抽象的过程.虽然学生小学学过用字母表示数,对含有字母的数学式子不会感到生疏,但六年级学生符号意识较弱,分析问题能力有待逐步提高.在具体的问题情境中,对于如何分析问题、寻找相关数量、确定数量之间的关系、用数学符号表达数量关系,学生会感到困难.教学中要通过大量的学生熟悉的实际问题,有针对性地进行引导,充分展示分析数量关系并列式的过程,积累感性认识,丰富学习体验,培养学生解决实际问题的能力.

本节课的教学难点是:正确分析实际问题中的数量关系,用式子表示数量关系.

四、教学过程设计

1. 创设情境,引入课题

教师:举世瞩目的青藏铁路于2006年7月1日建成通车,实现了几代中国人梦寐以求的愿望.青藏铁路是世界上海拔最高、线路最长的高原铁路.(展示图片,并结合图片说明.)

设计意图:通过展示图片,吸引学生注意力,激发学生的民族自豪感,引出下面的问题.

问题1 青藏铁路线上,在格尔木到拉萨之间有一段很长的冻土地段.列车在冻土地段的行驶速度是 100 km/h .请根据已知数据回答下列问题.

- (1) 列车在冻土地段行驶时, 2 h 行驶的路程是多少? 3 h 呢? $t\text{ h}$ 呢?
- (2) 字母 t 表示时间有什么意义?如果用 v 表示速度,列车行驶的路程是多少?
- (3) 回顾以前所学的知识,你还能举出用字母表示数或数量关系的例子吗?

师生活动:学生独立回答.

教师引导学生归纳:用字母 t 表示时间,字母 t 可以像数一样参与运算,并且可以简明表示列车行驶的路程与时间、速度的关系.数与字母相乘或字母与字母相乘,通常将乘号写作“ \cdot ”或省略不写.

设计意图:让学生经历由数到式的过程,感受从特殊(具体)到一般(抽象)的认识过程,体会用字母表示数的简洁性和必要性,为下面继续学习用含有字母的式子表示数量关系做好方法上的引导.

2. 探究关系,解决问题

问题2 怎样分析数量关系,并用含有字母的式子表示数量关系呢?

- 例1
- (1) 苹果原价为每千克 p 元,按8折优惠出售,用式子表示现价;
 - (2) 某产品前年的产量是 n 件,去年的产量是前年产量的 m 倍,用式子表示去年的产量;
 - (3) 一个长方体包装盒的长和宽都是 $a\text{ cm}$,高是 $h\text{ cm}$,用式子表示它的体积;
 - (4) 用式子表示数 n 的相反数.

师生活动:学生先独立列式,然后同桌交流,学生代表板演展示,教师巡视指导.

- 解：(1) 现价是每千克 $0.8p$ 元；
 (2) 去年的产量是 mn 件；
 (3) 长方体包装盒的体积是 $a \cdot a \cdot h \text{ cm}^3$ ，即 $a^2h \text{ cm}^3$ ；
 (4) 数 n 的相反数是 $-n$ 。

教师根据学生回答情况进行评价，可以适时追问下面的问题：

- (1) 苹果现价比原价降低了多少元？你能再赋予 $0.8p$ 一个含义吗？
 (2) 前年与去年产量的和是多少？去年的产量比前年多多少？你能再赋予 mn 一个含义吗？
 (3) 这里数 n 一定是正数吗？

设计意图：熟悉用含有字母的式子表示实际问题中的数量关系，理解字母可以像数一样参与运算，为形成单项式的概念进行铺垫，在用数学符号表示数量关系中，感受其中“抽象”的数学思想。

例 2 (1) 一条河的水流速度为 2.5 km/h ，船在静水中的速度为 $v \text{ km/h}$ ，用式子表示船在这条河中顺水行驶和逆水行驶时的速度；

(2) 买一个篮球需要 x 元，买一个排球需要 y 元，买一个足球需要 z 元，用式子表示买 3 个篮球、5 个排球、2 个足球共需要的钱数；

(3) 如图 1 (图中长度单位：cm)，用式子表示三角尺的面积；

(4) 图 2 是一所住宅的建筑平面图 (图中长度单位：m)，用式子表示这所住宅的建筑面积。

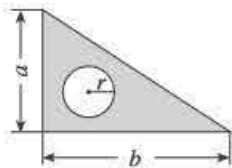


图 1

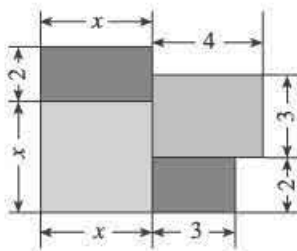


图 2

师生活动：学生先独立列式，然后同桌交流，学生代表板演展示，教师巡视指导。

解：(1) 顺水行驶和逆水行驶时的速度分别是 $(v+2.5) \text{ km/h}$ ， $(v-2.5) \text{ km/h}$ ；

(2) 买 3 个篮球、5 个排球、2 个足球共需要 $(3x+5y+2z)$ 元；

(3) 三角尺的面积 (单位： cm^2) 为 $\frac{1}{2}ab - \pi r^2$ ；

(4) 这所住宅的建筑面积 (单位： m^2) 为 $x^2+2x+18$ 。

教师根据学生回答情况可以适时追问下面的问题：

- (1) 如果船在河中顺水行驶，3 h 行驶多少千米？
 (2) 当 $x=70$ ， $y=50$ ， $z=80$ 时，式子 $3x+5y+2z$ 的值是多少？你能再赋予 $3x+5y+2z$ 一个含义吗？
 (3) 列式时书写应注意什么？

教师归纳：(1) 船在河流中行驶时，船的速度需要分两种情况讨论：①顺水行驶时，船的速度=船在静水中的速度+水流速度；②逆水行驶时，船的速度=船在静水中的速度-水流速度。

(2) 列式就是把实际问题中与数量有关的语句, 用含有数、字母和运算符号的式子表示出来, 也就是把文字语言转化为符号语言. 分析实际问题时应注意: ①抓住关键词语, 明确它们的意义以及它们之间的关系, 如和、差、积、商及大、小、多、少、倍、分、倒数、相反数等; ②理清语句层次, 明确运算顺序; ③灵活应用概念和公式.

(3) 列式时应注意: ①数与字母、字母与字母相乘省略乘号; ②数与字母相乘时数字在前; ③式子中出现除法运算时, 一般按分数形式来写; ④带分数与字母相乘时, 把带分数化成假分数; ⑤带单位时, 适当加括号.

设计意图: 进一步熟悉用含有字母的式子表示实际问题中的数量关系, 体会字母的含义, 进一步理解字母可以像数一样参与运算, 为形成多项式的概念进行铺垫. 在用数学符号表示数量关系中, 感受其中“抽象”的数学思想.

例 3 (1) 观察下列各式: $x, 2x^2, 3x^3, 4x^4, \dots$, 按此规律, 第 n 个式子是_____.

(2) 测得一种树苗的高度与树苗生长的年数的有关数据如下表 (树苗原高 100 cm):

年数	高度/cm
1	$100+5$
2	$100+10$
3	$100+15$
4	$100+20$
.....

前四年的变化与年数有什么关系? 假设以后各年树苗高度的变化与年数保持上述关系, 用式子表示生长了 n 年的树苗的高度.

(3) 礼堂第 1 排有 20 个座位, 后面每排都比前一排多一个座位. 用式子表示第 n 排的座位数.

师生活动: 学生先独立思考, 然后小组合作讨论, 学生小组代表尝试解答.

对于 (1), 学生应能轻松解决.

对于 (2), 引导学生尝试解释:

年数是 1 时, 树苗高度 (单位: cm) 是 $100+5 \times 1$;

年数是 2 时, 树苗高度 (单位: cm) 是 $100+5 \times 2$;

年数是 3 时, 树苗高度 (单位: cm) 是 $100+5 \times 3$;

年数是 4 时, 树苗高度 (单位: cm) 是 $100+5 \times 4$;

.....

数量关系是: 树苗的高度 (单位: cm) = $100+5 \times$ 年数;

年数是 n 时, 树苗高度 (单位: cm) 是 $100+5 \times n=100+5n$.

对于 (3) 学生可以尝试列表:

排数	1	2	3	n
座位数	20	$20+1$	$20+2$	$20+(n-1)$

此环节教师应关注：(1) 学生能否通过观察和分析，从中发现规律；(2) 学生得出规律的不同方法；(3) 学生能否将发现的规律用含字母 n 的式子表示出来。

教师引导学生归纳：用整式表示实际问题中的数量关系和变化规律，可以从特殊值入手，借助表格分析，由特殊到一般，由个体到整体地观察、分析问题，发现规律，并用含有字母的式子表示一般的结论，这体现了由特殊（具体）到一般（抽象）的认识规律。

设计意图：借助具体的式子或表格，通过观察、分析、归纳发现规律，并用式子表示数量关系和变化规律，经历由特殊到一般的过程，使学生进一步感受从特殊（具体）到一般（抽象）的认知规律，体会用字母便于探索和表达一些规律，字母比数字更具有—般性。

问题 3 上面的问题中，既有已知数，又有用字母表示的数，字母表示数有什么意义？用含有字母的式子表示数量关系有什么意义？

师生活动：学生尝试回答，教师根据学生回答情况进行评价。

教师引导学生归纳：用字母表示数，字母和数—样可以参与运算，可以用式子把数量关系简明地表示出来。

设计意图：—步理解字母表示数的意义，理解用含有字母的数学式子表示实际问题中数量关系的简洁性、必要性和—般性。

3. 巩固基础，学以致用

(1) 教科书第 56 页的练习。

(2) 用式子表示：

① 5 箱苹果重 m kg，每箱重 _____ kg；

② 一个数比 a 的 2 倍小 5，则这个的数为 _____；

③ 全校学生总数是 x ，其中女生占总数的 52%，则女生人数是 _____，男生人数是 _____；

④ 某校前年购买计算机 x 台，去年购买数量是前年的 2 倍，今年购买数量又是去年的 2 倍，则学校三年共购买计算机 _____ 台；

⑤ 某班有 a 名学生，现把—批图书分给全班学生阅读，如果每人分 4 本，还缺 25 本，则这批图书共 _____ 本；

⑥ 一个两位数，十位上的数为 a ，个位上的数为 b ，则这个两位数为 _____。

设计意图：—步提高用含有字母的式子表示实际问题中的数量关系的能力。

4. 小结归纳，自我完善

教师与学生—起回顾本节课所学主要内容，并请学生回答—下问题：

(1) 本节课学习了—些主要内容？

(2) 用字母表示数有什么意义？用含有字母的式子表示数量关系有什么意义？

(3) 用含有字母的式子表示数量关系时要注意—些—什么？

设计意图：通过小结，使学生梳理本节课所学内容。

5. 布置作业

教科书习题 8.1 第 1, 2, 7 题。

五、目标检测设计

1. 列式表示:

(1) 一本英汉词典的售价是 65 元, n 本英汉词典的售价是_____元;

(2) 数 x 的立方的相反数是_____;

(3) 设 n 表示任意一个整数, 则用含 n 的式子表示任意一个偶数为_____;

(4) 一种商品每件进价为 a 元, 按进价提高 30% 标价, 再按标价的 9 折出售, 那么每件商品的售价是_____元.

设计意图: 检测学生用式子表示实际问题中数量关系的掌握情况.

2. 列式表示:

(1) 长方形的长为 x , 宽为 y , 则长方形的周长为_____;

(2) 一个三位数, 它的百位上的数、十位上的数和个位上的数分别为 a, b, c , 则这个三位数为_____;

(3) 某校组织学生开展献爱心捐书活动, 七年级学生捐书 a 本, 八、九年级学生捐书总数比七年级学生捐书数量的 2 倍多 60 本, 八、九年级学生捐书总数为_____本;

(4) 某班有 x 名学生, 把一批图书分给某班学生阅读, 如果每人分 3 本, 则剩余 20 本, 这批图书共_____本.

设计意图: 检测学生用式子表示实际问题中数量关系的掌握情况.

3. 对式子“ $0.9x$ ”可以赋予含义为: 一支圆珠笔的笔芯价格为 0.9 元, 若买 x 支, 则共付款 $0.9x$ 元. 请你对“ $0.9x$ ”再赋予一个含义:_____.

设计意图: 通过开放型的问题, 检测学生能否对同一个式子给出不同的含义.

8.2 整式的加减 (第 1 课时)

一、内容和内容解析

1. 内容

同类项的概念、合并同类项的法则.

2. 内容解析

整式的加减运算是“数与代数”领域中最基本的运算, 它是今后学习整式的乘除、因式分解、分式和根式运算、方程及函数等知识的重要基础. 同类项及合并同类项的法则是学习整式的加减运算和一元一次方程的直接基础. 整式的运算与数的运算具有一致性, 由于整式中的字母表示数, 因此数的运算性质和运算律在式的运算中仍然成立, 可以类比数的运算来学习式的运算, 用关于数的运算法则和运算律对式子进行变形和化简. 这充分体现了“数式通性”及由数到式、由特殊(具体)到一般(抽象)的数学思想.

合并同类项是把多项式中同类项合并成一项, 经过合并同类项, 多项式的项数会减少, 这样多

项式就得到了简化. 同类项的概念是判断同类项的依据, “所含字母相同, 相同字母的指数也相同”是同类项的本质特征. 合并同类项的依据是数的运算律“分配律”, “合并”是指同类项的系数相加, 把得到的结果作为新的系数, 要保持同类项的字母和字母的指数不变.

基于以上分析, 可以确定本节课的教学重点是: 同类项的概念及合并同类项的法则, 感受“数式通性”和类比的思想.

二、目标和目标解析

1. 目标

- (1) 理解同类项的概念.
- (2) 掌握合并同类项的方法.
- (3) 通过类比数的运算探究合并同类项的法则, 从中体会“数式通性”和类比的思想.

2. 目标解析

达成目标(1)的标志是: 会根据“所含字母相同, 相同字母的指数也相同”的标准判断同类项, 并说出判断的依据, 会举例说明同类项, 会在一个多项式中找到同类项.

达成目标(2)的标志是: 能准确合并同类项, 并说出合并的方法, 能通过合并同类项进行多项式的化简.

目标(3)是“内容所蕴含的思想方法”, 学生需要在化简含有字母的式子时体会: 由于整式中的字母表示数, 字母可以像数一样参与运算, 算式与含有字母的式子有相同的结构, 可以对比数的运算, 运用分配律“把系数相加, 字母和字母的指数不变”合并同类项.

三、教学问题诊断分析

在前面的学习中, 学生已经掌握有理数的运算, 了解字母表示数的意义, 这些知识对本课的学习有着铺垫作用. 六年级学生的认知水平、抽象概括能力和迁移能力都有待逐步提高, 学生从熟悉的数的运算到理解含有字母的式子的运算, 需要一个过程. 在进行整式的加减运算时, 对于如何判断同类项, 为什么可以把同类项进行合并, 如何合并同类项, 学生理解和运用起来还是有困难的, 还需要教师引导学生进行“数”与“式”的类比, 正确分析含有字母的式子的结构, 帮助学生理解由于字母表示数, 字母可以像数一样参与运算, 因此可以运用分配律合并同类项. 教学中需要多展示找同类项及合并同类项的过程, 积累感性经验, 丰富学习体验, 逐步达到对“式”的运算的理解.

本节课的教学难点是: 正确判断同类项, 准确合并同类项.

四、教学过程设计

1. 创设情境, 引入课题

问题 1 青藏铁路西宁到拉萨路段, 列车在冻土地段的行驶速度是 100 km/h , 在非冻土地段的行驶速度是 120 km/h , 列车通过非冻土地段所需时间是通过冻土地段所需时间的 2.1 倍, 如果通过冻土地段需要 $t \text{ h}$, 你能用含 t 的式子表示这段铁路的全长吗?

师生活动：学生尝试解答.

如果学生得到 $100t+120\times 2.1t=100t+252t$ ，教师可以追问：这个式子的结果是多少？你是怎样得到的？说明其中的道理.

如果学生直接得到 $352t$ ，教师可以追问：这个结果是怎样得到的？说明其中的道理.

此环节教师应关注：(1) 学生能否正确列式；(2) 学生能否依据分配律化简 $100t+252t$ ，并说明其中的道理；(3) 学生能否体会在实际生活中，经常遇到含有字母的式子的运算问题.

教师归纳：在实际生活中，经常遇到含有字母的式子的运算问题，学习含有字母的式子的运算是实际需要，整式的运算是建立在数的运算基础之上的.

设计意图：引入实际问题，使学生感受到学习含有字母的式子的运算是实际需要. 理解化简 $100t+252t$ 的方法是运用有理数的运算律“分配律”，初步体会“数式通性”，促使学生的学习形成正迁移.

2. 类比探究，学习新知

问题 2 整式的运算是建立在数的运算基础之上的，对于有理数的运算是怎样做的呢？整式的运算与有理数的运算有什么联系？

(1) 运用运算律计算：

$$100\times 2+252\times 2=$$

$$100\times (-2)+252\times (-2)=$$

师生活动：学生尝试回答，根据分配律可得

$$100\times 2+252\times 2=(100+252)\times 2=352\times 2=704,$$

$$100\times (-2)+252\times (-2)=(100+252)\times (-2)=352\times (-2)=-704.$$

教师追问：式子 $100t+252t$ 与问题 2 中的两个算式有什么联系？你是如何理解化简式子 $100t+252t$ 的方法的？

学生尝试解释，教师根据学生回答情况进行引导.

教师引导学生归纳：(1) 算式 $100\times 2+252\times 2$ 与 $100\times (-2)+252\times (-2)$ 和式子 $100t+252t$ 具有相同的结构，由于字母 t 代表的是一个因（乘）数，因此根据分配律应有 $100t+252t=(100+252)t=352t$ ；(2) 由于整式中的字母表示数，因此可以类比数的运算，运用数的运算法则和运算律进行整式的运算.

设计意图：通过用分配律进行有理数的运算，帮助学生理解用分配律化简式子 $100t+252t$ 的方法，为进一步类比学习整式的运算提供方法上的借鉴. 通过引导学生观察比较，发现三个算式的联系，理解由于式子 $100t+252t$ 中的字母表示数，因此可以依据分配律对式子进行化简，理解整式的运算与有理数的运算具有一致性，为更一般的同类项的合并提供方法上指导. 体会由“数”到“式”是由特殊到一般的思想方法，初步感受“数式通性”和类比的数学思想.

(2) 类比式子 $100t+252t$ 的运算，化简下列式子：

① $100t-252t$ ； ② $3x^2+2x^2$ ； ③ $3ab^2-4ab^2$.

师生活动：学生先尝试独立解答，然后学生代表发言.

此环节教师应关注：(1) 学生在计算 $100t-252t$ 时，是否能注意分配律的使用，正确区分运算符号和性质符号；(2) 学生是否能正确理解运用分配律化简式子时“系数相加，字母连同它的指

数不变”的道理.

设计意图:进一步引导学生类比前面关于式子 $100t+252t$ 的化简, 讨论更一般的同类项(多项式中的项的次数高于 1, 字母不止一个等)的合并, 进一步理解分配律的运用, 体会“数式通性”和类比的数学思想. 通过几组不同形式的同类项, 感受不同类型式子的组成, 突出同类项的特点, 为归纳同类项的概念和合并同类项法则做好铺垫.

问题 3 观察多项式 $100t+252t$, $100t-252t$, $3x^2+2x^2$, $3ab^2-4ab^2$.

(1) 上述各多项式的项有什么共同特点?

(2) 化简上述多项式, 你能从中得出什么规律?

师生活动:学生先独立思考, 然后小组合作讨论, 小组代表发言.

教师巡视, 指导学生归纳和表达.

在讨论交流的基础上, 教师引导学生归纳同类项的定义、合并同类项的定义和法则.

此环节教师应关注: (1) 学生是否能理解判断同类项的两条标准: ①含有相同的字母; ②相同字母的指数也相同; (2) 学生能否理解合并同类项的要点, 一是“字母连同它的指数不变”, 既包含字母不变, 也包含字母的指数不变, 二是“系数相加”.

设计意图:在观察、比较中, 发现各多项式的项的共同特征, 分析运算特点, 归纳出同类项、合并同类项的定义及合并同类项的法则.

问题 4 你能举出同类项的例子吗?

师生活动:学生代表举出同类项的例子, 由其他学生合并所给出的同类项.

教师在评价学生举例后, 追问合并同类项的结果.

设计意图:通过举例, 加深对同类项概念和合并同类项法则的理解.

问题 5 化简多项式的一般步骤是什么? 通过如下问题进行说明: 找出多项式 $4x^2+2x+7+3x-8x^2-2$ 中的同类项, 并进行合并.

师生活动:学生尝试口述解题, 教师适时追问, 教师示范解答过程.

解: $4x^2+2x+7+3x-8x^2-2$

$$=4x^2-8x^2+2x+3x+7-2 \quad (\text{交换律})$$

$$=(4x^2-8x^2)+(2x+3x)+(7-2) \quad (\text{结合律})$$

$$=(4-8)x^2+(2+3)x+(7-2) \quad (\text{分配律})$$

$$=-4x^2+5x+5. \quad (\text{按字母 } x \text{ 的指数从大到小顺序排列})$$

教师引导学生归纳化简多项式的一般步骤: (1) 找出同类项并做标记; (2) 运用交换律、结合律将多项式的同类项结合; (3) 合并同类项; (4) 按同一个字母的降幂(或升幂)排列.

此环节教师应强调: (1) 运用交换律、结合律将多项式变形时, 不要丢掉各项系数的符号; (2) 不要漏项; (3) 运算结果通常按某一个字母的指数由大到小(降幂)或者由小到大(升幂)的顺序排列.

设计意图:归纳化简多项式的一般步骤.

3. 学以致用, 应用新知

例 1 合并下列各式的同类项:

(1) $xy^2 - \frac{1}{5}xy^2$;

(2) $-3x^2y + 2x^2y + 3xy^2 - 2xy^2$;

(3) $4a^2 + 3b^2 + 2ab - 4a^2 - 4b^2$.

师生活动：学生先独立完成，然后互相纠错、评价，学生代表板演，教师巡视指导。

设计意图：加深对同类项的概念和合并同类项法则的理解和运用，提高运算能力。

4. 基础训练，巩固新知

练习1 判断下列说法是否正确，正确的在括号内打“√”，错误的打“×”。

(1) $3x$ 与 $3mx$ 是同类项；()

(2) $2ab$ 与 $-5ab$ 是同类项；()

(3) $3xy^2$ 与 $-\frac{1}{2}y^2x$ 是同类项；()

(4) $5a^2b$ 与 $-2a^2bc$ 是同类项；()

(5) 2^3 与 3^2 是同类项。()

设计意图：进一步巩固同类项的概念。

练习2 填空：

(1) 若单项式 $2x^m y^3$ 与单项式 $-3x^2 y^n$ 是同类项，则 $m = \underline{\quad}$ ， $n = \underline{\quad}$ 。

(2) 单项式 $-6ab^2 c^3$ 的同类项可以是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (写出一个即可)。

(3) 下列运算中，正确的是 $\underline{\quad}$ (填序号)。

① $2a + 3a = 5a^2$ ；② $5a^2 b - 3ab^2 = 2ab$ ；③ $3x^2 - 2x^2 = x^2$ ；④ $6m^2 - 5m^2 = 1$ 。

(4) 多项式 $3ab - 6a^2 b^2 - 8ab^2 + 4a^2 b^2 - 9ab + 2ab^2 - 5$ ，其中与 ab^2 是同类项的是 $\underline{\quad}$ ；与 $a^2 b^2$ 是同类项的是 $\underline{\quad}$ ；将多项式中的同类项合并后，结果是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

设计意图：进一步巩固同类项的概念和合并同类项法则。

5. 小结归纳，自我完善

教师与学生一起回顾本节课所学主要内容，并请学生回答以下问题：

(1) 本节课学了哪些主要内容？

(2) 你能举例说明同类项的概念吗？

(3) 举例说明合并同类项的方法。

(4) 本节课主要运用了什么思想方法研究问题？

设计意图：通过小结，使学生梳理本节课所学内容，掌握本节课的核心——同类项的概念、合并同类项的概念和法则，感受“数式通性”和类比的数学思想。

6. 布置作业

教科书第65页练习第1题，习题8.2第1题。

五、目标检测设计

1. 下列各组中的两项，属于同类项的是 ()。

(A) a^2 与 a (B) $-0.5ab$ 与 $\frac{1}{2}ba$

(C) a^2b 与 ab^2 (D) a 与 b

设计意图: 检测学生对同类项概念的理解.

2. 下列运算中, 正确的是 ().

(A) $3a+2b=5ab$ (B) $3a^2b-3ba^2=0$

(C) $2x^3+3x^2=5x^5$ (D) $5y^2-4y^2=1$

设计意图: 通过几个合并同类项问题的辨析, 引起对合并同类项产生错误的原因的分析和思考, 检测学生对合并同类项法则的理解和运用.

3. 若单项式 $-3a^m b^2$ 与单项式 $\frac{1}{3}a^3 b^n$ 是同类项, 则 $m=$ _____, $n=$ _____.

设计意图: 检测学生对同类项概念的理解.

4. 化简下列各式:

(1) $-a+0.5a+2.5a$;

(2) $7a+3a^2-2a-a^2+3$;

(3) $3x^2-2xy-x^2+5xy$;

(4) $3x^3-3x^2-y^2+5y+x^2-5y+y^2$.

设计意图: 检测学生利用合并同类项化简多项式的掌握情况.

数学活动

一、内容和内容解析

1. 内容

活动 1: 用火柴棍摆放图形, 探究火柴棍的根数与图形的个数之间的对应关系;

活动 2: 探究月历中数字之间所蕴含的关系和变化规律.

2. 内容解析

本节课的数学活动将第二章“整式的加减”所学知识应用于实际, 进一步用整式表示数量关系, 用整式的加减运算进行化简, 是整式与整式加减的应用.

两个数学活动综合运用整式和整式的加减运算, 表示具体情境中的数量关系和变化规律. 活动 1 中的核心问题是寻求三角形的个数与火柴棍根数之间的对应关系, 问题的本质是变化与对应. 由于观察图形时的角度不同, 规律的显现方式不同, 得到的表达形式不同, 但经过整式的加减运算后得到的结论是唯一确定的. 活动 2 应用整式的加减探究月历中数字之间的规律: ①月历中数字的排列规律; ②由数字的排列规律引出运算规律, 应用整式的加减进行化简, 表示出一般规律; ③如何设字母可以简化表示方法和简化运算.

基于以上分析, 可以确定本节课的教学重点是: 用整式表示实际问题中的数量关系, 掌握从特殊到一般的探究方法.

二、目标和目标解析

1. 目标

(1) 用整式和整式的加减运算表示实际问题中的数量关系.

(2) 掌握从特殊到一般, 从个体到整体地观察、分析问题的方法. 尝试从不同角度探究问题, 培养应用意识和创新意识.

(3) 积极参与数学活动, 在数学活动过程中, 合作交流、反思质疑, 体验获得成功的乐趣, 锻炼克服困难的意志, 建立学好数学的自信心.

2. 目标解析

达成目标(1)的标志是: 学生用整式表示出火柴棍的根数与三角形的个数之间的对应关系, 用整式表示出月历中不同位置上的数字的一般表达式, 并探寻一些规律.

目标(2)是“内容所蕴含的思想方法”, 学生需要体会在较为复杂的图形中寻找一般规律, 经常先把复杂图形分解, 从其中的特殊图形入手, 先就个体观察特征, 再扩展到一般, 最后由整体总结规律, 感受由特殊到一般的探究模式.

达成目标(3)的标志是: 学生对数学有好奇心和求知欲, 在小组合作活动中积极思考, 勇于质疑, 敢于发表自己的想法.

三、教学问题诊断分析

本章学生已经学习用整式表示实际问题中的数量关系及整式的加减运算. 但是正确理解字母的真正含义, 熟悉用符号表示具体情境中的数量关系, 对学生而言有一定难度. 在拼图的过程中, 学生比较容易发现火柴棍根数的变化情况, 但要借助观察图形的变化寻找火柴棍的根数与三角形的个数之间的对应关系, 还是有一定困难. 在活动2中, 探索月历中数字的排列规律比较容易, 但要从不同角度, 运用不同方法探究月历中隐含的数量关系及其规律, 对学生来说具有一定的挑战性.

本节课的教学难点是: 利用整式和整式的加减运算准确表示出具体情境中的数量关系.

四、教学支持条件分析

根据活动课的特点, 学生准备一盒火柴棍、若干张大小相等的正方形纸片、一张月历. 教师准备几何画板软件供学生使用, 同时采用多媒体课件辅助教学.

五、教学过程设计

1. 数学活动1

问题1 如图1所示, 用火柴棍拼成一排由三角形组成的图形.



图1

- (1) 如果图形中含有 n 个三角形, 需要多少根火柴棍?
 (2) 当图形中含有 2 012 个三角形时, 需要多少根火柴棍?

师生活动:

学生分成小组, 利用已准备好的火柴棍动手摆放图形进行自主探究. 学生代表(利用几何画板软件)展示小组讨论的过程与结果. 教师重点关注学生自主探究的步骤和方法.

学生在探究的过程中会从不同角度观察图形, 会用不同的表达形式呈现规律, 会从数和形两个方面进行探究. 教师引导学生借助于“形”进行思考和推理, 加强对图形变化的感受. 在活动的过程中, 整理数据, 观察火柴棍的根数与 n 之间的对应关系, 有助于突破难点. 问题 1 的解决方法很多, 下面是几种常见方法.

- (1) 从第二个图形起, 与前一图形比, 每增加一个三角形, 增加两根火柴棍, 可得

三角形个数	1	2	3	4	n
火柴棍根数	3	3+2	3+2+2	3+2+2+2	$3+\underbrace{2+2+2+\cdots+2}_{n-1}$

表达形式: $3+2(n-1)=2n+1$.

(2) 每个三角形由三根火柴棍组成, 从第一个图形起, 火柴棍根数等于所含三角形个数乘 3 再减去重复的火柴棍根数, 可得

三角形个数	1	2	3	4	n
火柴棍根数	1×3	$2\times 3-1$	$3\times 3-2$	$4\times 3-3$	$3\times n-(n-1)$

表达形式: $3n-(n-1)=2n+1$.

- (3) 从第一个图形起, 以一根火柴棍为基础, 每增加一个三角形, 增加两根火柴棍, 可得

三角形个数	1	2	3	4	n
火柴棍根数	1+2	1+2+2	1+2+2+2	1+2+2+2+2	$1+\underbrace{2+2+2+\cdots+2}_n$

表达形式: $1+2n$.

- (4) 观察火柴棍的根数与三角形的个数的对应关系, 可得

三角形个数	1	2	3	4	n
火柴棍根数	$3=1\times 2+1$	$5=2\times 2+1$	$7=3\times 2+1$	$9=4\times 2+1$	$n\times 2+1$

表达形式: $2n+1$.

- (5) 将组成图形的火柴棍分为“横”放和“斜”放两类统计计数, 可得

三角形个数	1	2	3	4	n
火柴棍根数	1+2	2+3	3+4	4+5	$n+(n+1)$

表达形式: $n+(n+1)=2n+1$.

设计意图: 应用列表法得到用整式表示的三角形个数和所用火柴棍的根数的对应关系, 让学生掌握由特殊到一般的探究方法.

【说明】通过这个活动发现如下关系是关键，第一个三角形需要 3 根火柴棍，以后每增加一个三角形，火柴棍根数增加 2。接下来，就可以运用这种方法解决问题。

2. 数学活动 2

图 2 是某月的月历。

	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

图 2

	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

图 3

问题 2 (1) 带阴影的方框中的 9 个数之和与方框正中心的数有什么关系？

(2) 如果将带阴影的方框移至图 3 的位置，(1) 中的关系还成立吗？

(3) 不改变带阴影的方框的大小，将方框移动几个位置试一试，你能得出什么结论？你能证明这个结论吗？

(4) 这个结论对于任何一个月的月历都成立吗？

(5) 如图 4，如果带阴影的方框里的数是 4 个，你能得出什么结论？

	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

图 4

	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

图 5

(6) 如图 5，对于带阴影的框中的 4 个数，又能得出什么结论？

师生活动：前 3 个问题表面上看，要求计算特殊位置上的 9 个数的和，而实质需要寻求这 9 个数的排列规律，用整式表示出月历中任意位置上的数字。学生从三个层次进行探究：①月历中数字的排列规律：“横”看，从左到右，数字依次递增 1；“纵”看，从上到下，数字依次递增 7；从对角线左上到右下看，数字依次递增 8 等；②由数字的排列规律引出运算规律，利用整式的加减进行化简，表示出一般的规律；③如何设字母可以简化表示方法和简化运算。

学生选择用字母表示数，可能设哪个数为字母 a 情况各不相同，这时可让学生尝试评价不同方法之间的差异，从而得出最优方案：用字母 a 表示正中间的数（如下表）。

$a-8$	$a-7$	$a-6$
$a-1$	a	$a+1$
$a+6$	$a+7$	$a+8$

设计意图：在数学活动合作交流的过程中使学生体会解决问题策略的多样性，积累数学活动经

验,进一步培养学生的创新意识,增强学生应用数学知识解决实际问题的能力.

【说明】问题(5)和问题(6)大部分学生会从几个数的和差之间的关系入手讨论,得到结论 $a+(a+8)=(a+1)+(a+7)$, $a+(a+7)=(a+1)+(a+6)$ 等.但也有些学生会从几个数的乘除之间的关系找规律,例如: $(a+1) \cdot (a+7)-a(a+8)=7$, $(a+1) \cdot (a+6)-a(a+7)=6$, 如果结论正确,教师应给予肯定.但由于学生还未学习整式的乘除,教师应及时引导学生利用整式的加减运算寻求规律.

3. 小结

教师与学生一起回顾本节课内容,并请学生回答以下问题:

- (1) 解决本节课中的问题,用到了什么知识?
- (2) 解决本节课中的问题,用到了什么思想方法?

设计意图:通过小结,使学生认识本节课内容与本章内容的联系,体会从特殊到一般地探究规律的思想方法.

4. 布置作业

(1) 如图6所示,以一根火柴棍为一边,用火柴棍拼成一排由正方形组成的图形,如果图形中含有2012个正方形,需要多少根火柴棍?



图6

(2) 若干个偶数排列如下图所示,探究方框中数之间的关系:

2	4	6	8	10	12	14	16
18	20	22	24	26	28	30	32
34	36	38	40	42	44	46	48
50	52	54	56	58	60	62	64

设计意图:让学生应用本节课所学习的方法和策略解决同类问题.

六、目标检测设计

1. 观察下列一组数

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{5}{11}, \dots$$

第 n 个数是_____.

设计意图:检测学生对数的个数与其所在位置的对应关系的观察、分析、归纳的能力.

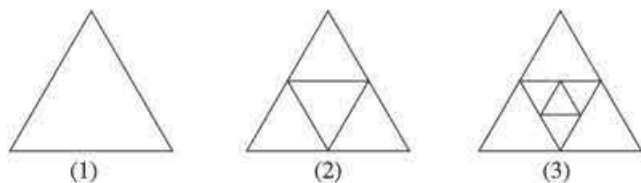
2. 礼堂第1排有 a 个座位,后面每一排都比前一排多1个座位,第2排有多少个座位?第3排呢?用 m 表示第 n 排的座位数, m 是多少?当 $a=20$, $n=19$ 时,计算 m 的值.

设计意图:检测学生用整式表示实际问题中的数量关系的能力,特别是考查学生准确找到 m 与 n 的对应关系的能力.

3. 如图 (1) 是一个三角形, 分别连接这个三角形三边中点得到图 (2); 再分别连接图 (2) 中小三角形三边的中点, 得到图 (3).

(1) 图 (1)、图 (2)、图 (3) 中分别有多少个三角形?

(2) 按上面的方法继续下去, 第 n 个图形中有多少个三角形?



(第 3 题)

设计意图: 检测学生用整式表示数量关系的能力和从不同角度探究问题的能力.

V 拓展资源

一、知识的拓展延伸与相关史料

1. 代数的由来

在古代, 当算术里积累了大量的关于各种数量问题的解法后, 为了寻求有系统的、更普遍的方法, 古老的算术就必须进行改进和发展. 未知数 x 等符号的引入, 使算术学科变成了代数学科. 有了符号体系, 数学的书写比在算术阶段更紧凑、更有效、更抽象, 也更能反映一般规律, 于是, 也就有了更广泛的应用.

从算术到代数, 经历了漫长的历史时代, 许多国家、许多民族都做出过贡献. 第一个使用符号体系的是公元 3~4 世纪的希腊人丢番图, 他的符号体系称为“缩写代数”, 但是这种符号体系还有许多缺陷. 真正的“符号代数”是 16 世纪法国人韦达首先创立的, 后来经过法国人笛卡儿改进完成. 现在使用的符号体系最多只有 400 年左右的历史. 1859 年, 清代数学家李善兰和英国传教士韦列亚力合作出版了《代微积拾级》一书, 书中创造“代数”这一数学专有名词、代表一门数学分支在我国正式使用.

2. 多项式

多项式的研究, 源于“代数方程求解”. 在数学领域里, 多项式是由变量以及标量 (一般是实数或复数) 经乘法及加法构造而成.

多项式可按各项“元”的次数排列. 次数从低到高是升幂排列, 如从 a_0x^0 排到 a_nx^n , 可以写成 $a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \cdots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$; 次数从高到低是降幂排列, 如从 a_nx^n 排到 a_0x^0 , 可以写成 $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots + a_1x^1 + a_0x^0$; 若一个多项式为多“元”多项式, 可按照其中一个“元”进行排列, 如 $2x^5y^2 + 5x^3y^3 - 6x^2y^4$ 是按 x 的降幂排列, 也可以看作按 y 的升幂排列.

多项式函数 $y = a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \cdots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ 的图象是简单的平滑曲线. 简单及平滑的特点, 使多项式函数在数值分析、图论以及电脑绘图等方面, 都发挥着极大的作用.

3. 用分离系数法进行整式的加减

整式的加减实际上就是合并同类项，而合并同类项的关键是合并各同类项的系数。如果把两个或几个整式按同一字母降幂（或升幂）排列，凡是缺项则留出空位或添零，同时各同类项对齐，就可以列竖式进行加减法运算了，如计算 $(-3x^3+5x^2-7)+(2x-3+3x^2)$ ：

$$\begin{array}{r} -3x^3+5x^2 \quad -7 \\ +) \quad \quad \quad 3x^2+2x-3 \\ \hline -3x^3+8x^2+2x-10 \end{array}$$

可见，参与加减运算的整式都是按同一字母进行降幂排列的，各项排列的位置表示它们所含字母的幂的次数。因此，可以不必写出字母及其指数，只写出系数，计算出结果后，再把字母和相应的指数补上去，从而使计算过程简化，这种方法叫分离系数法。用分离系数法，上题的计算过程可以简化为

$$\begin{array}{r} -3+5+0-7 \\ +) \quad 0+3+2-3 \\ \hline -3+8+2-10 \end{array}$$

所以， $(-3x^3+5x^2-7)+(2x-3+3x^2)=-3x^3+8x^2+2x-10$ 。

二、拓展性问题

按顺序完成以下运算：

- ① 取任一个三位数，使它的首位和末位的差大于1；
- ② 交换首位和末位数字而构成另一个数；
- ③ 求此两个三位数的差；
- ④ 交换这个差的首位和末位数字，又构成一个新的数；
- ⑤ 将第三步所得的数与第四步所得的数加到一起。

现在，我们可以得到最后的结果一定是1 089。

答案：不妨用 a, b, c 代表一个三位数的百位上的数、十位上的数和个位上的数，则

- ① 这个三位数可表示为 $100a+10b+c$ ；
- ② 交换首位和末位数字，得到另一个数 $100c+10b+a$ ；
- ③ 两个三位数的差为

$$(100a+10b+c)-(100c+10b+a)=100(a-c-1)+10 \times 9+(10-a+c)；$$

- ④ 交换这个差的首位和末位数字，又构成一个新的数

$$100(10-a+c)+10 \times 9+(a-c-1)；$$

- ⑤ 将第三步所得的数与第四步所得的数加到一起：

$$\begin{aligned} & [100(a-c-1)+90+(10-a+c)]+[100(10-a+c)+90+(a-c-1)] \\ & =900+180+9 \\ & =1\ 089. \end{aligned}$$

VI 评价建议与测试题

一、评价建议

1. 本章的主要内容是：用含有字母的式子表示数量关系，单项式、多项式、整式、同类项的概念；合并同类项法则、去括号法则以及整式的加减运算。可以从以下几方面考查学生对单项式、多项式、整式等概念的理解：能确定单项式的系数与次数、多项式的项与次数；能判别一个式子是否为整式。可以从以下几方面考查学生对整式的加减的掌握：能举例说明什么是同类项，能正确地进行同类项的合并和去括号；能在准确判断、正确合并同类项的基础上，熟练进行整式的加减运算、化简求值运算。

在评价中，要关注学生是否清楚整式的加减与数的运算的联系：整式中的字母表示数，整式的加减运算建立在数的运算基础上；合并同类项、去括号的依据是分配律；数的运算律和运算性质在整式的加减运算中仍然成立。还要关注学生用整式表示实际问题中的数量关系的能力。

2. 考查用字母表示数和整式的概念，应注意以下问题：

(1) 考查用字母表示数，可通过能否列出含有字母的式子表示简单实际问题中的数量关系进行考查。

(2) 对于整式的有关概念，要抓住概念的特征，可通过单项式的系数、次数及多项式的次数、项数的识别进行考查。如让学生写一个含有字母 a, b 的五次三项式，其中最高次项的系数为 2，常数项为 -9 。

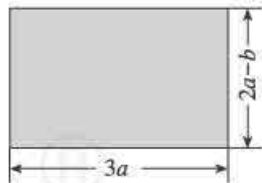
3. 可设计一些具有开放性和探究性的问题，考查学生发现和提出问题的能力及解决问题的能力。

二、测试题 (时间：45 分，满分 100 分)

(一) 选择题 (每小题 6 分，共 36 分)

1. 如图，长方形的长是 $3a$ ，宽是 $2a-b$ ，则长方形的周长是()。

- (A) $10a-2b$ (B) $10a+2b$
(C) $6a-2b$ (D) $10a-b$



(第 1 题)

2. 下列说法中，正确的是()。

- (A) $\frac{1}{3}\pi x^2$ 的系数为 $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}xy^2$ 的系数为 $\frac{1}{2}x$
(C) $3x^2$ 的系数为 3 (D) $-5x^2$ 的系数为 5

3. 下列各组中的两项，不是同类项的是()。

- (A) $2x^2y$ 与 $-2x^2y$ (B) x^3 与 $3x$
(C) $-3ab^2c^3$ 与 $0.6c^3b^2a$ (D) 1 与 $\frac{1}{8}$

4. 下列计算中，正确的是()。

(A) $4a-9a=5a$

(B) $\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}a=0$

(C) $a^3-a^2=a$

(D) $a+a^2=a^3$

5. 下列计算中, 正确的是 ().

(A) $-2(a+b)=-2a+b$

(B) $-2(a+b)=-2a-b$

(C) $-2(a+b)=-2a-2b$

(D) $-2(a+b)=-2a+2b$

6. 某商店在甲批发市场以每包 m 元的价格进了 40 包茶叶, 又在乙批发市场以每包 n 元 ($m > n$) 的价格进了同样的 60 包茶叶. 如果以每包 $\frac{m+n}{2}$ 元的价格全部卖出这种茶叶, 那么这家商店 ().

(A) 盈利了

(B) 亏损了

(C) 不盈不亏

(D) 盈亏不能确定

(二) 填空题 (每小题 6 分, 共 24 分)

7. 任意写一个含有字母 a, b 的五次三项式, 其中最高次项的系数为 2, 常数项为 -9 : _____.

8. 一个计算程序是对输入的 x , 先平方, 然后乘 2, 再减去 1, 最后输出 y . 若输入的 x 的值为 2, 则输出的 y 值是_____.

9. 对单项式“ $0.8a$ ”可以解释为: 一件商品原价为 a 元, 若按原价的 8 折出售, 这件商品现在的售价是 $0.8a$ 元. 请你对“ $0.8a$ ”再赋予一个含义: _____.

10. 观察下列算式:

$1^2-0^2=1+0=1; \quad 2^2-1^2=2+1=3; \quad 3^2-2^2=3+2=5; \quad 4^2-3^2=4+3=7;$

$5^2-4^2=5+4=9\cdots\cdots$

若字母 n 表示自然数, 请把你观察到的规律用含字母 n 的式子表示出来: _____.

(三) 解答题 (每小题 10 分, 共 40 分)

11. 计算:

(1) $(2a-b)-(2b-3a)-2(a-2b);$

(2) $(4x^2-5xy)-(\frac{1}{3}y^2+2x^2)+2(3xy-\frac{1}{4}y^2-\frac{1}{12}y^2).$

12. 先化简, 再求值:

(1) $(2a^2-b)-(a^2-4b)-(b+c)$, 其中 $a=\frac{1}{3}, b=\frac{1}{2}, c=1;$

(2) $2(x^3-2y^2)-(x-2y)-(x-3y^2+2x^3)$, 其中 $x=-3, y=-2.$

13. 如图, 在一个长方形休闲广场的四角都设计一块半径相同的四分之一圆形的花坛. 若圆形的半径为 r m, 广场长为 a m, 宽为 b m.



(1) 列式表示广场空地的面积;

(2) 若广场的长为 500 m, 宽为 200 m, 圆形花坛的半径为

(第 13 题)

20 m, 求广场空地的面积 (计算结果保留 π).

14. 某校七年级四个班级的学生在植树节这天义务植树. 一班植树 x 棵, 二班植树的棵数比一班的 2 倍少 40 棵, 三班植树的棵数比二班的一半多 30 棵, 四班植树的棵数比三班的一半多 30 棵.

(1) 求四个班共植树多少棵 (用含 x 的式子表示);

(2) 当 $x=60$ 时, 四个班中哪个班植的树最多?

(四) 附加题 (每小题 5 分, 共 10 分)

15. 某市居民使用自来水按如下标准收费: 若每户月用水量不超过 12 m^3 , 按 a 元/ m^3 收费, 若超过 12 m^3 , 但不超过 20 m^3 , 则超过部分按 $1.5a$ 元/ m^3 收费; 若超过 20 m^3 , 超过部分按 $2a$ 元/ m^3 收费. 根据表中户月用水量 n 的取值, 把相应的收费金额填在下表中.

户月用水量/ m^3	10	18	26	$n(n>20)$
收费金额/元	$10a$	$21a$		

16. 某超市出售一种商品, 其原价为 a 元, 现有三种调价方案: (1) 先提价 20%, 再降价 20%; (2) 先降价 20%, 再提价 20%; (3) 先提价 15%, 再降价 15%. 用这三种方案调价, 结果是否一样? 最后是不是都恢复为原价?

参考答案

1. A. 本题主要考查列整式和化简整式.

2. C. 本题主要考查单项式系数的概念.

3. B. 本题主要考查同类项的概念.

4. B. 本题主要考查合并同类项.

5. C. 本题主要考查去括号法则.

6. A. 本题主要考查实际问题中的整式加减运算.

提示: 100 包茶叶的销售收入是 $100 \times \frac{m+n}{2} = 50m + 50n$ (元), 进价是 $40m + 60n$ (元). $(50m + 50n) - (40m + 60n) = 10(m - n) > 0$.

7. $2ab^4 - a^2b - 9$ (答案不唯一). 本题主要考查多项式的相关概念.

8. 7. 本题主要考查用整式表示数量关系和求值. 提示: 将 $x=2$ 代入 $2x^2 - 1$ 中, 得结果为 7, 即输出 y 的值为 7.

9. 练习本每本 0.8 元, 某人买了 a 本, 共付款 $0.8a$ 元 (答案不唯一). 本题主要考查给抽象的式子赋予含义的能力.

10. $n^2 - (n-1)^2 = n + (n-1) = 2n - 1$. 本题主要考查列式表示运算的一般规律的能力.

11. (1) $3a + b$; (2) $2x^2 - y^2 + xy$. 本题主要考查去括号、合并同类项法则的运用.

12. (1) 原式 $= a^2 + 2b - c$, 值为 $\frac{1}{9}$; (2) 原式 $= -y^2 - 2x + 2y$, 值为 -2 . 本题主要考查去括号、合并同类项法则的综合运用.

13. (1) $(ab - \pi r^2) \text{ m}^2$; (2) $(100\,000 - 400\pi) \text{ m}^2$. 本题主要考查列式表示数量关系及求值.

14. (1) $(\frac{9}{2}x + 5)$ 棵; (2) 当 $x = 60$ 时, 一班植树 60 棵, 二班植树 80 棵, 三班植树 70 棵, 四班植树 65 棵, 所以二班植树最多.

本题主要考查用字母列式表示数量关系及整式的化简和求值.

15. 表中空格从左至右依次填 $36a$ 和 $2(n-8)a$. 本题主要考查列式表示数量关系, 检测观察、归纳、分类、概括的能力.

16. 方案 (1)(2)(3) 的调价结果分别是:

$$(1+20\%)(1-20\%)a=0.96a;$$

$$(1-20\%)(1+20\%)a=0.96a;$$

$$(1+15\%)(1-15\%)a=0.9775a.$$

对比可知, 前两种方案调价结果一样, 这三种调价方案最后的价格与原价都不一样.

本题主要考查列式表示数量关系, 检测解决问题的能力.

人教版®

第九章 几何图形初步

I 总体设计

一、本章学习目标

1. 通过从实物和具体模型的抽象,了解几何图形、立体图形与平面图形以及几何体、平面和曲面、直线和曲线、点等概念.

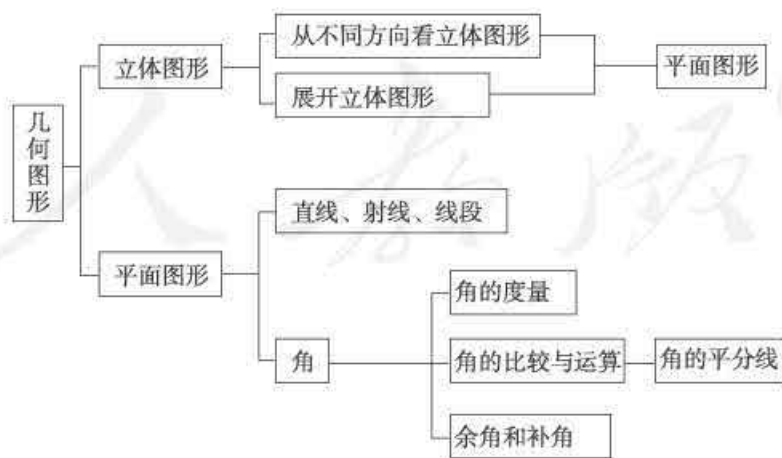
2. 能画出从不同方向看一些基本几何体(直棱柱、圆柱、圆锥、球)以及它们的简单组合体得到的平面图形;了解直棱柱、圆柱、圆锥的展开图,能根据展开图想象相应的几何体,制作立体模型,在平面图形和立体图形相互转换的过程中,培养空间观念和空间想象力.

3. 进一步认识直线、射线、线段的概念,掌握它们的符号表示;掌握基本事实:“两点确定一条直线”“两点之间,线段最短”,了解它们在生活和生产中的应用;理解两点间距离的意义,能度量两点间的距离;了解平面上两条直线具有相交与不相交两种位置关系;会比较线段的大小,理解线段的和、差及线段的中点等概念,会画一条线段等于已知线段.

4. 理解角的概念,掌握角的符号表示,会比较角的大小,认识度、分、秒并能进行简单的换算,会计算角的和与差.了解角的平分线、余角、补角的概念,知道补角和余角的性质.

5. 初步认识几何图形是描述现实世界的重要工具,初步应用几何图形的知识解决一些简单的实际问题,培养学习图形与几何知识的兴趣,通过交流活动,初步形成积极参与数学活动,主动与他人合作交流的意识.

二、本章知识结构框图



三、内容安排

本章教学内容是几何学中最基本的一些知识. 我们生活其中的现实空间的各种物体都以其所具

有的各种空间形式存在于我们周围，学习有关图形与几何的知识能使人们更好地认识现实空间，并把有关的知识应用于实际生活和工作之中。本章是初中阶段“图形与几何”领域的第一章，介绍图形与几何的一些最基本的概念和图形。一些最基本的概念，如几何图形、立体图形、平面图形、体、面、线、点等，要在本章中从现实具体物体中抽象、归纳出来，直线、线段、射线、角及有关的概念在本章中得到比较详细的介绍，并被广泛应用于后续的教学。本章的教学属于初中几何图形知识学习的起始阶段，对于后续相关知识的学习影响深远。

在第 9.1 节，教科书首先用引言中北京奥林匹克公园的俯瞰图和第 9.1 节开始的实物照片，引导学生观察现实生活中各种物体，从而进入到本章几何图形初步知识的学习中来。接着，教科书首先指出各种物体都具有形状、大小、位置的几何特征，并从学生熟悉的长方体纸盒开始，让学生经历从具体物体的外形抽象概括出长方体、圆柱、球、几何图形的过程，认识几何图形、立体图形、平面图形的概念；让学生通过从不同方向看立体图形得到平面图形和想象几何体的展开图的过程，认识可以用平面图形表示立体图形，以及立体图形与平面图形的联系；并进一步从体、面、线、点之间的关系以及运动的观点（点动成线、线动成面、面动成体）进一步认识基本几何图形，并引入了几何图形的集合观点。这样的过程可以让学生初步体会几何图形的抽象性特点和数学的抽象性。

在第 9.2 节和第 9.3 节，教科书介绍最基本的平面图形——直线、射线、线段和角的知识。

直线、射线、线段和角都是重要而基本的几何图形，有关直线、射线、线段和角的概念和性质、表示、画法、计算等，都是重要的几何基础知识，是学习后续图形与几何知识以及其他数学知识的必备基础。在小学阶段，学生对于直线、射线、线段和角等内容有了初步感性知识，认识是很粗浅的，有必要在初中阶段加深理解。

教科书在第 9.2 节首先让学生通过“思考”探究得到关于直线的基本事实：经过两点有一条直线，并且只有一条直线。这个基本事实又被称为“直线公理”，非常好地刻画了直线这种最基本的几何图形。接着，教科书介绍了关于直线的基本事实的实际应用，以及直线的符号表示，介绍了相交直线的概念。线段与射线是与直线密切相关的两个基本概念，教科书介绍了它们的画法和符号表示，以及线段的大小比较、线段的和与差等。在图形与几何的教学中，画图教学和作图教学是重要内容，应该在教学中引起重视。教科书在本节介绍了画线段和作线段的方法。在本节最后通过一个“思考”栏目，得到关于线段的基本事实：两点之间，线段最短。这是线段的一个重要的性质，在许多问题（尤其是有关线路长短之类的几何不等式问题）中是一个基本的出发点。教科书让学生通过思考、探究、比较得到以上基本事实，并举例说明了基本事实的应用。

教科书在第 9.3 节首先从一些角的实例开始，认识学习角的概念的实际必要性，并引入角的定义和角的符号表示方法。角的概念可以从静态和动态两种角度去认识，在后续数学学习中两种角度的认识都需要，所以教科书在“思考”栏目中也引入了角的动态观点。接着，教科书安排了角的大小的角度制度和表示、角的大小比较、角的和与差、角平分线、余角和补角及其性质等内容。

教科书在第 9.4 节安排了一个课题学习：“设计制作长方体形状的包装纸盒”。安排这个课题学习的目的是让学生借助所学的几何初步知识，逐渐学会独立思考，学会与他人合作，并经历发现问题、分析问题和解决问题的过程，并在活动过程中培养空间想象能力、逻辑思维能力、动手操作能力和在实践中应用数学的能力。

本章的重点内容是几何与图形的基本概念和线段、角的基本知识，这些概念和知识来源于现实的抽象和概括，在教学中，应该注意图形与几何的知识与客观实际的联系。概念的抽象性是教学的主要难点，应该予以重视，当然，也应该根据学生的实际把握适当的教學要求。另外，对图形的表示和画图、作图，对几何语言的学习、运用等，都需要一个学习并逐渐熟悉的过程。这些，对于今后的学习都很重要，同时也是本章的难点。

四、课时安排

本章教学时间约需 18 课时，具体分配如下（仅供参考）：

9.1 几何图形	约 5 课时
9.2 直线、射线、线段	约 4 课时
9.3 角	约 5 课时
9.4 课题学习 设计制作长方体形状的包装纸盒	约 2 课时
小结	约 2 课时

五、编写本章时考虑的问题

1. 注意揭示几何图形基本概念抽象性特点

现实空间中的各种物体都以其特有的形状、大小和位置存在于我们周围，几何学就是研究图形的形状、大小和位置的学科，学习图形与几何的知识能使人们更好地认识现实空间，并在实际工作中运用有关几何知识解决问题。本章引入的是几何图形的一些最基本概念，如几何图形、点、线、面、体、平面图形、立体图形、几何图形等概念，这些概念是从现实中抽象出来的最基本的几何概念，教学中必须注意这些基本概念与客观现实的联系，初步了解这些概念的抽象性特点，从而能初步用几何观点认识现实世界。教科书首先从常见的长方体形状的实物抽象出一个特殊的几何体——长方体，以及从不同侧面得到长方形或正方形等平面图形，再从棱、顶点得到线段、点，以此为特例，推广到从其他实物可以抽象得到圆柱、球等几何体，并指出在小学学习的其他几何图形也是从物体外形中抽象得出，从而引入几何图形的概念。教学中要让学生初步体会几何图形的抽象性特点。

2. 让学生在观察、操作、想象、交流等活动中学习知识，发展空间观念

数学教学应该重视培养学生养成良好的学习习惯，在新的学习阶段开始时尤其要注意这个问题。本章是初中阶段“图形与几何”内容学习的开始，“图形与几何”教学的一个重要目标是发展学生的空间观念，培养空间想象力，为了达到教学目标，本章教学重视让学生从事动手操作、观察、想象、交流等活动，给学生提供一些现实的、有意义的、有一定挑战性的学习任务，开展数学活动，引导他们在活动中获得几何图形知识和有关技能，丰富学生进行形象思维的思想材料，发展空间观念，培养空间想象能力。

在本章的教科书中，安排了许多观察、思考、探究、举例、画图等学习活动，如从一些图案中发现平面图形，想象从不同方向看由 9 个正方体组成的立体图形得到怎样的平面图形，探索一些常见几何体的展开图，通过画图、观察、思考等活动，从生活中的现象得到关于直线、线段的性质，探索画一个角等于已知角的方法，等等。通过这些学习活动，鼓励学生勤思考、勤动手、多交流。

动手操作是学习开始阶段重要的一环，它可以帮助学生丰富经验，认识图形，验证学生的空间想象，在本章较多地安排了操作性活动，鼓励学生先动手操作、后思考结论，以后可以逐步过渡到先思考、后动手验证。

3. 重视几何语言的培养和训练

正确掌握几何语言是学好几何知识的必备条件。几何图形是“图形与几何”的研究对象，一般按照“实物和模型→几何图形→文字表示→符号表示”的程序进行教学。其中，图形是从实物和模型第一次抽象后的产物，也是形象、直观的语言；文字语言是对图形的描述、解释与讨论；符号语言则是对文字语言的简化。显然，首先建立的是图形语言，然后引入文字语言和符号语言，最后形成三种数学语言的综合运用，如果三种语言达到了融会贯通的程度，就基本掌握研究对象了。

在本章中，特别注意“模型→图形→文字→符号”这个抽象的过程。教科书首先强调实物原型的作用，引入了大量实物模型，让学生从中抽象出几何图形。其次，教科书重视图形语言的作用，对于图形的文字和符号描述，都是紧密联系图形，发挥直观图形的作用，在图形基础上发展其他数学语言。例如，关于线段的比较、线段的和与差、线段的中点、角的比较、角的平分线等，都是先以图形直观给出，再联系到数量，给出文字的描述，最后再给出符号的表示，使几种几何语言优势互补，以收到较好的教学效果。

本章教科书除了重视“模型→图形→文字→符号”的转化过程外，也重视相反的教学过程，即“符号→文字→图形”的教学过程，让学生先理解符号或文字所表达的图形及关系，并把它们用图形直观表示出来，化“无形”为“有形”。本章注意安排了一些这样的练习、习题，教学中要重视这些方面的训练，使学生能较快掌握三种语言的运用，从而更好地掌握所研究的几何图形知识。

4. 重视培养学生学习几何知识的兴趣

本章教科书是“图形与几何”领域的第一章，是初中几何课的入门课，学生所接触的是一个以图形研究为主的领域，基础知识多，基本概念多而抽象，学生对于这些抽象概念的理解有一定的难度。对于接踵而来的各种几何术语，学生在小学阶段只有一些感性的认识，尽管初中生对于进一步学习会有好奇心，但这种好奇心也并不稳定。另外，本章的一些结论基本上是一些事实性结论，是学生通过一些画图、思考、探究而得，缺少通过严格计算、论证得到结论的过程，过程略显简单。以上各种因素都会影响学生学习的兴趣。为了培养学生学习知识的兴趣，教学中要注意揭示所学知识与实际生活的联系，让学生认识所学知识在实际工作生活中的广泛应用价值，认识这些知识是今后从事各行各业工作所必备的知识，确立知识的有用性，从而重视知识的学习；教科书在一些习题中适当增加一些探索规律、猜想结论的问题，教学中要让学生初步认识在几何知识的学习中有很多规律奥秘需要去探究，让学生体验到探究的乐趣，发现的喜悦，从而提高学习的兴趣。再一方面，要重视学生的画图、作图，让学生在动手操作的活动中培养几何学习的兴趣。

六、对本章教学的建议

1. 注意与小学知识内容的衔接

本章一方面是初中“图形与几何”领域的第一章，又是小学相关知识的继续，本章的部分概念在小学也接触过，在教学中，要注意了解小学数学中“图形与几何”的内容和要求以及与本章内容

要求的联系与区别。

从课程标准看，与本章内容相联系，小学阶段在“图形与几何”领域的要求有：对于一些简单几何体和平面图形有一些感性的了解，能结合实例了解线段、射线和直线，了解一些几何体和平面图形的基本特征，知道周角、平角，了解周角、平角、钝角、直角、锐角之间的大小关系，能辨认从不同方向（前面、侧面、上面）看到的物体的形状图，能认识最简单的几何体（长方体、正方体和圆柱）的展开图。

本章的教学应在小学的相关内容基础上进行，教学中要注意联系和区别，在已有知识基础上进行教学，特别要避免简单重复。

2. 要充分发挥实物、模型、图片的作用和信息技术的应用

图形的知识、几何的知识是从现实中的来的，所以图形与几何知识的教学材料非常普遍地存在于我们的周围，可以看成几何图形的实物随处可见，生动具体，当然，许多几何图形还需要借助精心挑选的实物或特制的模型来进行教学，对于有的教学内容还可以通过精心绘制的教学图片来说明。在教学条件较好的学校，还应该充分应用信息技术。计算机辅助教学作用很强大，在本章教学中，利用信息技术可以展现丰富多彩的图形，设计几何图形的抽象过程，在丰富的、动态的图形演示中来帮助学生克服对于一些概念的理解困难，寻找不变的位置关系和数量关系，从而发现图形的性质。因此，应尽可能地使用信息技术。

3. 要重视画图技能的培养

在几何图形的教学中，画图和作图是重要的教学内容，在教学过程中画出高质量的几何图形对于培养学生的空间观念、空间想象力具有重要意义，在教学过程中应该予以重视。应注意要求学生养成良好的习惯，画图要认真，图应该画得清楚、干净，并能很好地表现图形之间的位置关系。在画图的过程中，一方面培养了学生应该具备的一定画图技能，另外也培养了学生严谨、认真的学习态度，形成良好的个性品质。在这方面老师首先应该起到良好的示范作用。

4. 注意把握教学要求

本章是初中阶段“图形与几何”的开始阶段，很重要的是应该让学生认识学习“图形与几何”的重要性和趣味性，让学生乐于学习，形成对于学习的良好态度和情感，所以，教学要求应该适当，不应急于提高教学要求，增加难度，否则，教学要求超出学生的理解和接受能力，就会挫伤学生的学习积极性，给后续教学带来不良影响。这就要求在教学中，注意了解教学内容在全套书中的地位，相关内容在后续教学中的安排和要求，有对教学的整体思考和把握。本章中的一些抽象几何概念，往往只要求学生有一些初步直观的认识，不要求达到很高的科学严密的程度，需要学生在后续学习中逐步体会，加深认识，而不是一步到位。初等几何中广泛应用逻辑推理，并着重培养逻辑推理能力，但在这一章中的要求并不高，并非对于所有结论都要经过严格论证得到，一些基本结论仅要求学生通过观察、思考、探究等活动归纳得出，仅作“说理”和“简单推理”。当然这也为后面教学逐步提高推理要求做了准备。

II 教材分析

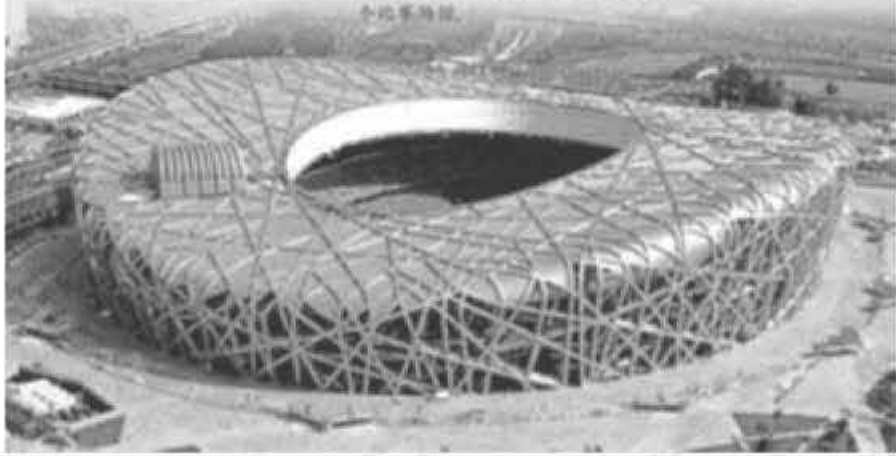
第九章 几何图形初步^[1]

现实世界中有形态各异、丰富多彩的图形，在小学我们学过许多关于图形的知识，在章前图的建筑中，你能找到一些熟悉的图形吗？

千姿百态的图形美化了我们的生活空间，也给我们带来了很多问题：怎样画出一个五角星？怎样设计一个产品包装盒？怎样绘制一张校园布局平面图？不同的图形各有什么特点和性质？所有这些，都需要我们知道更多的图形知识。^[2]

几何就是研究图形的形状、大小和位置关系的一门学科，本章我们将认识更多的几何图形，进一步探索直线、射线、角等最基本的几何图形的性质，了解它们的广泛应用，为今后进一步学习各种更复杂的几何图形及其性质作好准备。^[3]

北京奥林匹克公园占地约135 km²，总建筑面积约200万m²，内有可容纳9万观众的国家体育场（鸟巢）、国家游泳中心（水立方）、国家体育馆等14个比赛场馆。



[1] 章前图是北京奥林匹克公园的照片，图中包含着丰富的几何图形，有的图形学生在小学阶段已经学习过，可以让学生从中找出自己熟悉的几何图形。

[2] 引言提出这些问题的目的是为了激发学生学习图形与几何知识的兴趣，让学生感到学习图形与几何的知识能解决各行各业中遇到的许多问题。

[3] 这些也是后续学习图形与几何知识的主要内容：认识图形，探索图形的性质，应用图形与几何的知识。

本引言一方面是本章的引言，在一定意义上也是初中阶段整个“图形与几何”领域的引言，所以应特别重视这个引言的教学。

学生已经在小学阶段学了一些图形与几何的知识，教师可引导学生简要复习小学数学中学过的相关知识，说明初中阶段要在小学所学知识基础上学习比较系统的图形与几何知识，要学习图形的性质与判定、几何证明方法、基本的推理技能和基本作图技能、图形变换的知识，初步感受

公理化的思想，发展空间观念和空间想象力，并应用所学图形知识解决一些实际问题。引言课要激发学习积极性，可结合章前图以及引言中的问题，使学生认识图形与几何知识的广泛应用价值、知识探索过程的乐趣，培养学习兴趣，坚定学好知识的决心。作为本章的引言应该概述本章知识。对于章前图，可以让学生从中找到许多熟悉的几何图形，感受几何图形与现实的密切关系以及图形的丰富性，同时认识学习的重要性和必要性。

[1] 图 9.1-1 呈现了生活中的一些建筑、物体和一些艺术图案,要求学生能从中发现熟悉的几何图形,感受几何图形与我们的生活息息相关.教学中可根据当地实际,选择其他一些图形进行教学,也可以利用信息技术工具多呈现一些图形.

9.1 几何图形

从城市宏伟的建筑到乡村简朴的住宅,从四通八达的立交桥到街头巷尾的交通标志,从古老的剪纸艺术到现代的城市雕塑,从自然界形态各异的动物到北京的中奥标志(图 9.1-1)^[1]……图形世界是多姿多彩的!

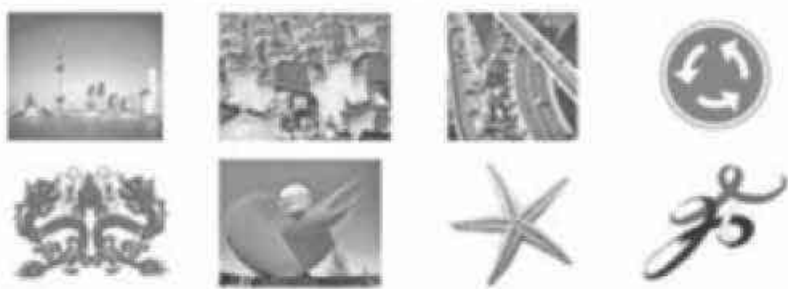


图 9.1-1

各种各样的物体除了具有颜色、质量、材质等性质外,还具有形状(如方的、圆的等)、大小(如长度、面积、体积等)和位置关系(如相交、垂直、平行等),物体的形状、大小和位置关系是几何中研究的内容.

图 9.1-2 (1) 是一个纸盒,它有两个面是正方形,其余各面是长方形.观察纸盒的外形,从整体上看,它的形状是长方体(图 9.1-2 (2)); 看不同侧面,得到的是正方形或长方形(图 9.1-2 (3)); 只看棱、顶点等局部,得到的是线段、点(图 9.1-2 (4))等.类似地观察罐头、乒乓球的外形,可以得到圆柱、球、圆等.



图 9.1-2

长方体、圆柱、球、长(正)方形、圆、线段、点等,以及小学学习过的三角形、四边形等,都是从形形色色的物体外形中得出的,它们都是几何图形

78 第九章 几何图形初步

1. 本节首先说明现实世界是多彩图形的丰富源泉,几何研究图形的形状、大小、位置关系,然后从生活中存在的各种形状的实物得到(抽象出)常见的几何图形,引入了几何图形的概念,结合学生在小学所学的种种常见几何图形,介绍了立体图形与平面图形概念,结合从不同方向看立体图形和展开立体图形,让学生体验立体图形与平面图形的相互转化,并从多种角度刻画了点、线、面、体等基本几何概念.

2. 日常生活中到处存在着具有各种各样形状的物体,教学中可在教科书中以图片给出的多种实例基础上,再向学生展示一些精心挑选的实物或精心制作的模型,或借助多媒体演示,或让学生自己举例说明,让学生体会几何图形的丰富源泉.

3. 一个物体具有多种性质,在几何中则着重研究形状、大小、位置关系,教科书首先指出各种物体都具有形状、大小、位置的几何特征,

(geometric figure). 几何图形是数学研究的主要对象之一.

9.1.1 立体图形与平面图形

有些几何图形(如长方体、正方体、圆柱、圆锥、球等)的各部分不都在同一平面内,它们是立体图形(solid figure). 棱柱、棱锥也是常见的立体图形. 图 9.1-3(1)中的帐篷、茶叶盒等都给我们以棱柱的形象, 图 9.1-3(2)中的金字塔则给我们以棱锥的形象. 你能再找出一些棱柱、棱锥的实例吗?^[1]

请再举出一些立体图形的例子.



帐篷



茶叶盒



金字塔



棱柱
(1)



图 9.1-3



棱锥
[2]



思考

图 9.1-4 中实物的形状对应哪些立体图形? 把相应的实物与图形用线连起来.^[3]



正方体



球



六棱柱



圆锥



长方体



四棱锥

图 9.1-4

[1] 教学时可结合当地实际,多举出一些棱柱、棱锥的实例. 同样,对于棱柱、棱锥,也不要严格定义,学生只要能对给定的几何体进行识别,或能从实际物体中“发现”它们即可.

[2] 这里不讨论斜棱柱、斜棱锥与直棱柱、直棱锥的区别.

[3] 这个“思考”是让学生复习学过的一些立体图形. 这里不要求学生说出它们的定义,学生只要能对给定的几何体进行识别,或能从各种实际物体中指出这些立体图形就可以.

并从学生熟悉的长方体纸盒开始,让学生经历从具体物体的外形得到(抽象出)长方体、圆柱、球、圆等几何图形,并引入一般几何图形的概念.

4. 几何图形是一个很抽象且概括性很强的数学概念,在学习开始阶段只要求学生有最初步的认识. 这里有几个相关的基本概念. 一个长方体形状的木质积木与一个同样形状和大小的铁制的工件,两者的物理性质不同,但是如果我们不比较物理性质和其他性质,只比较它们的形状和

大小,则两者是一样的,它们都是长方体. 这就是说,抽去物体的物理性质和其他性质,只考察物体的形状和大小时,就得到了相同的几何体. 有时,当我们只研究一个物体的形状和大小,我们把物体也叫做“几何体”. 例如,一个铁制正方体和一个同样大小的木制正方体,尽管它们的物理性质完全不同,但还是代表同样的几何体. 几何体也简称体. 长方体、正方体、圆柱、圆锥、球、棱柱、棱锥等都是几何体. 几何体是一

有些几何图形（如线段、角、三角形、长方形、圆等）的各部分都在同一平面内，它们是平面图形（plane figure）。

思考

图 9.1-5 的各图中包含哪些简单平面图形？请再举出一些平面图形的例子。



图 9.1-5

虽然立体图形与平面图形是两类不同的几何图形，但它们是互相联系的。立体图形中某些部分是平面图形，例如长方体的侧面是长方形。

练习

1. 如图，说出下图中的一些物体的形状所对应的立体图形。



（图 1 略）

2. 图中的各立体图形的表面中包含哪些平面图形？试指出这些平面图形在立体图形中的位置。



（图 2 略）

图 9.1-6 第九章 几何图形初步

练习答案

- 球、长方体、圆柱。
- 这些立体图形的表面中包含圆、五边形、三角形、四边形、六边形等平面图形，它们位于几何体的上下底面和侧面。

种基本的几何图形，此外还有面、线、点等几何图形。在数学科学中，任意一个点的集合都是几何图形，因而，几何图形是点、线、面、体及其组合，五个点、线段、三角形、正方形、圆、长方体、球体等，都是几何图形。在不引起混淆时简称几何图形为图形。

5. 几何图形可以分立体图形和平面图形两类。教科书结合长方体、正方体、圆柱、圆锥、球等学生已经学过的立体图形，首先说明了什么

是立体图形，棱柱、棱锥也是学生很熟悉的图形，教科书结合帐篷、茶叶盒、金字塔等实物例子，说明从实物可以得到立体图形的形象，再通过安排“思考”栏目，安排一些实物与立体图形的对应，都想说明抽象过程，另一方面也说明学习几何图形知识广泛的实际应用价值，从而让学生认识知识学习的意义，培养学习的积极性和兴趣。完成“思考”栏目后，还可以让学生自己举出一些实例。棱锥是常见图形，这里没有下定义，

对于一些立体图形的问题,常把它们转化为平面图形来研究和处理.从不同方向看立体图形,往往会得到不同形状的平面图形.在建筑、工程等设计中,也常常用从不同方向看到的平面图形来表示立体图形.如图 9.1-6 (1),这是一个工件的立体图,设计师们常常画出从不同方向看它得到的平面图形来表示它(图 9.1-6(2)).^[1]



利用计算机,可以将设计图合成立体图形.

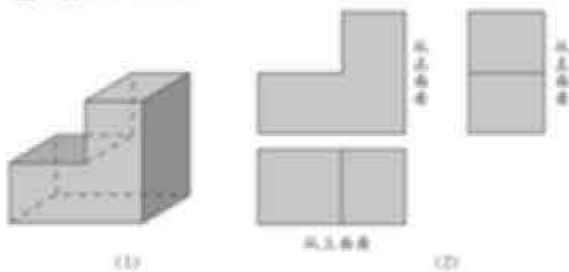


图 9.1-6

探究

图 9.1-7 是一个由 9 个正方体组成的立体图形,分别从正面、左面、上面观察这个图形,各能得到什么平面图形?^[2]



图 9.1-7

有些立体图形是由一些平面图形围成的,将它们的面适当剪开,可以展开成平面图形.这样的平面图形称为相应立体图形的展开图(developing drawing).如图 9.1-8,要设计、制作一个长方体形状的墨水包装盒,除了美术设计以外,还要了解它展开后的形状.根据它的展开图来裁剪纸张,自己动手把一个包装盒剪开铺平,看看它的展开图由哪些平面图形组成;再把展开的纸板复原为包装盒.^[3]体会包装盒与它的展开图的关系.



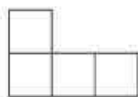
图 9.1-8

[1] 教科书没有给出三视图及主视图、左视图、俯视图的概念,从不同方向看立体图形更能贴近学生实际.

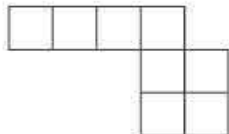
[2] 示意图如下:
从正面看:



从左面看:



从上面看:



[3] 应鼓励学生多动手,在操作中体验立体图形与平面图形的关系.

对于学生,只要能举出一些实例就可以,不必做严格的定义.

棱柱、棱锥、圆柱、圆锥、球等都是常见立体图形,也是“图形与几何”经常涉及的图形,由于学生还没有空间图形的平行、垂直等概念,无法描述它们的特征,不宜给这些立体图形下定义.只要求学生能识别所列出的几何体,能从有关的图形中指出这些立体图形,能举出它们的实例即可.

对于平面图形,由于学生在小学已经接触了许多平面图形,与立体图形相对,这里也结合几种学生熟悉的平面图形,说明了什么是平面图形,并通过“思考”栏目复习学过的一些平面图形.

6. 立体图形与平面图形的概念是几何的基本概念,教科书结合具体图形对概念作了通俗的描述.在教学中,可以让学生在具体的立体图形和平面图形的比较中加以认识、辨别,并了解它们的联系.从图形的点集观点看,平面图形所有

[1] 先想一想，是对空间想象力的更高的要求。在教学中，不能忽视折叠的作用，它可以验证想象或帮助发现结论。先想象一下，再动手操作，然后反思一下操作过程，有助于培养空间想象力。

[2] 利用这些展开图，可以帮助学生更好地认识这些几何体。

练习答案

1. 分别是从上面、正面、左侧看这个棱柱得到。
2. 左面的立体图形从上至下分别对应 (4) (6) (3)。
3. C。



点都在同一平面内，立体图形所有点不都在同一平面内。

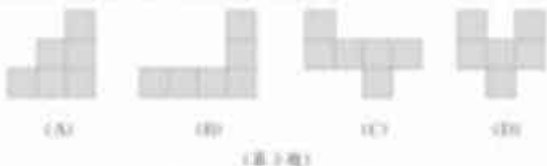
7. 在认识了常见的立体图形和平面图形后，教科书安排了从不同方向看立体图形和展开立体图形的内容，目的是让学生在这样的活动中，体验立体图形与平面图形之间的相互转化，从而初步建立空间观念，培养空间想象能力。

视图在各行各业有广泛应用，但在中学数学中分层安排了这些内容。在本节中学生只要能从

一组图形中辨认出从不同方向看立体图形得到的平面图形，并能说出从不同方向看一些简单立体图形以及它们的简单组合得到的平面图形即可，对于一些不易用语言表达的图形（如一些组合体），可以画出它们的示意图（注意只是画示意图，不要求严格的几何画法，尺寸不作严格要求，形状正确，大小大致相当即可）。对于由视图想象出立体图形，本章不作要求。

8. 立体图形的展开图也是实际生活中经常

2. 下列图形中可以作为一个正方体的展开图的是()。



9.1.2 点、线、面、体



图 9.1-10 是一个长方体, 它有几个面? 面和面相交的地方形成了几条棱? 棱和棱相交成几个顶点?^[1]



图 9.1-10

长方体、正方体、圆柱、圆锥、球、棱柱、棱锥等都是几何体, 几何体也简称体。^[2]

包围着体的是面 (surface), 面有平的面和曲的面两种, 平静的水面给我们以平面的形象, 而一些建筑物的屋顶 (图 9.1-11) 则给我们以曲面的形象, 你能再举出一些平面与曲面的例子吗?^[3]



图 9.1-11

夜晚流星划过天空时留下一道明亮的光线, 节日的焰火画出的曲线组成优美的图案 (图 9.1-12), 这些都给我们以线 (line) 的形象, 面和面相交的地方形成线, 长方体 6 个面相交成的 12 条棱 (线) 是直的, 圆柱的侧面与底面相交得到的圆是曲的。



图 9.1-12

天上的星星、世界地图上的城市等都给我们以点 (point) 的形象, 线和线相交的地方是点。

笔尖可以看作一个点, 这个点在纸上运动时, 就形成线 (图 9.1-13 (1)), 节日的焰火也可以看

[1] 鼓励学生在已有知识基础上, 通过自己的主动观察、思考, 体会图形是由点、线、面、体构成的, 从构成元素的角度进一步认识基本几何体的特征。

[2] 学生对于几何体这样的抽象概念有一个逐步得到认识的过程, 这里还是描述性的, 只要求学生得到很初步的认识, 下面的面、线、点也类似, 不作过高要求。

[3] 如包围长方体的各个面是平的, 包围球的面是曲的, 注意这里平的面未必指的是平面, 平面是向四周无限伸展的, 长方体的一个面只是平面的一部分。

要遇到的, 制作产品包装盒就要用到展开图的知识, 可以通过展开图进一步认识立体图形, 学生在小学已经学过长方体和圆柱的展开图, 这一节让学生进一步了解圆锥和直棱柱的展开图, 并能根据展开图进行一些制作活动。

教学中要充分利用实物、模型和信息技术工具, 让学生多观察, 多动手操作, 让他们在活动中体验图形的变化过程, 发展空间观念, 教学中还可以让学生展开同一个几何体得到展开图, 让

学生在动手实践的基础上, 互相交流自己得到的图形, 描述如何展开, 以发展他们的空间观念和语言表达能力。

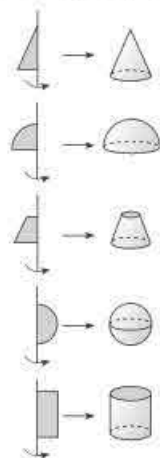
9. 点、线、面、体是最常见的几何图形, 相比较而言, 体是更容易为学生感知和想象的图形, 所以教科书首先引入体的模型, 按照体、面、线、点的顺序展开教学内容。“数和形的概念不是从其他任何地方, 而是从现实世界中得来的”(恩格斯)。对于体的教学, 应提供适量的模

[1] 要多举例让学生得到初步认识。这里从运动角度说明点、线、面、体的关系，只是一种描述，并不是定义。

练习答案

1. (1) 四棱柱的各面是矩形，是平的；(2) 三棱柱的各面是三角形，是平的；(3) 圆锥的底面是平的，侧面是曲的；(4) 包围球的面是球面，是曲的；(5) 包围一个圆柱和一个半球的组合体的是一个半球面、一个圆柱的侧面和一个圆面，前两者是曲的，后者是平的。

2.



成由点运动形成的，这可以说点动成线。汽车的雨刷在挡风玻璃上画出一个扇面（图 9.1-13 (2)），这可以说线动成面。长方形硬纸片绕它的一边旋转，形成一个圆柱体（图 9.1-13 (3)），这可以说面动成体。^[1]



(1)



(2)



(3)

图 9.1-13

练习

1. 画出下面这些立体图形的各个面中，哪些面是平的？哪些面是曲的？



(1)



(2)



(3)



(4)



(5)

(第 1 题)

2. 如图，上面的平面图形绕轴旋转一周，可以得出下面的立体图形，把有对应关系的平面图形与立体图形连接起来。



(第 2 题)

几何图形都是由点、线、面、体组成的，点是构成图形的基本元素。电视屏幕上的画面（图 9.1-14）、大型团体操的背景图案（图 9.1-15）也可以看作由点组成。

点、线、面、体经过运动变化，就能组合成各种各样的几何图形，形成多姿多彩的图形世界。

型、原型和实例，丰富学生的感性认识，可联系小学学过的长方体、圆柱体、球体等，使学生巩固对体的概念的理解。得到体的概念后，再结合某种几何体来进行面、线、点概念的教学，依托体说明面，依托面说明线，依托线说明点，使学生达到一定的认识。对于平面、曲面的分类，直线与曲线的分类不是目前所能严格进行的，教学中只要举例直观演示说明，使学生对分类有初步感性认识。

10. 从运动的观点认识点、线、面、体则是对于概念及它们之间的关系的进一步认识，除了教科书所举的例子以外，还可以用太空飞行器的轨迹、萤火虫的飞行、跳绳时绳线形成曲面、喷水池喷洒出的美丽曲线和曲面、陶器和瓷器制作过程中旋转面形成等作为例子，让学生加深印象，当然也可以让学生自己举例。

11. 与几何体概念一样，抽象的面、线、点概念与通俗的面、线、点实例是有区别的，在教

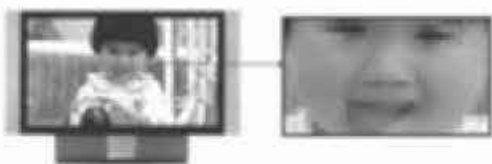


图 9-1-11



图 9-1-12 [1]

[1] 这是 1990 年北京亚运会团体操背景图案，教学中可通过丰富的实例，向学生展示由点、线、面、体经过运动变化组成的图形，增强直观感受。

[2] 这里只要求学生说出能得到什么样的平面图形，如长方形、圆等，不求学生画出它们。

习题 9.1

复习巩固

1. 如图中的几何图形与它们相应的名称连接起来。



(第 1 题)

2. 如图，你能看到哪些立体图形？



(第 2 题)

(第 3 题)

3. 如图，你能看到哪些平面图形？

4. 如图，分别从正面、左面、上面观察这些立体图形，各能得到什么平面图形？[2]



(第 4 题)

图 9-1 几何图形初步 影

学中可以参考前述的对几何体概念的教学来处理，要注意不要脱离学生的认识能力水平，不要追求过高的严密性，更不必抽象地对这些概念下定义。

12. 点、线、面、体及其各种组合，都是几何图形。从集合的观点来看，点是组成图形的最基本的元素，线、面、体都是点的集合。教科书举出的电视屏幕画面，团体操的背景图案就是应用这样的观点的例子。庆祝节日时用不同颜色的

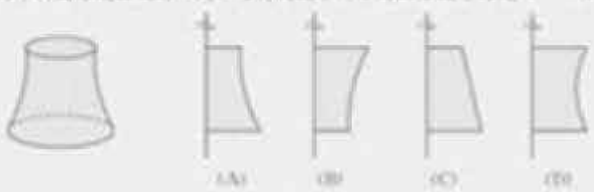
花卉组成美丽的图案，也是这种观点的一个应用。这样的例子在实际生活中是很常见的。在当今计算机技术飞速发展的时代，这种观点更是得到了广泛的应用。电脑屏幕显示图形、字母都是用的点阵，显示器的分辨率就是显示图形的点阵的疏密程度。但是这里教科书并不是引入而只是渗透一点图形的集合观点以说明知识应用价值，在教学中应该适度把握。

13. 点、线、面、体是数学的基本概念，相

[1] 这里主要是从形状上考虑，并未对图的尺寸作很严格的要求。


[2] 这里不考虑由于旋转等原因造成的相对位置的不同。正方体的展开图，除了其中的5种以外，还有其他一些。教师可以引导学生将所得的图形分类，寻找其中的规律，但不要求学生画出全部的展开图。

5. 将下列平面图形绕轴旋转一周，可得到图中所示的立体图形的是 ()。




(第5题)

6. 如图，上面的图形分别是下面哪个立体图形展开的形状？把它们用线连起来。^[1]



(第6题)

7. 如图，这些图形都是正方体的展开图吗？如果不能确定，折一折，试一试。你还能再画一些正方体的展开图吗？^[2]



(第7题)

综合运用

8. 如图，说出了哪些物体中会有的一些立体图形。

对于实物又是抽象概念，对于初中学生而言是比较难以深刻、完整、准确地加以理解的，教学中既要重视基本概念的教学，也不应要求过高，只要让学生对这些概念有一些初步认识就可以，对于这些概念需要一个长期反复学习的认识过程。

习题 9.1

1. “复习巩固”是为了复习本节主要内容而设置的，其中第 1 题是为了复习圆柱、圆锥、棱

柱、棱锥、球等概念，要求学生把概念术语与相应的几何图形联系起来；第 2, 3 题要求学生从两个已知图形中找出自己熟悉的立体图形和平面图形；第 4 题要求学生说出从不同方向看立体图形得到的平面图形，培养空间想象能力；第 5 题实际上是对旋转体形状的形象，也复习了面动成体的知识；第 6 题是为了复习棱柱、圆柱、圆锥的展开图；第 7 题具有一定的开放性，沿不同的棱展开正方体的表面，可得到不同的图形，要让



[1] 如果不能确定，可先折一折，试一试。类似于第5题，对于这样的问题，考虑它们能折成什么样的图形主要从形状上考虑，尺寸上不作严格要求，如不要求学生认识到第3个图中上面圆的周长应等于下面半圆长。

[2] 可联系第7题，注意正方体展开时的规律。

学生在思考的基础上动手操作，验证自己的结论。

2. “综合运用”的题目在综合程度上，与实际的联系上都比“复习巩固”的题目有所提高。第8题要求学生从实物中发现立体图形；第9题包含着一定的文化价值，让学生从著名诗句中体会从不同方向观察物体可能得到不同的图形。选择这些题目，学生会比较有兴趣，有助于加深他们对数学知识的理解。第10、11题都是要从展开图想象出立体图形来，培养学生的空间想象

力，应鼓励学生在想象的基础上动手实践。

3. “拓展探索”的第12题是一个动手操作的题，具有一定的趣味性和难度。第13题也是要从展开图想象出立体图形来，但难度比前面的题有较大增加。第14题是一个较开放的数学活动型习题，可以让学生通过自主的探索活动拓展知识面，增强学习兴趣，了解数学价值。

[1] “geometry”的原意是“测地术”，即测量土地的方法。1607年我国学者徐光启和意大利传教士利玛窦在翻译《原本》时，把“geometry”一词译为“几何学”。

[2] 勾股定理是直角三角形三边长之间的一个很重要的关系式，这在《周髀算经》和《九章算术》中都有记载。

阅读与思考

几何学的起源

我们生活的世界到处存在着关于数量和空间的问题，数学中以空间形式（简称形）为研究对象的分支，叫做几何学，它有着悠久的历史。

在古埃及，由于尼罗河经常泛滥而需要不断修整土地，由此测量土地的方法引起人们的重视，几何学的英文单词 geometry 就是由 geo（土地）和 metry（测量）组成的。^[1]我国古代对形的研究也与测量关系密切，夏商治水时期就已有绳、矩、准、绳等测量工具，约公元前 13 世纪的西周初期，人们已经知道了直角三角形的“勾三、股四、弦五”（即如果直角三角形的两条直角边的长分别是 3 和 4，那么斜边的长是 5）的知识。^[2]大量事实证明，测量活动是几何学形成的主要原因。

人类从开始制作和使用工具起，就开始研究工具的造型、体积、外表装饰等，这也对几何学的产生起了促进作用。从现存的新石器时代的一些工具，可以看出当时的人们已能制作出具有较复杂的几何造型的器具，在新石器时代制作的陶器上，已出现圆、三角形、正方形等基本图形，以及更复杂的对称几何图案、等分圆周花纹等。

随着时间的推展，人们在大量的实践中不断扩大和加深对形的认识，得到了许多关于形的知识和研究形的方法。约公元前 300 年，古希腊数学家欧几里得（Euclid）广泛收集和研究前人的成果，将已有的关于形和数的知识作了系统编排，写成了《原本》一书，这是数学发展史上的一个里程碑。1607 年，意大利传教士利玛窦和我国学者徐光启把此书的第一部分翻译成中文，以《几何原本》为名成书。这对于介绍西方数学和科学起了积极的推动作用，在中国数学发展史上具有重要意义。



从金字塔及金字塔可以发现，古时人们已掌握较复杂的几何测量和计算方法。



新石器时代陶罐
（1975 年甘肃出土）



欧几里得

编 第九章 几何图形初步

阅读与思考

这个“阅读与思考”的内容是“几何学的起源”，简要介绍了几何学是怎样从测地术发展成为一门数学学科的。学生已经学习了有关空间与图形的一些初步知识，对几何所要研究的问题有了初步的了解，也已经开始通过简单的推理来学习一些图形的性质，这时安排这样的一个选学材料是很有必要的，一方面，它可以让学生对几何学

起源有初步的了解，知道测量活动、工具制造、绘画、面积和体积的计算、外表装饰等都是几何学产生的原因，体会数学来源于实际，又要为实际服务的作用；另一方面也使学生了解《原本》在几何学发展史上所起的重要作用，还可以让学生看到我国古代人民在几何学上的贡献，增强民族自尊心和自豪感。此外，学生还可以在这里初步了解几何学（欧氏几何）的演绎特点，了解《原本》的翻译对于介绍西方数学和科学的意义和作用。

9.2 直线、射线、线段

我们在小学已经学过线段、射线和直线，你能说说它们的联系与区别吗？下面我们进一步对它们进行研究。



思考

经过一个点能画几条直线？经过两个点呢？动手试一试。

经过思考和画图，我们可以得到一个基本事实：
经过两点有一条直线，并且只有一条直线。
简单说成：两点确定一条直线。

在日常生活和生产中常常用到这个基本事实。例如，建筑工人砌墙时，经常在两个墙脚的位置分别插一根木桩，然后拉一条直的参照线（图 9.2-1）；植树时，只要定出两个树坑的位置，就能使同一行树坑在一条直线上；等等。^[1]



图 9.2-1

因为两点确定一条直线，所以除了用一个小写字母表示直线（如直线 l ）外，我们经常用一条直线上的两点来表示这条直线（图 9.2-2）。^[2]一个点在一条直线上，也可以说这条直线经过这个点；一个点在直线外，也可以说直线不经过这个点（图 9.2-3）。



直线 AB 或直线 l

图 9.2-2



点 O 在直线 l 上（直线 l 经过点 O ）
点 P 在直线 l 外（直线 l 不经过点 P ）

图 9.2-3



直线 a 和 b 相交于点 O

图 9.2-4

如图 9.2-4，当两条不同的直线有一个公共点时，我们就称这两条直线相交（intersection），这个公共点叫做它们的交点（point of intersection）。

射线和线段都是直线的一部分，类似于直线的表示，我们可以用图 9.2-5

第九章 几何图形初步 161

[1] “两点确定一条直线”的实例在生活中是很多的，可多举出一些这样的例子，让学生体会它的应用。

[2] 这样更能体现用两点表示直线的合理性。

1. 直线、射线、线段的概念学生在前面两个学段已经学习过，因此教科书并没有从它们的概念开始本节的学习，而是直接通过思考和画图，让学生得到“过两点只有一条直线”的基本事实，介绍它们的表示方法，线段的比较等内容，在此基础上，通过比较得到“两点之间，线段最短”的性质。

2. 学生通过思考和画图容易得到关于直线的基本事实：“经过两点有一条直线，并且只有

一条直线”（这实际是一条公理）。由于直线图形非常简单，所以对于直线的刻画和描述是比较困难的，此基本事实是对直线的一个重要刻画，对这个基本事实的表述方法，学生不太熟悉，要使学生清楚“确定”的含义有两方面：一方面经过两点肯定有一条直线，另一方面经过两点只有一条直线。为进一步理解此基本事实，也可以与经过两点的曲线有无数条的事实作比较，在比较中加深对基本事实的认识。

[1] 小学没有介绍用字母表示图形, 这里刚刚开始, 以后遇到各种几何图形, 都有用字母表示的问题, 这样既便于说明, 也便于研究。

[2] 射线 AB 与射线 BA 不是同一条射线, 要把表示射线端点的字母写在前面。

[3] 这个练习要求学生能读懂几何语句, 并按语句画出图形, 实现从文字语言向图形语言的转化。

练习答案

- (1) (2) (4) 正确, (3) 错误。
- 略。
- (1) 点 A, B 在直线 l 上, 点 P 不在直线 l 上。
(2) 直线 a, b, c 两两相交, 直线 b, c 相交于点 A , 直线 a, b 相交于点 B , 直线 b, c 相交于点 C 。

[4] 学生首次接触尺规作图, 只要求学生能完成作图即可, 不要求说出作法, 教师也可以鼓励学生用自己的语言表述作图过程。

的方式来表示线段 AB (或线段 BA), 其中点 A , 点 B 是线段的端点。^[1] 如图 9.2-6 的方式来表示射线 OA , 其中点 O 是射线的端点。^[2]



图 9.2-3



图 9.2-4

怎样由一条直线得到一条射线或一条直线?

练习

- 判断下列说法是否正确:
 - 直线 AB 和射线 AB 都是直线 AB 的一部分;
 - 直线 AB 和直线 BA 是同一条直线;
 - 射线 AB 和射线 BA 是同一条射线;
 - 把直线向一个方向无限延伸可得到射线, 向两个方向无限延伸可得到直线。
- 按下列语句画出图形。^[3]
 - 直线 EF 经过点 C ;
 - 点 A 在直线 l 外;
 - 经过点 O 的三条射线 a, b, c ;
 - 直线 AB, CD 相交于点 B 。
- 用适当的语句表述图中点与直线的关系。



(1)



(2)

(续) 画

画一条线段等于已知线段 a , 可以先量出线段 a 的长度, 再画一条等于这个长度的线段。在数学中, 我们常限定用无刻度的直尺和圆规作图, 这就是尺规作图。如图 9.2-7, 我们可以用直尺画射线 AC , 再用圆规在射线 AC 上截取 $AB = a$ 。这就是“作一条线段等于已知线段”的尺规作图。^[4]



图 9.2-7



3. 从现在开始要让学生注意几何语言的学习, 特别要弄清一些词 (如“经过”“有”“只有”等) 的意义, 要能懂得一些几何语句的意义, 能画出图形表示这些语句 (后面也安排了一些这方面的练习、习题), 还要逐渐地学会用正确的几何语言说出一些几何事实。但也要注意, 这方面的要求要逐步完成, 教科书没有给出这条性质的简单说法“经过两点有且仅有一条直线”的目的即在于此。

4. 直线、射线、线段是相近的概念, 学生容易混淆, 要在复习前面知识的基础上, 说明射线和线段都是直线的一部分, 指出它们的联系; 再从端点个数, 延伸情况两方面, 指出它们的区别。并且说明在画直线 AB 时, 要画出向两边延伸的情况, 画射线 AB 时, 要画出向 B 的一旁延伸的情况, 而画线段 AB 时, 则不要向任何一边延伸。



思考
怎样比较两条线段的长短呢？
你能从比身高上受到一些启发吗
(图 9.2-8)?
你能再举出一些比较线段长短
的实际例子吗?



图 9.2-8

比较两条线段的长短，我们可用刻度尺分别测量出它们的长度来比较，或者把其中的一条线段移到另一条上作比较(图 9.2-9).^[1]



图 9.2-9

图 9.2-9 中，点 A 与点 C 重合，点 B 落在 C、D 之间，这时我们说线段 AB 小于线段 CD，记作 $AB < CD$ 。想一想，什么情况下线段 AB 大于线段 CD，线段 AB 等于线段 CD 呢？

在直线上作线段 $AB = a$ ，再在 AB 的延长线上作线段 $BC = b$ ，线段 AC 就是 a 与 b 的和，记作 $AC = a + b$ 。设线段 $a > b$ (图 9.2-10)，如果在线段 AB 上作线段 $BD = b$ ，那么线段 AD 就是 a 与 b 的差，记作 $AD = a - b$ 。



图 9.2-10

如图 9.2-11 (1)，点 M 把线段 AB 分成相等的两条线段 AM 与 MB，点 M 叫做线段 AB 的中点 (midpoint)，类似地，还有线段的三等分点、四等分点等 (图 9.2-11 (2) (3)).^[2]



图 9.2-11

[1] 这是用叠合的方法来比较线段的长短，要使两条线段的一个端点重合，另一个端点落在同一侧，才能进行比较。对于线段的移动，要注意渗透在合同变换下，线段的位置改变了，但线段的长短保持不变的性质。

[2] 线段的中点只有一个，三等分点有两个，四等分点有三个……

5. 线段的比较通俗的说法是比较长短，但是为了和其他量的比较相一致，也把它叫做比较大小。教科书通过一个“思考”栏目，让学生从身高比较来引出比较线段大小的两种方法：度量方法和叠合方法。度量方法实际上就是看这条线段和刻度尺上哪条线段相等，因此实际上也是在进行叠合比较；线段长短比较的结果，与数的比较一样，可以用“>”“<”“=”来表示。教学时应以图形的认识为主，但要注意使学生对图形

的认识与对数量的认识结合起来，达到形与数的结合。

6. 对于线段的和、差、中点，应以图形认识为主，让学生看到相应图形的形成，培养识图能力，进一步可要求学生能在图形和相应数量关系之间建立起联系，并与有关的符号表示联系起来，如由点 M 是线段 AB 的中点，就有 $AB = 2AM = 2MB$, $AM = MB = \frac{1}{2}AB$ (反过来，如果

[1] 安排这个练习,是为了培养学生对线段大小(长短)的估计和观察能力.

练习答案

- (1) $AB > AC$;
(2) $AB < AC$;
(3) $AB = AC$.
- 略.
- 1 cm.



练习

1. 估计下列图中线段 AB 与线段 AC 的大小关系,再用刻度尺或圆规规尺检验你的估计.[1]



- 如图,已知线段 a , b , 作一条线段,使它等于 $2a-b$.
- 如图,点 D 是线段 AB 的中点, C 是线段 AD 的中点,若 $AD=1$ cm, 求线段 CD 的长.



思考

如图 2-12,从 A 地到 B 地有四条道路,除它们外能否再修一条从 A 地到 B 地的最短道路?如果能,请你联系以前所学的知识,在图上画出最短路线.



点 M 在线段 AB 上,且有这样的数量关系,那么点 M 是线段 AB 的中点),这对于以后的学习(用符号表示推理)很有帮助.

7. “两点之间,线段最短”是学生容易接受的结论,对此基本事实教科书是让学生通过观察、思考得到的,教学中仍可以在两点之间连上不同形状的线条,把它们展直后作比较得到线段最短的结论.这种经过实验比较得到结论的方法是科学的方法,有广泛的应用价值.在此基础

上,可以让学生举出一些实际应用以认识此性质的实际价值.

经过比较,我们可以得到一个关于线段的基本事实:两点的所有连线中,线段最短.简单地说:两点之间,线段最短.

你能举出这条性质在生活中的一些应用吗?

连接两点间的线段的长度,叫做这两点的距离(distance).

这里画图一句就说明了什么是“两点的距离”,它是两点的距离的定义(Definition).

[1] 对于“定义”一词,不必说明它的意义,只要结合实例,知道“连接两点间的线段的长度”就是“两点的距离”的定义即可.今后,还将学习这样的定义.

[2] 这里是指画出线段BC.今后,如无特殊说明,“连接两点”均指画出两点间的线段.

[3] 这里指出延长线段AB和延长线段BA的区别,主要是为了以后画图或添加辅助线作准备,同时帮助学生理解射线的概念.

习题 9.2

复习巩固

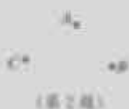
1. 举出生活中一些可以看成直线、射线、线段的例子.

2. 如图,已知三点A, B, C:

(1) 画直线AB;

(2) 画射线AC;

(3) 连接BC.[2]



(第2题)

3. 延长线段AD是指从端点A到D的方向延长;反向延长BA是指从端点B到A的方向延长,这时也可以说反向延长射线AB.如图,分别画出线段AD的延长线和反向延长线.[3]



(第3题)

4. 读下列语句,并分别画出图形.

(1) 直线l经过点A, B, C三点,并且点C在点A与B之间;

(2) 两条直线m与n相交于点P;

(3) 在直线a外一点,过点P有一条直线b与直线a相交于点Q;

(4) 直线l, m, n相交于点Q.

5. 画一个正方形,使它的面积是图中正方形面积的4倍.



(第5题)



(第6题)

6. 如图,有一张三角形的纸片,用折纸的方法比较边AB与AC'的长度.

习题 9.2

1. “复习巩固”中的第1题是通过让学生举出生活中的实例,认识几何概念与实际事物的联系和区别;第2题结合画图,巩固直线、射线、线段的概念以及它们之间的区别;第3题画延长线的问题,是为以后画图或添加辅助线作准备,这个问题没有在正文叙述,而是在这里结合习题给出,也是体现“练习和习题是正文的自然延

续”的编制练习与习题的指导思想;第4题要求学生根据语句画出图形,是几何语言训练的继续;第5,6题要求学生进行实际操作,进而复习、巩固线段度量和比较的知识.

2. “综合运用”的第7题是培养学生估计线段长短的能力;第8题是“两点之间,线段最短”的性质的应用,第9题和第10题是要学生进行实际操作,进而复习、巩固线段和与差的知识.


[1] 本题涉及应用“两点之间，线段最短”的基本事实的两个方面，还可以让学生再举出一些这样的例子。

[2] 解决这个问题，除了要用到“两点之间，线段最短”的性质外，还要将正立方体展开。

[3] 可以让学生多画几个图形，具体数一数，在此基础上总结规律，交点个数实际上构成数列 $C_2^2, C_3^2, \dots, C_n^2, \dots$ 。

综合应用


7. 估计图中各组线段的长短，并用刻度尺或圆规验证你的结论。



(1) (2) (3)

(第7题)


8. (1) 如图，把原来弯曲的河道改直，A、B 两地间的河道长度有什么变化？
(2) 如图，公园里修建了曲折过河的桥，这与修一座直的桥相比，对游人观赏湖光山色能起到什么作用？用你所学数学知识说明其中的道理。[1]



(1) (2)

(第8题)

9. 如图，已知线段 a, b, c ，用圆规和直尺作线段，使它等于 $a + 2b - c$ 。




(第9题)

10. 点 A, B, C 在同一条直线上， $AB = 3 \text{ cm}$, $BC = 1 \text{ cm}$ ，求 AC 的长。


拓广探索

11. 如图，一只蚂蚁要从立方体的一个顶点 A 沿表面爬行到顶点 B，怎样爬行路线最短？如果要爬行到顶点 C 呢？说出你的理由。[2]



(第11题)

12. 两条直线相交，有一个交点，三条直线相交，最多有多少个交点？四条直线呢？你能发现什么规律吗？[3]



(第12题)

94 第九章 几何图形初步

3. “拓广探索”的两个习题有一定的综合性，第 11 题第 2 问是要学生在展开图上应用关于线段的性质，也有助于培养学生的空间观念；第 12 题需要学生找出交点数的计数规律，让他们体验从特殊到一般的分析归纳过程。

阅读与思考

长度的测量

在日常生活和生产中,人们经常要进行长度的测量.

测量离不开测量单位.在国际单位制中,长度的基本单位是米(m).1 m最早是由地球表面上经过巴黎子午线的二千万分之一($\frac{1}{20\,000\,000}$)定义的.^[1]常用的单位还有千米(km),分米(dm),厘米(cm),毫米(mm),微米(μm),纳米(nm)等.

科学中还经常用到更小和更大的长度单位.现在开始广泛应用的纳米中,^[2]就是在纳米(nm)尺度上研究物质的特性和相互作用.1 nm等于十亿分之一米,人的头发的直径就约有几十万nm.在天文学上,经常用天文单位和光年计算星体间的距离.1天文单位是地球到太阳的平均距离,约等于 1.5×10^8 km.1光年是光1年走过的距离,约等于 9.46×10^{12} km.^[3]

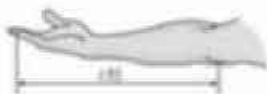
除了国际单位制的长度单位外,有时还用到其他一些长度单位.例如,海上航行经常使用的长度单位海里(n mile, 1 n mile=1 852 m),人们经常提及的“××英寸彩电”使用的是英制长度单位等.

查一查资料,英制长度单位包括哪些单位?它们和国际单位制的长度单位是如何换算的?你知道20英寸、29英寸彩电的屏幕对角线长度是多少厘米吗?^[4]

测量长度的工具很多,常用的工具有木尺、游标尺、卷尺、钢卡尺、游标卡尺等.如果测量精度要求不高,也可以用拃、拃、步长等来估计距离.



游标卡尺



随着科技的发展,人们已经发明了许多测量精度很高的测量仪.例如用于测量人造卫星的激光测距仪,测量6 000 km远的卫星时,误差不到过2 cm.^[6]

第九章 几何图形初步 95



纤维光学传输中的光的标准尺

[1] 现在规定:光在真空中 $\frac{1}{299\,792\,458}$ s内所经过路程的长度为1 m.

[2] “纳米技术”是指在纳米尺度范围内,通过直接操纵和安排原子、分子来创造新材料,并且在纳米尺度内探索物质运动的新规律.现在,它已在许多领域得到了广泛的应用,将给人类生活带来深远影响.

[3] 可结合复习科学记数法.

[4] 海里用于海上航行的距离、离海岸线的距离、领海范围等.

[5] 25英寸约为64 cm,29英寸约为74 cm.这里还可以让学生查阅相关资料,了解其他一些单位之间的换算关系.

[6] 随着科技发展,现在测量精度越来越高.还可向学生举出一些这样的例子,如现在人们能非常准确地测出地球到太阳、月亮的距离等,体现数学在现代科技中的作用.

阅读与思考

各行各业都需要作长度的测量,测量离不开测量单位和测量工具.安排此“阅读与思考”的目的是为了让学生了解一些常用测量单位和测量工具知识,以拓广学生的数学视野.在介绍测量单位时,除了介绍国际单位制长度单位外,还有一些不是国际单位制的长度单位,如海里、天文单位、光年、一些英制单位等.国际单位制长度

单位世界各国都已采用,我国也规定为标准制长度单位.虽然目前可能有些方面还不习惯使用(如有些习惯用里、尺,而不习惯用千米、米等),但要让学生注意统一使用这种标准长度单位;海里通常用于航海领域,各国仍在使用;天文学上要表示距离用千米很不方便,因此使用天文单位、光年等长度单位;英制长度单位在英美等国仍在使用,我国现在规定不再使用,但从部分人的习惯考虑仍作了简要介绍.教科书还介绍

[1] 学生往往不注意角的边是射线，容易误认为角的边画出部分较长的角较大，画出部分较短的角较小。要在分清线段与射线概念的基础上让学生注意角的边是射线，不是线段。

[2] 这可以看成角、角的顶点、角的边的定义。

[3] 这也是学生容易犯的错误。要特别强调表示顶点的字母一定要写在中间，唯有在顶点处只有一个角的情况，才可只用顶点的一个字母来记这个角，否则分不清这个字母究竟表示哪个角。

[4] 用旋转的方式描述角，不仅对以后角的概念的扩展有用，而且能更好地帮助学生理解平角、周角的概念。教学时要通过实例，让学生更好地理解。

9.3 角

9.3.1 角

角 (angle) 也是一种基本的几何图形，钟面上的时针与分针，棱锥相交的两条棱，三角尺两条相交的边线 (图 9.3-1)，都给我们以角的形象。



图 9.3-1 [1]

我们知道，有公共端点的两条射线组成的图形叫做角，这个公共端点是角的顶点，这两条射线是角的两条边。^[2] 角通常用如图 9.3-2 的方法来表示。



图 9.3-2



思考

角也可以看作由一条射线绕着它的端点旋转而形成的图形。^[4] 如图 9.3-3，射线 OA 绕点 O 旋转，当终止位置 OB 和起始位置 OA 成一条直线时，形成什么角？继续旋转，OB 和 OA 重合时，又形成什么角？



图 9.3-3

了一些日常用于估计长度的测量方法以及新的测量手段，以培养学生的科技意识。

1. 学生在小学对于角的概念就已经有粗浅的知识，本节要在此基础上有进一步的认识，理解它的静态和动态两种描述方法。教学中可再举出一些实例帮助学生理解角的概念，也可以让学生自己说说生活中还有哪些物体具有角的形象。

对于角的两种描述，不要求学生记忆，但要让学生认识到，角不仅仅看作是有公共端点的两

条射线，还应该注意两条射线所夹的平面区域，应该注意两条射线间的相对位置关系，这一点特别可以从角的旋转方式的形成角度来认识。角不能仅仅简单看成是“有公共端点的两条射线”。

2. 角的表示方法可在今后的学习中让学生进一步掌握，逐步学会正确的书写格式。教学中要注意呈现角的不同位置。

3. 用量角器量角，学生已经学过，量角的单位是度，学生也已知道，在此基础上，教科书

我们常用量角器量角，度、分、秒是常用的角的度量单位。把一个周角 360 等分，每一份就是 1 度 (degree) 的角，记作 1° ；把 1 度的角 60 等分，每一份叫做 1 分的角，记作 $1'$ ；把 1 分的角 60 等分，每一份叫做 1 秒的角，记作 $1''$ 。



图 9.3-4

1 周角 = _____ $^\circ$ ，1 平角 = _____ $^\circ$ ，
 $1' =$ _____ $^\circ$ ， $1'' =$ _____ $^\circ$ 。

$\angle \alpha$ 的度数是 48 度 56 分 37 秒，记作
 $\angle \alpha = 48^\circ 56' 37''$ 。

角的度、分、秒的换算是 60 进制的，这和计量时间的时、分、秒的换算是同样的。

以度、分、秒为单位的角的度量制，叫做角度制。此外，还有其他度量角的单位制。例如，我们以后将要学到的以弧度为基本度量单位的弧度制，在军事上经常使用的角的密位制等。^[2]

除量角器外，工程测量中，还常用经纬仪 (图 9.3-5) 来测量角的大小。你还见过其他的度量角的工具吗？

借助三角尺，我们可以画出 30° 、 45° 、 60° 、 90° 等特殊角。^[3] 借助量角器，可以画出任何给定度数 (如 36° 、 108°) 的角。^[4]

角度制起源于四大文明古国之一的古代巴比伦。为什么选择 60 这个数作为进制的基数呢？据说这是由于 60 这个数是许多常用数的 2、3、4、5、6、10、12、15、20、30 的倍数， $60 = 12 \times 5$ ，12 是一年的月数，5 是一天中的小时数，所以古代巴比伦人认为 60 是一个特别而又重要的数。



图 9.3-5

[1] 可让学生自己画出 1° 的角，形成对它的直观认识。

[2] 在圆中，弧长等于半径的圆弧所对的圆心角，被规定为 1 弧度的角，

$$1 \text{ 弧度} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ 17' 44'';$$

在军事上，往往对角的度量有更精密的要求，常常使用密位制，1 密位等于周角的

$$\frac{1}{6000}, \text{ 即}$$

$$1 \text{ 密位} = \left(\frac{360}{6000}\right)^\circ = \left(\frac{3}{50}\right)^\circ.$$

[3] 可让学生画出来，对它们的大小有一个直观认识，这对于估计一个角的大小是有帮助的。

[4] 复习用量角器量角和画角。

进一步介绍了角度制的另外两种更小的单位：分和秒以及度、分、秒之间的换算。1 度等于 60 分，1 分等于 60 秒，以及关于度、分、秒的运算，学生以前没有学过，但学生对于时钟上的时、分、秒是比较熟悉的，两者都是 60 进制。教学中可以指出学习以上知识的意义，还可利用学生对时、分、秒及其运算的已有认识，通过类比，使学生理解和掌握角的度、分、秒及其换算。

4. 与长度的度量一样，除了度量单位还有度量工具的问题，教科书给出了工程测量中经常使用的经纬仪，还可让学生举出另外的度量工具。

5. 如无特殊说明，在初中阶段所说的角一般都指小于平角的角，这对于本学段角的研究一般就够了。教学中应向学生指明这一点。

6. 角的比较，角的和与差，以及角的平分线的教学可以对照线段的比较、线段的和差、线

练习答案

1. 180° , 120° , 75° .
2. (1) 2 100 分, 126 000 秒; (2) 不相等, $38^\circ 15'$ 大 ($38.15^\circ = 38^\circ 9'$).
3. 略.

[1] 复习用量角器量角, 指出量角时要注意: (1) 对中 (顶点为中心), (2) 重合 (一边与刻度尺上的零度线重合), (3) 读数 (读出另一边所在线的度数).

[2] 角大的度数也大, 度数大的角也大.

[3] 叠合时一定要使两个角的顶点及一边重合, 另一边落在第一条边的同旁, 否则不能进行比较. 也可以用纸板做成模型, 移动纸板, 进行比较.

[4] 可以复习角的概念, 这里共有三个角.

练习

1. 6 时整, 钟表的时针和分针构成多少度的角? 3 时呢? 3 时 30 分呢?
2. (1) 30° 等于多少分? 等于多少秒?
(2) $38^\circ 15'$ 和 38.15° 相等吗? 如不相等, 哪一个大?
3. 从钟表的入口处看, 钟盘由许多正六边形 (六条边相等, 六个角也相等) 构成. 按图中的方法, 利用三角尺和圆规画出一个正六边形.

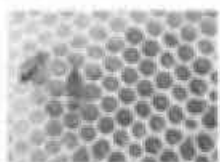


图 3-6

9.3.2 角的比较与运算

你已经知道了比较两条线段长短的方法, 怎样比较两个角的大小呢?

与线段长短的比较类似, 我们可以用量角器量出角的度数, 然后比较它们的大小^[1], 也可以把它们的一条边叠合在一起, 通过观察另一条边的位置来比较两个角的大小 (图 9.3-6)^[2].



图 9.3-6



思考

如图 9.3-7, 图中共有几个角? 它们之间有什么关系?^[4]



图 9.3-7

段的中点的意义来进行, 两者十分相似.

7. 与线段的比较类似, 角的大小比较, 教科书也介绍了两种方法: 度量方法和叠合方法, 叠合方法是教学的重点. 教学时可先让学生观察一些角, 如三角尺 (也称三角板) 上的角, 使学生明确角是有大小的. 教学中可利用一些硬纸板作成角的模型, 安排一些操作, 通过学生动手实验, 掌握叠合法的步骤.

要注意引导学生对角的大小的认识从“数

量”到“形”的过渡. 从数量上看, 度数大的角也大, 从形上看, 开口大的角也大, 从角的旋转定义来看, 也可以说转得较多的角较大.

用量角器量角, 实际上就是把这个角和量角器标出角的大小度数的角作比较, 这和用刻度尺量线段的长度相同.

8. 与线段的和、差一样, 对于角的和、差, 教科书也主要是从形上说明它的意义, 并用符号表示, 在图形和等式之间建立一种关系, 让学生

图 9.3-7 中, $\angle AOC$ 是 $\angle AOB$ 与 $\angle BOC$ 的和, 记作 $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$. $\angle AOB$ 是 $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 的差, 记作 $\angle AOB = \angle AOC - \angle BOC$. 类似地, $\angle AOC - \angle AOB =$ _____.

探究

如图 9.3-8, 借助三角尺画出 15° , 75° 的角, 用一副三角尺, 你还能画出哪些度数的角? 试一试.^[1]



图 9.3-8

我们知道, 线段的中点把线段分成相等的两条线段. 类似地, 图 9.3-9 中, 如果 $\angle AOB = \angle BOC$, 那么射线 OB 把 $\angle AOC$ 分成两个相等的角, 这时有

$$\angle AOC = 2\angle AOB = 2\angle BOC, \angle AOB = \angle BOC = \frac{1}{2}\angle AOC. \quad [2]$$

一般地, 从一个角的顶点出发, 把这个角分成两个相等的角的射线, 叫做这个角的平分线 (angular bisector).^[3] 类似地, 还有角的三等分线等 (图 9.3-10).



图 9.3-9



图 9.3-10

探究

参照图 9.3-11, 通过折纸作角平分线.^[5]



图 9.3-11

[1] 一副三角尺上的角都是常用的角, 它们可以直接画出. 画其他特殊角, 关键在于设法把它写成 30° , 45° , 60° , 90° 角的和或差. 实际上凡是 15 的整数倍的角, 都能用三角尺画出, 而能用三角尺画出的, 也只限于这样的角.

[2] $\angle AOC = 2\angle AOB = 2\angle BOC$, $\angle AOB = \angle BOC = \frac{1}{2}\angle AOC$, 这是角平分线中一个相反的关系.

[3] 这是角的平分线的定义.

[4] 类似于角的平分线, 可让学生用符号比表示出角的三等分线中的关系.

[5] 要采用透明或半透明的纸, 这样折纸时能看得清, 以便对齐角的两边.

了解两个角的和或差, 仍然是一个角.

教学中, 可要求学生能结合图形来分析数量关系, 把几何意义与度数的数量表示结合起来, 说明角的和差的度数, 就是它们度数的和差, 达到形与数的结合.

9. 教科书安排的“探究”, 让学生用一副三角尺画出一些特殊角, 除了可以让学生复习巩固角的和差的概念外, 也可以使他们对这些角的大小有一直观认识, 有利于培养对角大小的估计

能力.

10. 对于角的平分线的概念, 主要是让学生结合图形来认识和理解, 不要出现如“平分一个角的直线是角的平分线”等错误理解. 对于画一个角的平分线, 学生能用量角器通过计算度数来画就可以, 本章不要求尺规作图. 安排折纸作角的平分线的内容, 目的在于培养学生动手操作的能力, 加深对角的平分线及相关概念的理解.

11. 教科书把“画一个角等于已知角”的尺

[1] 关于度、分、秒的计算,只计算到分,这里主要问题在于60进制,只要掌握了60进制,计算到分和计算到秒是一样的.精确到分,就是对分的十进制小数四舍五入.

[2] 可以借助三角尺估计,再通过用量角器量角或用叠合的方法比较来检验.

练习答案

- (1) $\angle 1 < \angle 2$;
(2) $\angle 1 = \angle 2$.
- 一个蛋糕如图等分成8份,每份中的角是 45° .如果使每份中的角是 15° ,应该把蛋糕等分成24份.
- $58^\circ 32'$.

例1 如图9.3-12, O 是直线 AB 上一点, $\angle AOC = 53^\circ 17'$,求 $\angle BOC$ 的度数.

分析: AB 是直线, $\angle AOB$ 是平角, $\angle BOC$ 与 $\angle AOC$ 的和是 $\angle AOB$.

解: 由题意可知, $\angle AOB$ 是平角, $\angle AOB = \angle AOC + \angle BOC$.

$$\begin{aligned} \text{所以 } \angle BOC &= \angle AOB - \angle AOC \\ &= 180^\circ - 53^\circ 17' \\ &= 126^\circ 43'. \end{aligned}$$

例2 把一个周角7等分,每一份是多少度的角(精确到分)?^[1]

$$\begin{aligned} \text{解: } 360^\circ \div 7 &= 51^\circ + 3^\circ \div 7 \\ &= 51^\circ + 180' \div 7 \\ &\approx 51^\circ 26'. \end{aligned}$$

答: 每份是 $51^\circ 26'$ 的角.



图 9.3-12

这里的加与减,要得度与度,分与分,秒与秒分别相加,减,分,秒分别相加时逢60要进位,分秒相减时逢“借1作60”,本题中应借1,化为60'.

注意度、分、秒的换算是60进制的,要把剩余的度数化成分.

练习

1. 估计图中 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的大小关系,并用适当的方法检验.^[2]



(第1题)

2. 如图,把一个蛋糕等分成3份,每份中的角是多少度?如果要使每份中的角是 12° ,这个蛋糕应等分成多少份?



(第2题)



(第3题)

3. 如图, O 是直线 AB 上一点, OC 是 $\angle AOB$ 的平分线, $\angle COD = 31^\circ 28'$,求 $\angle AOD$ 的度数.

规作图内容安排在后续介绍了有关的三角形全等判定定理之后,使这个作图方法建立在可靠的理论基础之上,在本章不作要求.

12. 教科书中的例2是有关度、分、秒的除法问题,要详细说明除的过程,使学生看到把度的余数继续再除的情况.必要时也可写出竖式,使学生清楚看到退位的情况,并可说明乘的进位正好与此相反.教学中,还可补充加减法的例题,让学生看到加减时的进位与借位的情况.

13. 应该注意,互为补角和互为余角概念反映的是角的数量关系,而非角的位置关系.教科书在画图时(图9.3-13,图9.3-14)把互为补角或互为余角的角画成互相分离的样子,是为了避免学生误认为互为补角或互为余角的两角一定有公共顶点和公共边(例如学生容易混淆补角和邻补角).

14. 教科书通过一个“思考”栏目,并经过两角大小关系的分析,得出了关于补角和余角的

9.3.3 余角和补角

在一副三角尺中,每块都有一个角是 90° ,而其他两个角的和是 90° ($30^\circ+60^\circ=90^\circ$, $45^\circ+45^\circ=90^\circ$),一般地,如图 9.3-13,如果两个角的和等于 90° (直角),就说这两个角互为余角(complementary angle),即其中每一个角是另一个角的余角.



图 9.3-13



图 9.3-14

两个角互为余角称为两个角互余,两个角互为补角称为两个角互补.

类似地,如图 9.3-14,如果两个角的和等于 180° (平角),就说这两个角互为补角(supplementary angle),^[1]即其中一个角是另一个角的补角.



思考

$\angle 1$ 与 $\angle 2$, $\angle 3$ 都互为补角, $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 的大小有什么关系?^[2]

$\angle 1$ 与 $\angle 2$, $\angle 3$ 都互为补角,那么 $\angle 2=180^\circ-\angle 1$, $\angle 3=180^\circ-\angle 1$,所以 $\angle 2=\angle 3$.由此,我们得到关于补角的一个性质:

同角(等角)的补角相等.

对于余角也有类似的性质:

同角(等角)的余角相等.

例3 如图 9.3-15,点 A, O, B 在同一条直线上,射线 OD 和射线 OE 分别平分 $\angle AOC$ 和 $\angle BOC$,图中哪些角互为余角?

解:因为点 A, O, B 在同一条直线上,所以 $\angle AOC$ 和 $\angle BOC$ 互为补角.

又因为射线 OD 和射线 OE 分别平分 $\angle AOC$ 和 $\angle BOC$,所以

$$\begin{aligned}\angle COD+\angle COE &= \frac{1}{2}\angle AOC+\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}(\angle AOC+\angle BOC) \\ &= 90^\circ.\end{aligned}$$



图 9.3-15

第九章 几何图形初步 101

[1] 提醒学生注意区分互为补角和互为余角,前者两角的和是 180° ,后者两角的和是 90° ,在对比中记忆.

[2] 这里开始要让学生说点理,要求学生能用数学的语言表达思考过程,不要严格的推理形式.

重要性质:同角的补角相等,同角的余角相等.由于互为补角和互为余角概念反映的是角大小的数量关系,于是可得“等角的补角(余角)相等”.这些性质在学习对顶角相等、平行线的判定和性质时将用到,在后续内容中有广泛的应用.要注意,这里已经开始了“简单说理”,应用的是代数中有关等式的性质.整套教科书对于推理能力的培养是分层次逐步安排的.教学中,要把推理作为学生经过探索、思考、归纳发现结

论后的一个自然的延续.这里开始简单说理,主要是让学生能用数学语言表达自己的思考过程,不要求很严格的形式.教科书例3是为了巩固互为补角和互为余角概念安排的.

15. 例4 的表示方法经常用来表示对象所处的方位,如果再加上长度,就能确定物体的位置(就是极坐标的思想).用量角器画这样的射线要注意:(1)一般总以正南或正北方向(指北针的方向)作角的始边,(2)分清东、南、西、北,

[1] 注意通常要先写北或南，再写偏东或偏西，如“北偏东 40° ”不要写成“东偏北 50° ”。

[2] 方位角经常用于航空、航海、测绘中，领航员常用地图和罗盘进行方位角的测定。

[3] 让学生动手，自己完成。

[4] 可与三角尺上的特殊角比较一下，对它们的大小有一个大致估计。

所以， $\angle COD$ 和 $\angle COE$ 互为余角。

同理， $\angle AOD$ 和 $\angle BOE$ ， $\angle AOD$ 和 $\angle COE$ ， $\angle COD$ 和 $\angle BOE$ 也互为余角。

例4 如图 9.3-16 (1)，货轮 O 在航行过程中，发现灯塔 A 在它南偏东 60° 的方向上，同时，在它北偏东 40° 、南偏西 10° 、西北（即北偏西 45° ）方向上又分别发现了客轮 B 、货轮 C 和海岛 D 。仿照表示灯塔方位的方法，画出表示客轮 B 、货轮 C 和海岛 D 方向的射线。

有时以正北、正南方向为基准，描述物体运动的方向，如“北偏东 30° ”“南偏东 25° ”。表示方向的角在航行、测绘等工作中经常用到。^[2]

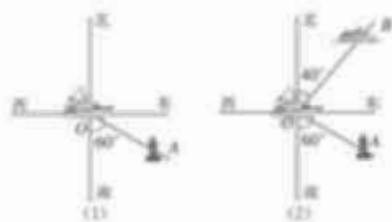


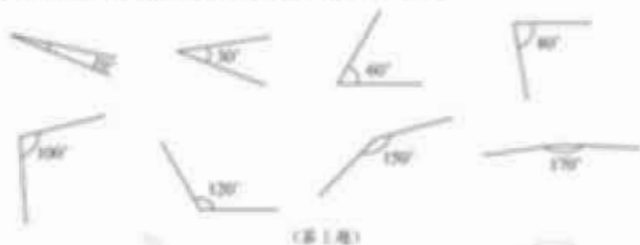
图 9.3-16

画法：以点 O 为顶点，表示正北方向的射线为角的一边，画 40° 的角，使它的另一边 OB 落在东与北之间，射线 OB 的方向就是北偏东 40° （图 9.3-16 (2)），即客轮 B 所在的方向。

请在图 9.3-16 (2) 上画出表示货轮 C 和海岛 D 方向的射线。^[3]

练习

1. 图中给出的各角中，哪些互为余角？哪些互为补角？^[4]



练习答案

1. 10° 与 80° 、 30° 与 60° 互为余角， 10° 与 170° 、 30° 与 150° 、 60° 与 120° 、 80° 与 100° 互为补角。

理解偏东、偏西的意义。可以要求学生自己练习 培养空间观念的一个重要方面。一下在操场上以某一个点为基准点，描述学校一些重要位置的方位，体会这种方法的实际作用。

16. 在本节出现了许多符号表示，要注意让学生掌握各种符号表示方法，如表示角的大小、角的和差、互为补角和互为余角的符号，等等。

另外，要注意培养学生的识图能力。例如，使学生能从图形中观察出一个角是哪两个角的和或差，哪两个角互为余角、补角，等等。这也是

- 一个角是 $20^{\circ}20'$ ，求它的余角和补角。
- $\angle\alpha$ 的补角是它的3倍， $\angle\alpha$ 是多少度？
- 一个角是钝角，它的二分之一是什么角？

习题 9.3

复习巩固

- 如果把钟表的时针在任一时刻所在的位置作为起始位置，那么时针旋转出一个平角及一个周角，至少各需要多长时间？
- 凭你的感觉画出 30° 、 45° 、 90° 、 120° 、 135° 的角，再用量角器量一量，你画的准确度如何？
- 计算：
 - $48^{\circ}39' + 67^{\circ}31'$ ；
 - $21^{\circ}13' \times 5$ 。
- 如果 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 2 = \angle 3$ ，则 $\angle 1$ $\angle 3$ ；
如果 $\angle 1 > \angle 2$ ， $\angle 2 > \angle 3$ ，则 $\angle 1$ $\angle 3$ 。
- 如图，BD和CE分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线，且 $\angle DBC = \angle ECB = 21^{\circ}$ ，求 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的度数，它们相等吗？



(第4题)

- 填空：
 - $\angle AOB + \angle BOC =$ ；
 - $\angle AOC + \angle COB =$ ；
 - $\angle BOD - \angle COD =$ ；
 - $\angle AOD =$ $- \angle AOB$ 。



(第6题)



(第7题)

- 如图，要测量两幢大楼所形成的 $\angle AOB$ 的度数，但人不能进入两楼，如何测量？^[1]
- 按照上北下南，左西右东的规定画出表示东南西北的十字线，然后在图上画出表示下列方向的射线。^[2]

第九章 几何图形初步 103

练习答案

- 余角等于 $19^{\circ}21'$ ，补角等于 $109^{\circ}21'$ 。
- 45° 。
- 锐角。

[1] 要测量 $\angle AOB$ 的补角的度数，还要画出一边的延长线，构造出它的补角（实际上是邻补角）。

[2] 注意结合此题复习用量角器画一个已知度数的角的方法。

习题 9.3

1. “复习巩固”第1题把角的大小与时间联系起来，结合这个问题，能更好地让学生看到角的度、分、秒与时间的时、分、秒的联系和区别。钟表是认识角的一个很好的载体。通过第2题，可以让学生对一些特殊角的大小有一个直观印象，这样有利于对其他角的大小进行估计。第3题和第10题是角度的运算问题，对于这类运

算，要注意控制难度，以书上的例题、习题的要求为准。第4题实际上是等式和不等式的传递性。第5题复习角平分线的概念， $\triangle ABC$ 是一个等腰三角形，为后面等腰三角形的研究作准备。第6题训练识图能力，复习角的和与差，用符号表示图形中角的关系。第7题是一个实际问题，要学生去测量 $\angle AOB$ 的补角（实际上是邻补角），也为后面邻补角的学习作准备。第8题是复习方位角的概念以及用量角器画一个角的方法。

[1] 可以列算式,也可以列方程解这个问题.

[2] 可让学生仿照第8题,先分别画出表示东南西北的十字线,降低画图难度.

- (1) 北偏东 30° ; (2) 南偏东 60° ;
(3) 东偏南 15° ; (4) 西南方向 (南偏西 45°).

综合运用

9. 如图, OB 是 $\angle AOC$ 的平分线, OD 是 $\angle COE$ 的平分线.
(1) 如果 $\angle AOE = 40^\circ$, $\angle DOE = 20^\circ$, 那么 $\angle BOD$ 是多少度?
(2) 如果 $\angle AOE = 140^\circ$, $\angle COE = 30^\circ$, 那么 $\angle AOD$ 是多少度? [1]



(第9题)



(第10题)

10. 如图, 一个齿轮有 15 个齿, 每相邻两齿中心线间的夹角都相等, 这个夹角是多少度? 如果是 22 个齿的齿轮, 这个夹角又是多少度 (精确到分)?
11. 如图, 将一副三角尺按不同位置摆放, 在何种摆放方式中 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 互余? 在何种摆放方式中 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 互补? 在何种摆放方式中 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 相等?



(1)

(2)

(3)

(4)

(第11题)

12. 如图, A地和B地都是海上观测站, 从A地发现它的北偏东 40° 方向有一艘船, 同时, 从B地发现这艘船在它的北偏东 30° 方向, 试在图中确定这艘船的位置. [2]



13. (1) 互余且相等的两个角, 各是多少度?
(2) 一个锐角的补角比这个角的余角大多少度?



(第13题)

2. “综合运用”第9题是为了训练识图能力以及对角平分线知识的运用, 使学生初步理解角的和差的度数就是它们度数的和差, 这个问题还可以通过列方程来解, 也能让学生看到不同数学领域内容的相互应用. 第11题巩固互为余角、互为补角的概念及角相等的概念, 也加深对三角尺中的一些特殊角大小的认识. 第12题中的这条船应当位于两条表示方向的射线的交点处, 这表明方位角不仅能确定物体的方向, 用两个方位

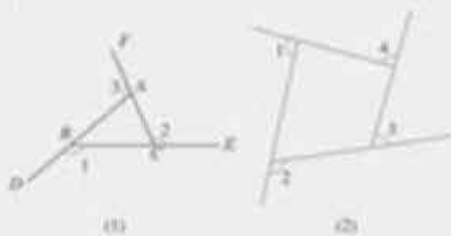
角还能确定物体的位置, 这是方位角的另一个实际应用. 第13题是用代数方法解几何问题, 复习余角、补角的概念.

3. “拓广探索”的两个问题要求学生通过测量、计算、思考, 归纳出四边形内角和和多边形外角和的猜想, 要鼓励学生用几何语言描述他所得到的猜想. 在几何教学中要给学生提供更多的机会, 让他们自己发现一些几何命题, 为在后续学习中进一步提出“为什么”, 探究背后隐藏的

拓广探索

14. 画几个不同的四边形, 使每个四边形中都有 30° , 90° , 105° 的角, 量一量这些四边形中另一个角的度数, 你能发现什么规律? [1]

15. (1) 如图 (1) 中, 延长 AD , BC , CD 构成 $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, 量出 $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, 并计算 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$, 再画几个类似的图, 计算相应的三个角的和, 你有什么发现? [2]



(第 15 题)

(2) 类似地, 量出图 (2) 中 $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, 计算 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4$, 再换几个类似的图试试, 你有什么发现?

综合 (1) (2) 的发现, 你能进一步得到什么猜想? [3]

[1] 多画几个这样的四边形, 让学生探索, 注意测量时的误差.

[2] 这实际上是在测量并计算三角形的外角和, 外角的概念可不向学生给出.

[3] 还可以让学生类似地量一下五边形、六边形的外角和, 这样有助于得到猜想. 要让学生注意, 测量时会有误差.

原因作准备, 培养学生的好奇心和探究的习惯.

[1] 可以先用一个长方体纸盒模型, 为这个活动在知识上作一些准备。

[2] 注意多收集一些长方体形状的包装盒, 以便研究它们的展开图, 最好要多几种不同的类型。

[3] 可以根据平时的学习小组, 也可以指定。注意遵循“组间同质, 组内异质”的原则, 即不同小组之间各组的整体学习及活动水平大致相同, 但同一小组各成员的学习及活动水平应该不同。

[4] 注意引导学生观察展开图的特点, 以及展开图和原立体图形之间的关系。有条件的地方可以用计算机等教学手段进行演示。

9.4 课题学习

设计制作长方体形状的包装纸盒

日常生活中, 我们经常可以看到各种各样的长(正)方体形状的包装盒, 如粉笔盒、文具盒、牙膏盒等(图 9.4-1)。^[1]



图 9.4-1

设计这类包装盒时, 要先绘制长方体的展开图, 再把它剪出并折叠成长方体。此外, 还会用到美术知识(图案、视觉效果、美术字)、语言知识(文字设计、广告语言、汉语拼音或英语词组)、生产常识(材料、生产成本)等。本节中, 我们将通过下面的设计和制作长方体纸盒的实践活动, 进一步体会立体图形与平面图形之间的相互转化。

活动名称: 设计制作长方体形状的包装纸盒

方 法: 观察、讨论、动手设计制作

材 料: 厚(硬)纸板、直尺、裁纸刀、剪刀、胶水、彩笔等

准 备: 收集一些长方体形状的包装盒, 如墨水瓶盒、粉笔盒、饼干盒、牛奶包装盒、牙膏盒等, 作为参考物。^[2]

活动步骤:

1. 观察、讨论

以 3~6 人为一组, 各组确定所要设计制作的包装盒的类别(这里以长城牌墨水瓶纸盒为例), 明确分工。^[3]

(1) 观察作为参考物的包装盒, 分析其各面、各棱的大小与位置关系。

(2) 拆开盒子, 把它铺平, 得到展开图; 观察它的形状, 找出对应长方体各面的相应部分; 度量各部分的尺寸, 找出其中的相等关系。

(3) 把展开图复原为包装盒, 观察它是如何折叠并粘到一起的。^[4]

(4) 多拆、装几个包装盒, 注意它们的共同特征。

(5) 经过讨论, 确定本组的设计方案(包括包装盒的形状、尺寸、外表图案、文字等)。

126 第九章 几何图形初步

1. 本课题学习要在学生对长方体和它的表面进行探究的基础上, 制作一个长方体形状的包装纸盒, 并在剪开前进行美术设计。

2. 课题学习是一种新的教学方式, 应该如何进行是一个新的问题。教科书对于这个活动作了认真细致的安排, 包括方法、材料、准备和活动步骤等。在课题学习中要分组、分工, 观察和讨论, 设计和制作, 交流和比较, 评价和总结等, 课后还要自己做进一步的练习等。

在教学中, 可以不拘泥于教科书的形式, 教学过程中要有一定的开放性, 要充分发挥学生的主观能动性, 让他们独立思考, 独立设计、独立制作, 切不可千篇一律。活动总结时, 要注意引导学生体会所学的数学知识在这个活动中的作用, 引导他们去发现现实生活中的问题, 并运用所学的知识加以解决, 增强学生用数学的意识。

3. 在教学过程中, 交流、讨论, 评价和小结是一个重要的环节, 要注意引导学生把讨论集

2. 设计、制作

(1) 先在一张软纸上画出包装盒展开图的草图，简单设计一下，裁纸、折叠，观察效果。^[1]如果发生问题，应调整原来的设计，直至达到满意的初步设计。

(2) 在硬纸板上，按照初步设计，画好包装盒的展开图（如图 9.4-2，单位：mm），注意要预留出黏合处，并要适当剪去棱角，在展开图上进行图案与文字的美术设计。^[2]

(3) 裁下展开图，折叠并粘好黏合处，得到长方体包装盒（图 9.4-3）。

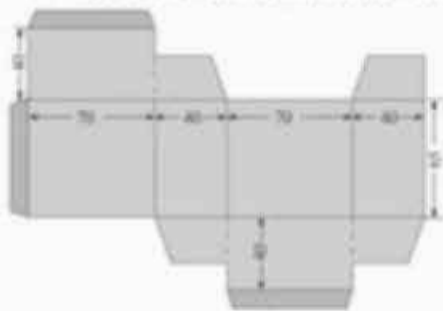


图 9.4-2



图 9.4-3

3. 交流、比较

各组展示本组的作品，并介绍设计思想和制作过程。

讨论各组的作品，重点探究以下几个问题：

(1) 制成的包装盒是否是长方体？如果不是，是哪个地方出了问题？如何改进？

(2) 从实用性上看，包装盒形状、尺寸是否合理？用料是否节省？是否需要改进？

(3) 包装盒的外观设计是否美观？

(4) 对平面图形与立体图形的联系有哪些新认识？

4. 评价、小结

评价各组的的活动情况，小结活动的主要收获。

5. 巩固、提高

(1) 自己设计制作一个正六棱柱形状（底面是 6 条边都相等、6 个角都相等的六边形，6 个侧面都是长方形）的包装纸盒；

(2) 自己设计制作一个圆柱形状的包装纸盒。

[1] 让学生先做一个简单设计，折叠，观察制作出的是否为长方体，大小是否合适，图形是否美观（注意方向不要颠倒）等。

[2] 有条件的学校可以让学生在计算机上进行美术设计。

中到以下几个方面：在课题学习中所学的数学知识起了什么作用？制作的包装盒的实用性如何？例如它的尺寸、形状是否合理，用料是否节省等。课题学习的美学价值，包括展开图的对称性，产品设计的美，广告语言的美等。

4. 本次课题学习应该要求学生切实完成，课题学习为更好培养学生的创新意识和实践能力提供了一个机会。在这个学习活动中，要鼓励学生大胆设计，能够制作各种符合要求的包装纸

[1] 学生没有接触过棱台，不要给出它的概念，可以让学生找一些这样的实物，了解它的展开图的形状。

[2] 不同形状的车厢用途不同，可引导学生讨论不同立体图形的特点，以此说明装载不同货物的道理。

[3] 可让学生收集一些五角星，观察五角星的特点，量出中心到各个顶点的距离，以中心为端点经过各顶点的射线的夹角，归纳五角星的特点。

[4] 注意“每隔一点”的说法，例如，连接第1点与第3点，隔开第2点，等等。

[5] 画六角星时，要连续画 60° （即 $360^\circ \div 6$ ）的角。

[6] 沿不同的角剪开，得到的五角星的形状是不同的，可让学生讨论：要得到一个标准的五角星（用前面步骤画出的），角 α 应为多少度。

数学活动

活动1

图1是一些火车车厢的模型，它们对应着什么样的立体图形？选择适当的比例，在一张硬纸板上分别画出它们的展开图，折叠起来，得到火车车厢的模型。你还可以给它们加上窗子，或是装上货梯，加上车轮……



图1

你还见过其他形状的火火车车厢吗？类似地制作出它们的模型。

活动2

按照下面的步骤画一个五角星（图2）：

- (1) 任意画一个圆；
- (2) 以圆心为顶点，连续画 72° （即 $360^\circ \div 5$ ）的角，与圆相交于5点；
- (3) 连接每隔一点的两个点；
- (4) 擦去多余的线，就得到五角星。



图2

你能说出这种画法的道理吗？你还有其他的画法吗？类似地，你能画出一个六角星吗？

通过折纸（图3），你能制作一个五角星吗？沿不同的角 α 剪开，得到的五角星形状相同吗？哪一种更美观？变换不同的角 α 试一试！

128 第九章 几何图形初步

1. 本章安排了2个“数学活动”，每个活动都有一个主题，都是操作性很强的内容，通过这些活动，学生不仅可以复习、巩固本章的知识，而且通过动手操作、思考探索、合作交流，体验数学发现的过程，增强动手能力，主动思考的能力以及利用所学数学知识解决问题的能力，培养合作精神。

“数学活动”的教学可以有选择地开展，既可以安排在相关的知识后，也可以在学完全章内

容后，结合复习全章的小结进行。

2. 活动1是要制作火车车厢的模型，火车车厢是学生熟悉的，在实际工作中由于装载的货物不同，各种火车车厢被设计成不同的形状，要制作火车车厢的模型，首先要能根据车厢的立体图形画出模型的展开图进行设计，最后折叠、黏合得到模型。这个过程对于培养学生的空间想象力，发展空间观念是很有帮助的。活动中要充分发挥学生的主观能动性，让他们在活动中初步体

[1] 鼓励学生大胆设计，并互相交流，感受数学之美。



验成功的喜悦和几何学习的价值。

3. 五角星是很常见的美丽图案，我国国旗上就有五个五角星。五角星图案中包含许多数学知识。活动2是制作一个五角星，主要要用到本章学习的线段和角的知识，也回应了本章引言的一个问题，同时还对学生进行爱国主义教育。五角星的画法，需要用到正多边形的知识，教科书直接给出了一种画法。在此之前，可以让学生观察一些五角星的图案，归纳五角星的特点，为画

出它做准备。用剪纸的方法剪出一个五角星的关键是要折出五个相等的角，需要对角的大小进行估计（角的两倍关系），可以培养学生对角大小的估计能力，学生能体会数学知识在活动中的作用。

[1] 可鼓励学生自己复习本章所学的主要内容，建立它们之间的联系，画出一个知识结构图来。

[2] 类比是合情推理的一种基本方法。

[3] 这里要注意鼓励学生用语言描述它们的特征，再结合图形加深对它们的认识。

小 结

一、本章知识结构图^[1]



二、回顾与思考

几何是研究图形的形状、大小和位置关系的学科。本章我们学习了图形与几何的一些最基本的知识，如几何图形、立体图形、平面图形；点、线、面、体等。我们还学习了确定直线的基本事实，直线、射线、线段和角的表示，以及线段和角的度量 and 大小比较等。这些知识都是进一步学习图形与几何知识的基础。

几何图形是从各种物体中抽象出来的，是更一般的“形”。另外，我们还要注意几何图形之间的联系，如点动成线、线动成面、面动成体，这种联系有助于我们理解和掌握知识。

在研究几何图形的过程中，我们常常采用类比的方法。^[2]例如，类比线段的大小比较、线段中点研究角的大小比较、角平分线等。类比的方法既引导我们发现问题，也帮助我们找到解决问题的途径。

请你带着下面的问题，复习一下本章的内容吧。

1. 下面是本章学到的一些数学名词，你能简要地描述这些数学名词吗？你能画出图形来表示它们吗？^[3]

立体图形 平面图形 展开图 两点的距离 余角 补角

2. 你能举出几个立体图形和平面图形的实例吗？

3. 找几个简单的立体图形，分别画出它们的展开图和从不同方向看得到的平面图形，你能由此说说立体图形与平面图形的联系吗？

1. 本章是图形与几何内容的开始，是学习后续相关知识的基础，研究问题的方法也是今后研究相关内容的重要方法，要重视在学完全章后进行小结，引导学生复习梳理所学习的主要内容，形成良好牢固的知识结构，总结学习的主要方法，为后续内容的学习打好基础。

2. 本章概念比较多，要让学生在回顾、反思和交流中去梳理相关的内容，寻找它们之间的联系，逐步建立知识的体系，并建立起“本章知

识结构图”。

3. “回顾与思考”概述了本章的基本知识内容和所用的研究几何图形的重要方法，并以问题的形式，突出了本章的某些核心内容，教学中要让学生先独立思考，再进行交流，结合这些问题理解所学的主要概念、性质等。若条件允许，教师可鼓励学生独立完成小结，回顾本章学习的收获、困难等。

4. 在本章中,关于直线和线段有哪些重要结论?
5. 本章学习了有关角的哪些知识? 有哪些重要结论?

复习题 9

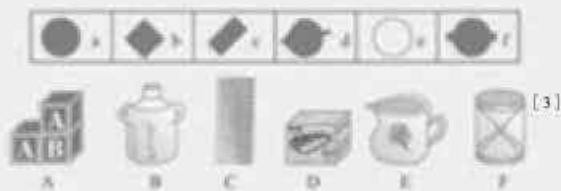
复习巩固

1. 说出下列图形的名称.^[1]



(第 1 题)

2. 如图,从上方往下看 A, B, C, D, E, F 六个物体,分别能得到 a, b, c, d, e, f 七个图形? 把上下两行中对应的图形与物体连接起来.



(第 2 题)

3. 如图,分别从正面、左面、上面观察这三个立体图形,各能得到什么平面图形?



(第 3 题)

4. 如下页图,右面哪一个图形是左面立体图形的展开图?^[4]

第九章 几何图形初步 111

[1] 可以说是长方体,也可以说是棱柱.

[2] 对于图中的棱柱和棱锥,只要能说出它们是棱柱和棱锥即可,不要求说出是几棱柱或几棱锥.

[3] 只要能说出基本形状即可,如不好表达,也可画出表示基本形状的示意图,尺寸不作要求.

[4] 解决这个问题要注意正方体的带图案的三个面展开后的位置关系.

复习题 9

1. “复习巩固”共安排了 8 个题目,主要是复习本章所学的知识.

第 1 题要求学生说出一些常见几何体的名称,在此过程中让学生复习学过的常见几何体,对于棱柱或棱锥,不要求他们说是几棱柱或几棱锥.

第 2 题和第 3 题都是从不同方向看立体图形

的题目,目的是在此过程中发展学生的空间观念. 其中第 2 题是要辨认出从上面看六个立体图形得到的图形,第 3 题是要学生说出从不同方向看三个立体图形得到的平面图形,这里的立体图形比前面正文后练习和习题的图形稍微复杂一些,是基本几何体的简单组合体,这也是学完全章对这部分内容应达到的要求. 只要能说出基本形状即可,如不好表达,也可画出表示基本形状的示意图,对具体尺寸不作严格要求,画出基本

[1] 如果乙尺是直的, 那么过两点就有两条不同直线了, 这是不可能的, 渗透反证法思想。

[2] 可以举出反例: 直角的补角也是直角, 它们相等; 钝角的补角是锐角, 它小于这个角。

[3] 可以举反例, 如 40° 的角是锐角, 100° 的角是钝角, 但是它们并不互补。

(1) (A) (B) (C) (D)

(2) (A) (B) (C) (D)

5. 如图, 将甲、乙两个尺子拼在一起, 两尺重合, 如果甲尺的刻度是直的, 那么乙尺是直的吗? 为什么? [1]

6. 如图, 将甲、乙两个尺子拼在一起, 两尺重合, 如果甲尺的刻度是直的, 那么乙尺是直的吗? 为什么? [1]

7. 判断题:

(1) 锐角的外角一定是钝角; ()

(2) 一个角的外角一定大于这个角; [2] ()

(3) 如果两个角是同一个角的外角, 那么它们相等; ()

(4) 锐角和钝角互补; [3] ()

8. 已知 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 互为补角, 并且 $\angle\beta$ 的一半比 $\angle\alpha$ 小 30° , 求 $\angle\alpha$, $\angle\beta$

综合运用

9. 如图, 已知 BC 是圆柱底面的直径, AD 是圆柱的高, 在圆柱的侧面上, 过点 A, C 画一条路径最短的金属丝, 现将圆柱侧面沿 AD 剪开, 所得的圆柱侧面展开图是 ()

(A) (B) (C) (D)

形状即可。

第 4 题要辨认出两个正方体的展开图, 其中小正方体的三个面带有图案, 展开后三个面之间的位置是有关系的, 要从这个角度去思考解决这个问题, 解这个问题时也可结合复习 86 页第 7 题。

第 5 题是应用“两点确定一条直线”的基本事实; 第 6 题是线段的和与差的计算问题; 第 7 题主要是复习巩固一些角的概念和性质, 对于错

误的命题 (即假命题), 可以让学生举出反例。第 8 题可以列方程来解, 可以结合复习一元一次方程的知识。

2. “综合运用”安排了 5 个题目。第 9 题是应用展开图解决空间数学问题, 涉及关于线段的基本事实, 这是立体问题平面化的一个典型问题。第 10 题是一个立体图形展开图的题目, 这里不仅要学生了解一个立体图形展开图的形状, 还要能根据展开图想象立体图形的形状。第 10

10. 图中的几个图形能否折叠成棱柱? 先想一想, 再折一折. [1]



(第10题)

11. 如图, A, B 两地隔着池塘, 从 C 地测得 $CA=50$ m, $CB=60$ m, $\angle ACB=145^\circ$, 用 1 cm 代表 10 m, 画出类似的图形, 量出 AB 的长 (精确到 1 mm), 再计算出 A, B 两地的实际距离. [2]



(第11题)

12. 如图, 长方形纸片 $ABCD$, 点 E, F 分别在边 AB, CD 上, 连接 EF , 将 $\angle BEF$ 对折, 点 B 落在直线 EF 上的点 B' 处, 得折痕 EM ; 将 $\angle AEF$ 对折, 点 A 落在直线 EF 上的点 A' 处, 得折痕 EN , 求 $\angle NEM$ 的度数.



(第12题)



(第13题)

13. 如图, 这是一幅动物园某一景区的示意图, 海洋馆、狮虎园、猴山、大象馆分别在大门的什么方向?

[1] 第 2 个图不能折叠为棱柱, 因为它的两个底面画在了同一侧, 第 4 个图也不能折叠为棱柱, 因为展开图没有底面.

[2] 利用余弦定理可以求出 $AB \approx 104.95$ (m).

题中第 1 个图形能折叠为一个长方体, 第 2 个图不能折叠成棱柱, 第 3 个图形能折叠成一个五棱柱, 第 4 个图形不能折叠成一个棱柱. 可让学生实际折一折, 试一试, 在动手操作过程中体会立体图形与平面图形的相互转化. 第 11 题是通过画图求出未知距离的近似值. 第 12 题是一个动手操作的题, 要把操作过程中角之间的数量关系表示出来. 第 13 题是通过指出动物园导游图中一些景点的位置, 复习方位角的概念, 体会所学

知识在实际中的应用.

3. “拓广探索”安排了两个题目. 第 14 题是让学生测量任意四边形的“中点四边形”的边长和内角, 去从中寻找关于边长之间关系和内角之间的关系的猜想. 实际上, 从这些关系可以猜测出这个四边形是一个平行四边形, 它的内角和是 360° 等. 由于学生还未学过有关的判定方法, 只要能观察并推测这个四边形是平行四边形, 内角和是 360° 即可. 应该注意, 学生得到的猜想

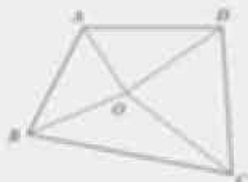
[1] 可以量出四边形 $EFGH$ 的对边相等, 对角相等 ($\angle 1$ 与 $\angle 3$ 相等, $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 相等), 还有一些角互补 (如 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补, $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互补等).

拓广探索

14. 任意画一个四边形 $ABCD$, 四边形的四边中点分别为 E, F, G, H , 连接 EF, FG, GH, HE , 并量出它们的长, 你发现了什么? 量出图中 $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ 的度数, 你又发现了什么? 多画几个四边形试试, 你能得到什么结论? [1]



(第 14 题)



(第 15 题)

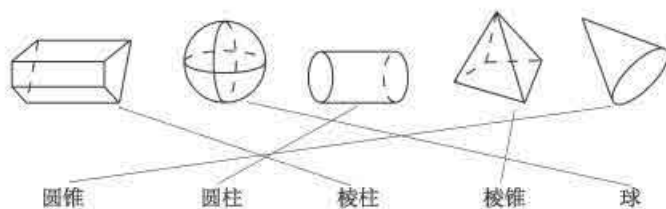
15. 如图, 在四边形 $ABCD$ 内找一点 O , 使它到四边形的四个顶点的距离的和 $(OA+OB+OC+OD)$ 最小, 并说出你的理由. 由本题你得到什么数学结论? 举例说明它在实际中的应用.

可能不一致, 这是正常的, 应该鼓励学生进行大胆猜想、勇于探索. 第 15 题是一个应用关于线段的基本事实的习题, 不要求很严格的推理, 只要能够根据数的运算性质加以判定就可以.

III 习题解答

习题 9.1

1. 如图.



(第 1 题)

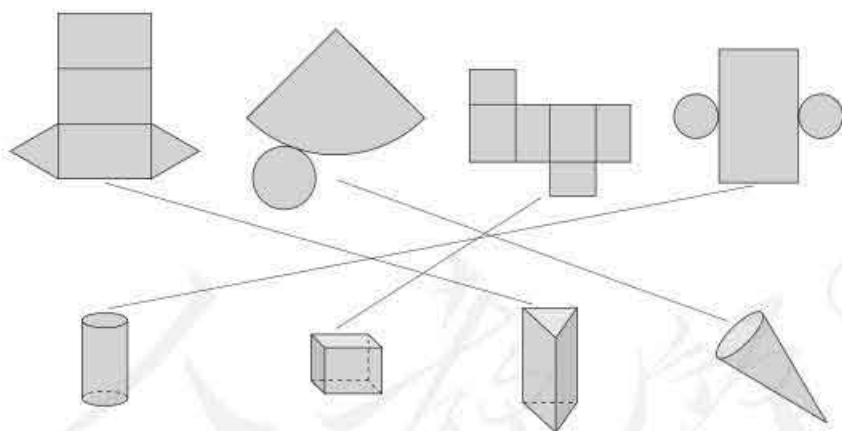
2. 从图中能看到长方体、圆柱、球等.

3. 从图中能看到椭圆、三角形、长方形、正方形、五边形、六边形等.

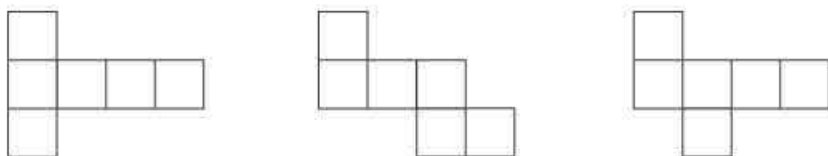
4. 第 1 个图是一个圆柱, 从正面和左面看都是一个长方形, 从上面看是一个圆; 第 2 个图是一个圆锥, 从正面和左面看都是等腰三角形, 从上面是一个圆 (包括圆心); 第 3 个图是一个球, 从正面、左面、上面看都是一个圆.

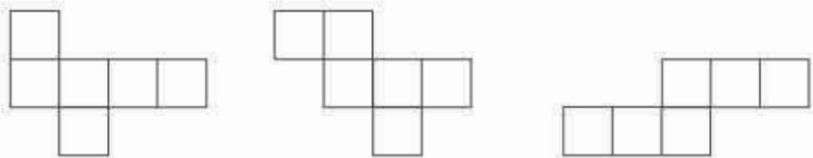
5. A.

6. 如图.



7. 除第 1 排第 3 个图外, 其余均能折叠成正方体, 类似的正方体展开图还有如下几种:





(第7题)

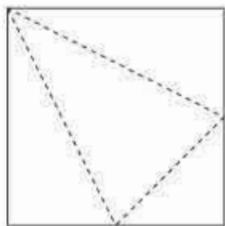
8. 第1个图主要含有长方体等, 第2个图主要含有长方体、圆柱等, 第3个图主要含有长方体、棱锥等, 第4个图主要含有圆柱等.

9. “横看成岭侧成峰”中蕴含的数学道理是: 从不同方向看立体图形, 往往会得到不同的图形.

10. D.

11. 第1个图能折叠成一个圆柱, 第2个图能折叠成一个棱柱, 第3个图能折叠成一个圆锥, 第4个图能折叠成一个棱柱.

12. 可以把一张正方形纸片折叠成一个三棱锥, 折痕如图.



(第12题)

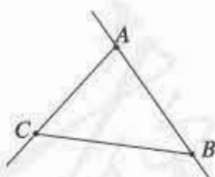
13. (1) B; (2) B, C; (3) A.

14. 略.

习题 9.2

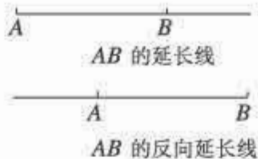
1. 略.

2. 如图.



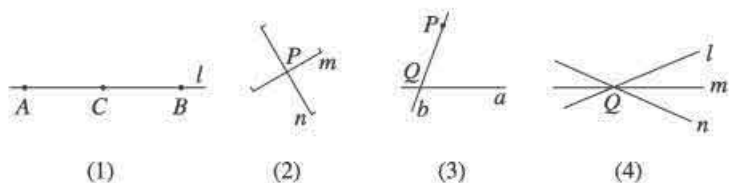
(第2题)

3. 如图.



(第3题)

4. 如图.



(第4题)

5. 正方形的边长应约为 4.6 cm, 图略.

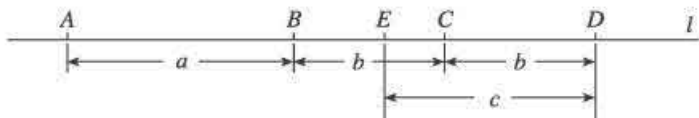
6. $AB < AC$, 折纸略.

7. 略.

8. (1) 河道的长度变小了;

(2) 由于“两点之间, 线段最短”, 这样做增加桥的长度, 一方面使这桥能容纳更多的游人来观光, 另一方面也增加了游人在桥上行走的路程, 有利于游人更好地观赏湖面风光.

9. 用直尺画直线 l , 用圆规在直线 l 上截取 $AB = a$, 再在 AB 的延长线上用圆规依次截取 $BC = b, CD = b$, 再在射线 DA 上用圆规截取 $DE = c$, 则 $AE = a + 2b - c$.

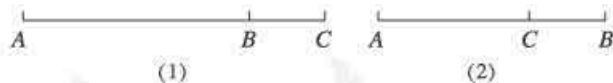


(第9题)

10. 分两种情况:

(1) 如图 (1), 当点 C 在 AB 的延长线上时, 因为 $AB = 3$ cm, $BC = 1$ cm, 所以 $AC = AB + BC = 3 + 1 = 4$ (cm).

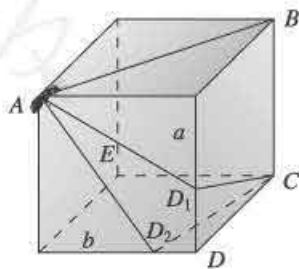
(2) 如图 (2), 当点 C 在 AB 的内部时, 因为 $AB = 3$ cm, $BC = 1$ cm, 所以 $AC = AB - BC = 3 - 1 = 2$ (cm).



(第10题)

11. 如图, 由于“两点之间, 线段最短”, 因此, 小蚂蚁要从顶点 A 爬行到顶点 B , 只需沿线段 AB 爬行即可.

如果要爬行到顶点 C , 有三种情况. 若蚂蚁爬行经过面 AD , 可将这个正方体展开, 在展开图上连接 AC , 与棱 a (或 b) 交于点 D_1 (或 D_2), 小蚂蚁沿线段 $AD_1 \rightarrow D_1C$ (或 $AD_2 \rightarrow D_2C$) 爬行, 路线最短. 类似地, 蚂蚁经过面 AB 和 AE 爬行到顶点 C , 也分别有两条最短路线. 因此, 蚂蚁爬行的最短路线有 6 条.



(第11题)

12. 两条直线相交, 最多有 1 个交点, 三条直线相交, 最多有 3 个交点, 四条直线相交, 最多有 6 个交点……一般地, n 条直线相交, 最多有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 个交点.

习题 9.3

1. 6 h, 12 h.

2. 略.

3. (1) $116^{\circ}10'$; (2) $106^{\circ}25'$.

4. 如果 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 = \angle 3$, 则 $\angle 1 = \angle 3$;

如果 $\angle 1 > \angle 2$, $\angle 2 > \angle 3$, 则 $\angle 1 > \angle 3$.

5. $\angle ABC = \angle ACB = 62^{\circ}$.

6. (1) $\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC$;

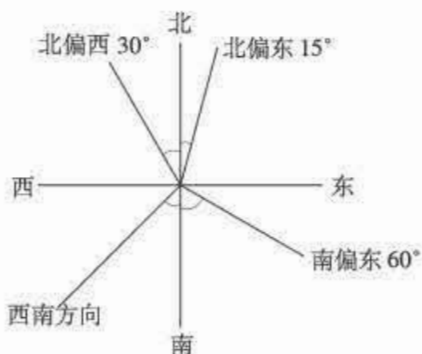
(2) $\angle AOC + \angle COD = \angle AOD$;

(3) $\angle BOD - \angle COD = \angle BOC$;

(4) $\angle AOD - \angle BOD = \angle AOB$.

7. 延长 AO 或 BO , 先测量 $\angle AOB$ 的补角, 然后计算出 $\angle AOB$ 的大小.

8. 如图.



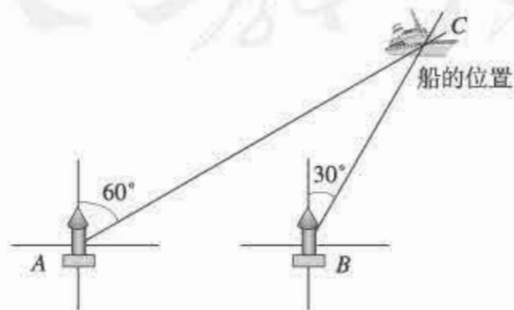
(第 8 题)

9. (1) $\angle BOD = 70^{\circ}$; (2) $\angle AOB = 40^{\circ}$.

10. 齿轮有 15 个齿时, 相邻两齿中心线的夹角是 24° , 如果是 22 个齿的齿轮, 这个夹角约为 $16^{\circ}22'$.

11. 第 (1) 种摆放方式中 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 互余, 第 (4) 种摆放方式中 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 互补, 第 (2) (3) 种摆放方式中 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 相等.

12. 如图.

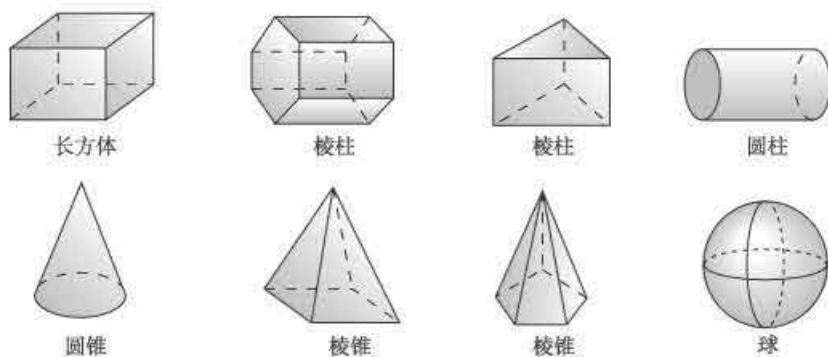


(第 12 题)

13. (1) 45° ; (2) 90° .
 14. 另外一个角都等于 135° , 四边形的内角和等于 360° .
 15. (1) 这些和都等于 360° ;
 (2) 这些和都等于 360° .
 猜想: 多边形外角和等于 360° .

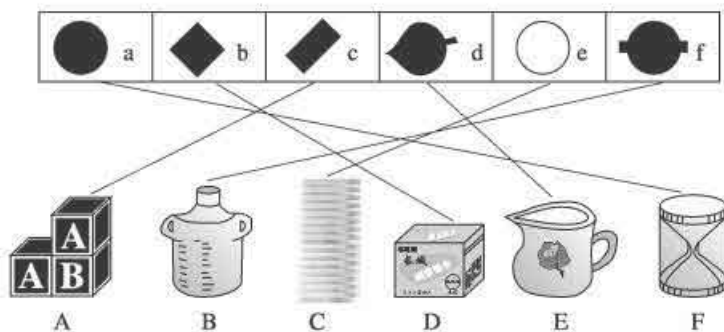
复习题 9

1.



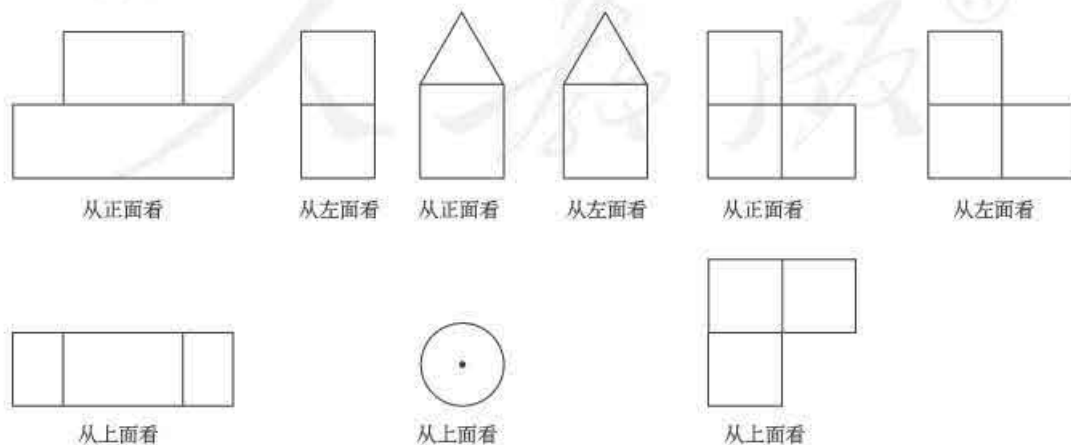
(第 1 题)

2. 如图.



(第 2 题)

3. 示意图如图所示.



(第 3 题)

4. (1) D; (2) C.

5. 乙尺不是直的, 因为如果乙尺是直的, 那么过两点 A, B 就有两条直线了, 这是不可能的.

6. $AB=6\text{ mm}$, $BC=51\text{ mm}$.

7. (1) 正确; (2) 错误; (3) 正确; (4) 错误.

8. $\angle\alpha=80^\circ$, $\angle\beta=100^\circ$.

9. A.

10. 第 1 个图和第 3 个图能折叠为棱柱.

11. AB 长约 10.5 cm , 换算成实际距离约 105 m .

12. 90° .

13. 海洋世界在大门南偏东约 85° 的方向上, 狮虎园在大门正南方向, 猴山在大门北偏东约 1° 的方向上, 大象馆在大门北偏东约 45° 的方向上.

14. 可以量出四边形 $EFGH$ 对边 (EF 与 GH , EH 与 FG) 相等, 对角 ($\angle 1$ 与 $\angle 3$, $\angle 2$ 与 $\angle 4$) 相等, 还有一些角 (如 $\angle 1$ 与 $\angle 2$, $\angle 2$ 与 $\angle 3$, $\angle 3$ 与 $\angle 4$, $\angle 4$ 与 $\angle 1$) 互补. 可以猜想, 对于其他的四边形也有类似的边与角相等的结论.

15. 根据“两点的所有连线中, 线段最短”的性质, 当点 O 是四边形对角线的交点时, 它到四个顶点的距离之和最小.

数学结论: 四边形对角线交点到四个顶点的距离之和最小.

应用举例略.

IV 教学设计案例

9.1.2 点、线、面、体

一、内容和内容解析

1. 内容

点、线、面、体的概念及它们之间的关系.

2. 内容解析

点、线、面、体及其组合构成了丰富多彩的图形世界, 它们的概念是图形与几何的基本概念, 既是对现实世界进行数学抽象的产物, 具有高度的抽象性, 又是对图形类别的基本划分, 具有高度的概括性. 点、线、面、体的概念剖析了图形的构成要素, 使我们对身边世界的认识更加清晰. 点、线、面、体的关系揭示了图形由简单到复杂, 由一维到三维的演变过程, 是认识图形本质, 发展空间观念的知识基础.

“包围着体的是面, 面与面相交形成线, 线与线相交形成点”是从整体到局部, 逐步分解地依次认识体、面、线、点; “点动成线、线动成面、面动成体”是从微观到宏观, 逐步合成地来认识点、线、面、体; “点是构成图形的基本元素”的集合观点, 又使线、面、体概念的外延由多元回

归到一元，揭示了图形世界多样性表象下的统一性。这三条线索中，都蕴含了“具体→抽象→具体”的认知方法：先结合实例抽象出图形，再进一步抽象得到概念，最后在具体模型中概念得到阐释应用，达到对概念意义的同化。

基于以上分析，可以确定本节课的教学重点是：点、线、面、体的概念。

二、目标和目标解析

1. 目标

初步了解点、线、面、体的概念。

2. 目标解析

达成目标的标志是：能结合几何模型或身边环境，指出体、面、线、点，并能区分平面和曲面、直线和曲线；能从运动、集合的角度描述点、线、面、体的关系，并能恰当地举例来说明它们的关系；通过体验点、线、面、体概念的抽象过程，能自觉运用直观感知（具体）→分析概括（抽象）→举例阐释（具体）的认知方法完成对部分概念和结论的探究。

需要注意的是，对于点、线、面、体这些很抽象的概念，应有一个逐步认识的过程，现阶段还是描述性的，只要求得到初步的认识，所以不必抽象地给这些概念下定义，应着眼于概念的抽象形成过程上。

三、教学问题诊断分析

学生虽然已经学习了立体图形和平面图形等几何概念，对于从具体事物或实例中进行数学抽象也有了初步认识，但点、线、面、体等都是很抽象的概念，与直观感受往往存在一定差距（例如平面是无限延展的，点没有大小只代表位置等内容），现阶段是难以深刻理解、完整认识的。所以要让学生充分活动起来，多观察，多举例，多表达。避免将这些抽象的概念强加给学生，要让学生在积累了丰富的直观感受后自发地同化概念，接受概念的意义。

对于点、线、面、体的关系，如“点动成线、线动成面、面动成体”等用文字描述的结论，学生易于掌握。而结论形成的过程，需要学生观察分析、抽象概括并举例描述，对学生综合能力要求较高，也是比较困难的学习任务。教师可以先引领示范，学生获得体验后再进行模仿式探究。

本节课的教学难点是：点、线、面、体概念的抽象过程。

四、教学支持条件分析

根据本节课教材内容的特点，为了帮助学生更直观、形象地观察，借助实物模型和多媒体工具辅助教学，化静为动，化抽象为具体。

五、教学过程设计

1. 开门见山，引入概念

问题 1 物体的构成包含多种元素，几何图形也是如此。以长方体为例，我们来分析一下图形的构成元素：

(1) 观察长方体模型(图1),它有几个面?面与面相交的地方形成了几条线?线与线相交成几个点?三棱柱(图2)呢?



图1

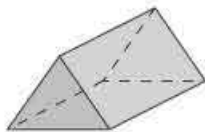


图2

(2) 你能说出构成几何图形的元素包含哪些吗?

师生活动: 学生观察思考,议论交流。

师生共同归纳: 图形的构成元素包括点、线、面、体。

设计意图: 引导学生在已有知识的基础上,通过主动观察、思考,体会图形是由点、线、面、体构成的,从构成元素的角度把握几何体的特征,从而引入点、线、面、体的概念。

问题2 让我们先来认识一下“体”。请同学们观察包装盒、圆罐和篮球,想一想从它们的外形中分别可以抽象出什么立体图形?再举出一些你所熟悉的立体图形。

师生活动: 学生举例并相互交流;教师展示一些立体图形的模型或图片。

结合这些实例,教师明确几何体的概念:长方体、正方体、圆柱、圆锥、球、棱柱、棱锥等都是几何体,几何体简称体。

设计意图: 以立体图形为认知基础,明确“体”的概念;通过多举一些例子,使学生感受到“体”,加深学生对“体”的概念抽象性和概括性的理解。

教师: 观察这些几何体,再联想上一节课“展开图”的知识,想一想:包围着体的是面?是线?还是点?

容易得出结论:包围着体的是面。

问题3 (1) 看一看:如图3,四棱锥、圆柱、圆锥分别有哪些面?这些面有区别吗?



图3

师生活动: 学生充分利用学具进行观察,并开展组内讨论,教师参与其中。

教师引导学生得出结论:面有平的面、曲的面。

教师归纳: 数学中的面可以分为平的面和曲的面,而在数学中“平面”一词具有特定含意,它是无限延展的。围成体的面只是平面或曲面的一部分。

练一练: 如图4,围成这些立体图形的各个面中,哪些面是平的?哪些面是曲的?

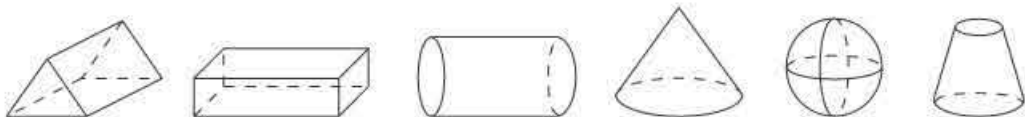


图4

(2) 观察我们的教室和周围的环境,举出一些实际生活中“面”的例子,并指出哪些面是平

的, 哪些面是曲的.

师生活动: 学生先在小组内讨论、交流, 然后派代表在全班交流, 教师用电脑演示一些“面”的例子.

设计意图: 由“体”分解出“面”, 这是由整体迈向局部的第一步; 通过多举例和及时练习, 加深学生对“面”的认识, 理解“面”的概念.

问题 4 利用长方体、圆柱、棱柱、棱锥等熟悉的几何体模型, 结合下列问题开展小组合作探究:

(1) 面与面相交的地方形成了什么? 它们有什么不同?

(2) 线与线相交又得到了什么? 它们有什么不同吗?

师生活动: 教师参与学生探究; 得出结论后, 每小组派代表在全班交流; 教师点评纠正, 师生共同归纳:

面与面相交的地方形成线, 线分直线和曲线;

线与线相交的地方是点, 点只代表位置, 没有大小, 点与点之间没有区别.

(3) 看一看, 想一想, 举出我们身边符合线、点形象的例子.

师生活动: 教师鼓励学生联想身边熟悉的情景, 尽可能多地举出例子, 并用电脑展示出来与学生交流.

设计意图: 借助“面”的学习经验进一步认识线和点, 用合作探究的方式利于学生对概念的理解; 引领学生完整经历“具体—抽象—具体”的认知过程, 体会概念的产生和发展.

2. 由静到动, 探索关系

问题 5 我们知道物体运动时会留下运动轨迹. 如果把笔尖看成一个点, 这个点在纸上运动时, 形成了什么?

师生活动: 学生画图并相互交流.

追问 1: 通过画图, 你得到了什么结论? 请用精炼的语言加以概括.

师生活动: 学生充分思考、讨论; 教师引导学生归纳: 点动成线.

追问 2: 还能举出生活中的实例说明这一结论吗?

师生活动: 学生讨论, 举出更多实例; 教师用电脑再演示一些例子.

设计意图: 从动手实践中获得直观感受, 在讨论交流中抽象概括, 引导学生模拟知识发生、发展的过程, 这种体验有利于学生学会学习.

问题 6 如果把汽车雨刷看成一条线, 从几何的角度来观察它在挡风玻璃上摆动时的现象, 你可以得出什么结论? 还能举出生活中的实例说明这一结论吗? 做一做, 想一想.

师生活动: 教师指导学生用直尺当雨刷在纸上演示, 启发学生类比联想, 得出“线动成面”的结论.

学生讨论交流, 举出更多实例.

设计意图: 将已获得的知识经验类比迁移, 重复“实践发现→抽象概括→举例验证”的探究过程, 加深学生对“具体—抽象—具体”认知方法的体验.

问题 7 既然“点动成线, 线动成面”, 那么请同学们想一想: 当面运动时又会形成什么图形?

师生活动：教师引导学生先独立思考，得出自己的结论；再在小组内讨论交流，达成共识。然后选择适当的学具，操作演示。

师生共同归纳：面动成体。

设计意图：从动手试验→观察思考→抽象概括，过渡到思考想象→猜想假设→实践验证，培养学生大胆猜想，小心求证创新精神，在发展形象思维的同时培养空间想象力和几何直觉。

练一练：如图5，第一行的平面图形绕轴旋转一周，可以得出第二行的立体图形，请把有对应关系的平面图形与立体图形连接起来。

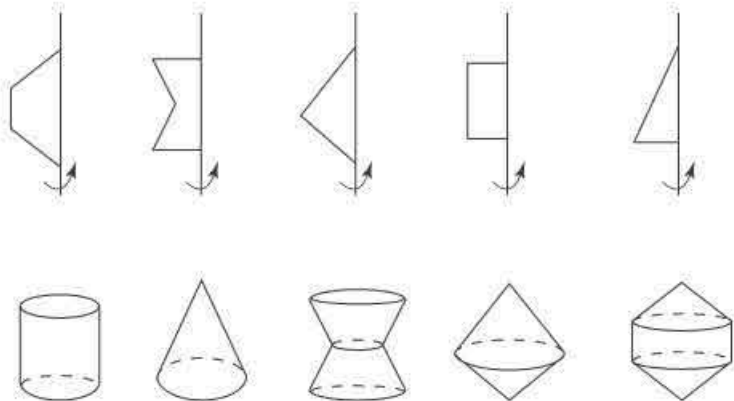


图5

设计意图：加深学生对面动成体的理解，培养学生的观察能力和空间想象能力。

3. 追本溯源，探求本质

问题8 观察电视屏幕上的画面、大型团体操的背景图案（图6）：



从几何的角度观察它们有什么共同特点？你能发现构成几何图形的基本元素是什么吗？

师生活动：指导学生结合问题阅读教材。

教师引导学生总结：构成图形的基本元素是点；图形是由满足某种条件的点组成的。

教师提出问题：你还能举出一些符合这一观点的例子吗？

学生讨论交流，举出更多例子：庆祝节日时不同颜色的鲜花组成美丽图案；显示器的像素；一块块小瓷砖镶嵌成的图案；十字绣图案，等等。

设计意图：渗透集合观点，揭示图形的本质，认识图形世界的多样性和统一性。

4. 归纳小结

本节课我们循着三条线索认识了点、线、面、体，回顾本节课的学习：

- (1) 谈一谈你认识到的点、线、面、体及它们之间的关系。
- (2) 说一说通过今天的学习你对周围环境有了哪些新的认识。

(3) 想一想在获得一个结论的过程中,我们都经历哪几个环节?这对你将来探索新知识有何帮助?

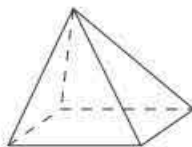
设计意图:引导学生梳理知识脉络,突出重点的知识技能,完成知识体系建构;加深学生对认知方法“具体—抽象—具体”理解.

5. 布置作业

收集反映点、线、面、体概念及关系的实例,以及“点是构成图形的基本元素”的实例,并进行简单说明.

六、目标检测设计

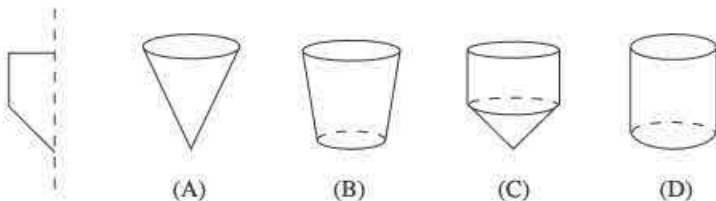
1. 请观察如图所示的棱锥模型,它有()个面,面与面相交的地方形成了()条线,线与线相交形成了()个点.



(第1题)

设计意图:加深学生对“体由面围成,面与面相交形成线,线与线相交形成点”的理解.

2. 如图,左面的图形绕虚线旋转一周,可以得到的几何体是().



(第2题)

设计意图:考查对“面动成体”的理解和学生的读图能力.

9.2 直线、射线、线段 (第1课时)

一、内容和内容解析

1. 内容

两点确定一条直线;直线、射线、线段的表示方法.

2. 内容解析

“两点确定一条直线”是人们在长期生产生活实践中总结出来的基本事实,这个事实很好地刻画了直线的特性,是数学知识抽象性与实用性的典型体现.“两点确定一条直线”是图形与几何领域首次用“公理”的方式确定的一个结论,是公理化思想的起点.

直线、射线、线段都是重要而基本的几何图形,它们之间既有密切的联系,又有着本质区别.它们的概念、性质、表示方法、画法、计算等,都是重要的几何基础知识,是学习后续图形与几何以及其他数学知识必备的基础.直线、射线、线段的表示,是“图形语言→文字语言→符号语言”层层抽象的数学语言的运用的一个典型例子,掌握这些表示方法是学好图形与几何知识的必备条件.

基于以上分析,可以确定本节课的教学重点是:探究“两点确定一条直线”;直线、射线、线

段的表示方法.

二、目标和目标解析

1. 目标

- (1) 掌握“两点确定一条直线”的基本事实.
- (2) 进一步认识直线、射线、线段, 掌握直线、射线、线段的表示方法.
- (3) 初步体会几何语言的应用.

2. 目标解析

达成目标(1)的标志是: 学生通过动手实践自主探索得出基本事实, 理解“确定”含义中的存在性与唯一性; 经过两点肯定有一条直线, 且经过两点只有一条直线; 能举出一些实例, 说明这一事实在生产生活中的应用.

达成目标(2)的标志是: 学生能够根据表示方法正确画出直线、射线、线段; 能够恰当选择大写或小写字母表示直线、射线、线段, 并认识表示方法的合理性.

达成目标(3)的标志是: 学生能够根据图形选择恰当的文字或符号, 准确描述点与直线、直线与直线的位置关系; 能够理解文字或符号所表达的图形及关系.

三、教学问题诊断分析

虽然在小学阶段, 学生对于直线、射线、线段已经有了初步的感性认识, 但都是形象化的, 比较粗浅的, 需要通过进一步学习提高到理性认识. 其中直线、射线、线段的表示方法是首次用符号来表示几何图形, 学生没有相关经验, 再加上直线、射线、线段的表示方法多, 容易混淆, 学生会感到困难. 几何语言的学习, 学生要经历“几何模型→图形→文字→符号”逐步加深的抽象过程, 尤其符号语言是对文字语言的简化和再次抽象, 是七年级学生未曾经历过的体验. 除此以外, 本节课学生还会经历“符号语言→文字语言→图形语言”的转换, 既要理解几何语句的意义并能建立几何语句与图形之间的联系, 又要将它们用图形直观地表示出来, 也是比较困难的学习任务. 教学中, 教师通过讲解示范并安排形式多样的练习, 帮助学生在解决问题的过程中, 达到“符号语言→文字语言→图形语言”三种数学语言的自如转换, 融会贯通.

本节课的教学难点是: 直线、射线、线段的表示方法及三种几何语言之间的转换.

四、教学过程设计

1. 以旧悟新, 探求新知

我们已经学习了平面图形、立体图形、体等概念, 让我们对周围世界有了新的认识. 这节课, 我们要着重研究直线、射线、线段, 学习它们的表示方法、性质特点、实际应用等, 使我们对这些基本几何图形加深认识.

问题 1 我们在小学学过直线、射线、线段, 你能说出它们的联系与区别吗?

师生活动: 学生独立思考后交流.

设计意图: 从学生原有的知识出发, 激活学生原有的认知结构中的有关知识.

问题 2 探究并回答下面的问题:

(1) 如图 1, 经过一点 O 画直线, 能画几条? 经过两点 A, B 呢? 动手试一试.



图 1

(2) 经过两点画直线有什么规律? 怎样用简练的语言概括呢?

师生活动: 学生画图后在小组内讨论交流, 然后派学生代表在全班交流, 教师点评.

师生共同归纳: 经过两点有一条直线, 并且只有一条直线. 简单说成: 两点确定一条直线.

设计意图: 通过动手实践, 由学生自主发现“两点确定一条直线”的基本事实, 有利于学生对这一基本事实的理解和接受; 让学生经历“动手实践→抽象概括”的认知过程, 将感性认识上升到理性认识, 体会知识的产生和发展.

(3) 如果经过两点任意画曲线或折线, 试一试能画几条, 想一想这又说明什么.

师生活动: 学生画图后相互交流.

设计意图: 与“两点确定一条直线”形成鲜明对比, 让学生理解这个基本事实是对“直线”特性的刻画, 从而更准确把握直线的性质.

(4) 怎样理解“确定”一词的含义?

师生活动: 学生独立思考后讨论交流, 并尝试阐述.

教师明确: “确定”可以解释为“有且仅有”, “有”意味着存在; “仅有”意味着唯一.

设计意图: “确定”是具有特定数学意义的词汇, 要让学生准确把握它的双重意义: “存在”且“唯一”.

(5) 想一想, 生产生活中还有哪些应用“两点确定一条直线”原理的例子, 与同学交流一下.

师生活动: 教师参与学生讨论交流, 举出生活中的实例: 用两个钉子可以将木条固定在墙上; 把墨盒两端固定, 木工师傅就可以弹出一条笔直的墨线 (图 2); 植树时只要定出两个树坑的位置, 就能使同一行树坑在一条直线上……

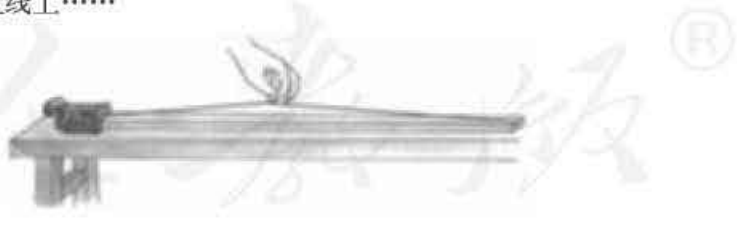


图 2

设计意图: 加深学生对“两点确定一条直线”的理解, 并体会这一事实的应用价值.

2. 学习语言, 丰富新知

问题 3 为了便于说明和研究, 几何图形一般都要用字母来表示. 用字母表示图形, 要符合图形自身的特点, 并且要规范. 通过以往的学习, 我们知道可以用一个大写字母表示点, 那么结合直线自身的特点, 请同学们想一想, 该怎样用字母表示一条直线呢?

师生活动: 结合以上问题, 请同学们阅读教科书, 然后独立完成下面的任务:

(1) 用不同的方法表示图 3 中的直线:



图 3

(2) 判断下列语句是否正确, 并把错误的改正过来:

- ① 一条直线可以表示为“直线 A”;
- ② 一条直线可以表示为“直线 ab ”;
- ③ 一条直线既可以记为“直线 AB ”又可以记为“直线 BA ”, 还可以记为“直线 m ”.

(3) 归纳出直线的表示方法.

学生独立完成, 进行小组内讨论、纠正, 教师参与学生讨论, 并明确直线的表示方法.

设计意图: 自主探索与合作交流相结合得出直线的表示方法, 教师再结合学生易犯的错误加以规范, 利于学生准确掌握.

(4) 想一想, 用两个点表示直线合理吗? 为什么?

师生活动: 学生独立思考后讨论交流, 并尝试阐述: 用两个点表示直线符合“两点确定一条直线”的基本事实, 所以表示方法是合理的.

设计意图: 使学生理解表示方法的合理性.

教师: 学习图形与几何知识, 不仅要认识图形的形状, 还要学习图形之间的位置关系.

问题 4 (1) 观察图 4, 然后选择恰当的词语填空:

- ① 点 O 在直线 l _____ (上, 外); 直线 l _____ (经过, 不经过) 点 O .
- ② 点 P 在直线 l _____ (上, 外); 直线 l _____ (经过, 不经过) 点 P .

总结点与直线的位置关系, 与同学交流一下.

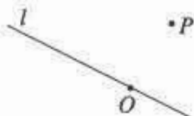


图 4

师生活动: 学生完成后尝试回答, 教师点评纠正, 并明确点与直线的位置关系.

练一练: 根据下列语句画出图形:

- ① 直线 EF 经过点 C ;
- ② 点 A 在直线 l 外.

(2) 如图 5, 尝试描述直线 a 和直线 b 的位置关系, 与同学交流一下.

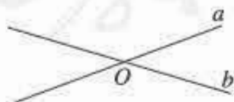


图 5

师生活动: 学生讨论交流, 教师在点评的基础上明确: 当两条不同的直线有一个公共点时, 我们就称这两条直线相交, 这个公共点叫做它们的交点.

(3) 根据下列语句画出图形:

- ① 直线 AB 与直线 CD 相交于点 P ;
- ② 三条直线 m, n, l 相交于一点 E .

师生活动: 学生完成画图并相互纠正, 教师板书示范.

练一练：用恰当的语句描述图 6 中直线与直线的位置关系：

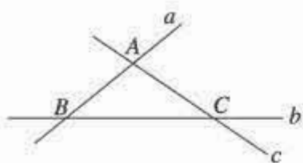


图 6

设计意图：发挥学生的主体作用，自主探索并掌握点与直线的位置关系、直线与直线相交的概念；通过及时练习，学习图形语言、文字语言和符号语言的转化，培养学生运用几何语言的能力。

3. 类比迁移，拓展新知

问题 5 射线和线段都是直线的一部分，类比直线的表示方法，想一想应怎样表示射线、线段？

师生活动：学生阅读教科书，自主探索射线、线段的表示方法，然后回答下列问题：

(1) 用适当的方法表示图 7 中的射线和线段：



图 7

(2) “一条射线既可以记为射线 AB 又可以记为射线 BA ” 的说法对吗？为什么？

(3) 如图 8，怎样由线段 AB 得到射线 AB 和直线 AB ？



图 8

教师检查学生学习情况，强调表示射线时应注意字母的顺序。

设计意图：以直线的表示方法为基础进行类比迁移，明确射线、线段的表示方法，培养运用几何语言的能力。

4. 综合练习，巩固提高

(1) 判断下列说法是否正确：

- ① 线段 AB 与射线 AB 都是直线 AB 的一部分；
- ② 直线 AB 与直线 BA 是同一条直线；
- ③ 端点相同的两条射线一定是同一条射线；
- ④ 把线段向一个方向无限延伸可得到射线，把线段向两个方向无限延伸可得到直线。

(2) 按下列语句画出图形：

- ① 点 A 在线段 MN 上；
- ② 射线 AB 不经过点 P ；
- ③ 经过 O 点的三条线段 a, b, c ；
- ④ 线段 AB, CD 相交于点 B 。

设计意图：通过综合练习，巩固学生对直线、射线、线段表示方法的掌握；着重练习文字语言向图形语言的转化，提高几何语言的理解与运用能力。

5. 小结

回顾本节课的学习，回答下列问题：

(1) 你掌握了关于直线的哪一个基本事实?

(2) 简单陈述一下直线、射线、线段的表示方法.

设计意图: 引导学生对本节课的重点和难点进行回顾, 以突出重要的知识技能; 帮助学生把握知识要点, 理清知识脉络, 以利于良好学习习惯的养成.

6. 布置作业

教科书习题 9.2 第 3, 4 题.

五、目标检测设计

1. 下列语句准确规范的是 ().

(A) 直线 a, b 相交于一点 m

(B) 延长直线 AB

(C) 延长射线 AO 到点 B (A 是端点)

(D) 直线 AB, CD 相交于点 M

设计意图: 规范表示方法; 考查学生对直线、射线、线段的概念的理解情况.

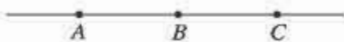
2. 如图, A, B, C 三点在一条直线上,

(1) 图中有几条直线, 怎样表示它们?

(2) 图中有几条线段, 怎样表示它们?

(3) 射线 AB 与射线 AC 是同一条射线吗?

(4) 图中共有几条射线, 写出以点 B 为端点的射线.



(第 2 题)

设计意图: 考查学生对直线、射线、线段概念的认识和表示方法.

3. 在同一平面内有三个点 A, B, C , 过其中任意两个点画直线, 可以画出直线的条数是 ().

(A) 1

(B) 2

(C) 1 或 3

(D) 无法确定

设计意图: 提示学生分情况考虑同一平面内三个点的位置关系.

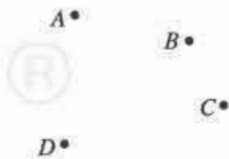
4. 如图, 平面上有四个点 A, B, C, D , 根据下列语句画图:

(1) 画直线 AB, CD 交于 E 点;

(2) 连接线段 AC, BD 交于点 F ;

(3) 连接线段 AD , 并将其反向延长;

(4) 作射线 BC .



设计意图: 考查学生能否区分清楚概念, 是否理解文字语言的意义, 并画

(第 4 题)

出与之相应的图形.

9.3.2 角的比较与运算 (第 1 课时)

一、内容和内容解析

1. 内容

角的比较, 角的和与差, 角的平分线.

2. 内容解析

角的比较、角的和与差、角平分线是本章重要的基础知识，也是后续学习图形与几何必备的知识基础。角的大小比较方法有两种：度量法和叠合法。其中，叠合法是重要的方法。叠合时使两个角的顶点及一边重合，另一边落在第一条边的同旁，保证了可比性；度量法中量角器起到了一个移角的作用，其实质是将两个角移动后叠合在一起。比较两角的大小是本节知识产生、发展的起点，不论是图形还是数量，除角的大小外，自然会产生角的和与角的差的问题，再将角的和与差问题特殊化，自然又会产生等分问题。

与线段的比较、和与差、中点一样，对于角的比较、角的和与差、角平分线，也是从数和形两方面来研究。研究方法有两个方面：一是数与形结合，把几何意义与度数的数量关系结合起来。二是类比学习，按知识内容，线段的比较、和与差、中点与角的比较、角的和与差、角平分线是类比性知识；按叙述方式，都采用图形语言、文字语言和符号语言综合描述所研究的对象；按学习过程，都注意从具体到抽象（模型→图形→文字→符号），同时也重视反向的训练。

基于以上分析，确定本节课的教学重点是：角的大小、角的和与差、角平分线的意义及数量关系；感受类比的思想。

二、目标和目标解析

1. 目标

(1) 理解角的大小、角的和与差、角平分线的意义及数量关系，并会用文字语言、图形语言、符号语言进行描述。

(2) 类比线段的大小、和与差、中点，学习角的比较、角的和与差、角平分线，体会类比思想。

2. 目标解析

达成目标 (1) 的标志是：能从图形和数量关系两个角度认识角的大小，会用度量法和叠合法比较两个角的大小；能从几何图形和数量关系两方面认识角的和与差及角平分线，知道两个角的和、差仍然是一个角，知道角的和、差或等分的度数的计算；能结合角的大小、和与差、角平分线的直观图形，用文字语言和符号语言描述它们，反之，能将它们用符号语言或文字语言所表述的图形及关系，用图形直观表示出来。

达成目标 (2) 的标志是：在学习过程中，能在回忆线段的大小、和与差、中点内容的同时，想象本节课所要学习的内容，能对学习进程心中有数；能将对线段的大小、和与差、中点的研究方法和基本套路迁移到角的相关问题研究中，不断地提出问题、分析问题、解决问题。

三、教学问题诊断分析

角的比较大小、角的和与差、角平分线研究与研究线段的大小比较、和与差、中点的内容和方法很相似，教学时把两者作对比，学生在学习方法和学习内容的理解上，不会有困难。困难在于正确地完成图形语言、文字语言、符号语言之间的转化。究其原因，一方面，语言是思维的产物，图形是实物和模型第一次抽象，是对研究对象的直观反映，文字语言是对图形的描述、理解和讨论，

符号语言则是对文字语言的简化和再次抽象。它们的综合运用，要求学生必须对研究对象从数和形上有着深刻的理解，并具有读图和画图的能力；二是缺乏培养和训练，对于图形、文字、符号语言的综合运用，虽然在学习线段知识时已有接触，但要达到融会贯通的程度还需要经过一段时间的学习和训练。

本节课的教学难点是：用图形语言、文字语言、符号语言综合描述角的大小、角的和与差的关系及角的平分线。

四、教学支持条件分析

充分利用实物和几何模型进行教学，也可通过几何画板展示图形变换，让学生动手操作和参与，使他们在观察、操作、想象、交流等活动中认识图形，准备透明或半透明纸、三角尺、量角器，进行有关的图形操作。

五、教学过程设计

1. 温故知新，引入课题

教师：上节课我们学了角的有关概念，你能回忆一下学了哪些内容吗？从研究线段得到启发，接下来将研究什么？

师生活动：学生回忆，回答问题。

问题1 请同学们回忆一下，前面我们学习了线段的哪些内容？

师生活动：学生回顾在线段中所学内容，教师归纳。

教师关注：学生对所学线段内容的整体认识以及“几何模型——图形——文字——符号”的学习过程。

设计意图：通过回忆与本节课内容密切相关的引导性材料，使学生对学习进程心中有数，帮助学生掌握研究问题的方法。

2. 观察思考，探究新知

问题2 类比线段大小的比较，你认为该如何比较两个角的大小？在练习本上画两个角，比较它们的大小，并说明你是怎么比较的。

师生活动：学生讨论解决问题的方法，学生代表展示交流。

学生展示交流后提问：比较角的大小的方法有几种？每种方法中应注意的问题什么？

教师在学生展示交流的基础上，利用课件动画演示用量角器量角、用叠合法比较角的大小过程，归纳操作要点：

量角器量角要注意：对中，重合，读数；

叠合两角时要注意：(1) 重合（两角的顶点及一边重合），(2) 同旁（另一边落在第一条边的同旁）。

追问：两个角的大小关系有几种？你能用图形和符号表示吗？

师生活动：学生画出图形，并用符号表示（图1），指出两个角的大小关系有且仅有三种情况。

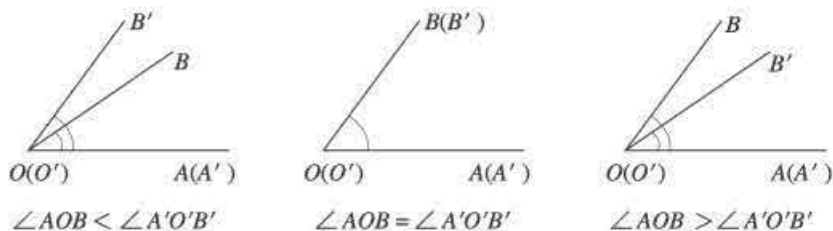


图 1

教师关注：学生运用度量法、叠合法比较角的大小操作的规范性；学生是否能体会两个角的大小关系有且仅有三种情况。

设计意图：采用类比的方法，按照“几何模型——图形——文字——符号”的学习程序，学生动手操作，自主探究，建立线段比较长短与角比较大小之间知识与方法的联系，在对比中加深理解。指出对于两个角的大小关系和两个实数的大小关系一样，有且仅有三种情况： $\angle A > \angle B$ ， $\angle A = \angle B$ ， $\angle A < \angle B$ ，为以后分类研究一些有关角的问题奠定基础。

问题 3 如图 2，图中共有几个角？它们之间有什么关系？

师生活动：学生确定角的个数，明确角之间的和差关系。

教师关注：学生是否能发现角的和差关系，若学生仅说出它们的大小关系，教师可引导学生进一步观察图形，类比线段的和与差，发现角的和差关系。

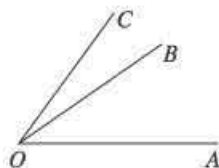


图 2

学生完成上述问题后提问：

你能用符号表示这些角之间的和差关系吗？

教师关注：学生能否理解角的和与差的意义。

设计意图：以角的比较大小的图形（图 2）为背景，提出角的和差问题，将知识由角的大小过渡到角的和与差，衔接自然流畅。同时，针对同一图形变换审视角度提出问题，可以提高学生的读图能力。用符号表示角的和差关系，仍遵循“几何模型——图形——文字——符号”的学习过程，在图形与等式之间建立一种关系。从角的大小数量上研究角的和与差，突出反映角的和与差的意义与度数的数量间的关系，加深对角和与差概念的理解。

问题 4 利用一副三角尺，你能画出哪些度数的角？这些角有什么规律？

师生活动：学生动手操作，小组合作探究，师生归纳。

师生归纳：一副三角尺上的角都是常用的角，它们是 30° ， 45° ， 60° ， 90° 的角，利用这些角可以很方便地画出与这些角相关的一些特殊角，如 15° ， 75° ， 105° ， 120° ， 135° ， 150° ， 165° 等。

设计意图：用一副三角尺画出一些特殊角，除让学生巩固角的和与差概念外，也使学生对这些特殊角的大小有直观的认识，培养对角的大的估计能力和动手操作能力，加深学生对角的认识。

问题 5 类比线段的中点，在图 2 中，射线 OB 有没有一种特殊位置，若有，此时三个角之间又存在怎样的关系？

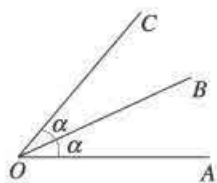


图 3

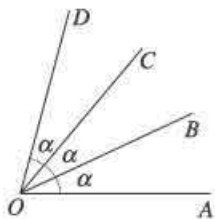


图 4

师生活动：画出图形，如图 3，明确角的平分线的概念。

提出问题：

(1) 你能用符号表示图 3 中角之间的关系吗？

(2) 类似角的平分线，还有角的三等分线（图 4），一个角的三等分线有几条？四等分线呢？

设计意图：从角的和差问题中，将射线 OB 的位置特殊化，并类比线段的中点，引出角的平分线的概念，不仅知识的产生、发展自然连续，也体现了由一般到特殊，由特殊到一般的研究方法，同时，也能建立知识间的联系，完善认知结构。

问题 6 你能得到一个角的平分线吗？

师生活动：画图展示交流，归纳方法（用量角器、折纸）；教师结合学生的展示交流或利用课件动画演示折叠过程中的翻折过程。

教师关注：学生操作是否规范。

设计意图：进一步明晰角平分线的概念，为后续学习轴对称和研究有关图形的翻折问题打下基础。

3. 练习巩固，应用新知

(1) 教科书第 100 页练习第 1 题。

(2) 如图， $\angle AOB = 90^\circ$ ， OC 平分 $\angle AOB$ ， OE 平分 $\angle AOD$ ，若 $\angle EOC = 60^\circ$ ，则 $\angle AOC = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle AOE = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle EOC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 如图所示，

① $\angle AOC$ 是哪两个角的和？

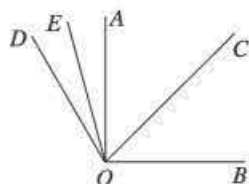
② $\angle AOB$ 是哪两个角的差？

③ 如果 $\angle AOB = \angle COD$ ，则 $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 的大小关系如何？

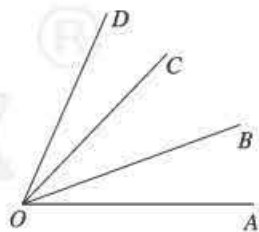
设计意图：练习 (1) 通过对 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 大小的估计，培养学生估计角的大小的能力。用适当方法验证，则可进一步巩固比较角大小的方法。练习 (2) 巩固角平分线性质的和与差概念，能使学生加深对角的平分线概念的认识，将形与数建立起联系，培养学生数形结合的思想意识。练习 (3) 通过观察图形，得出角之间的和差关系，提高学生对角的和差意义的认识，从而培养学生的识图能力。

4. 小结

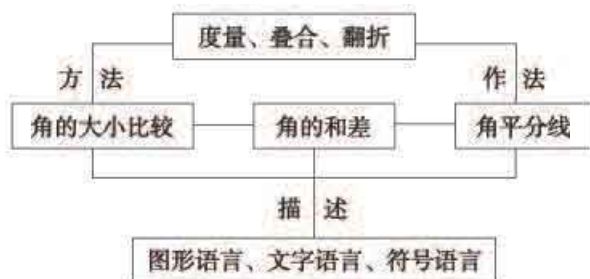
教师与学生一起回顾本节课所学主要内容，构建知识与方法框图：



(第 (2) 题)



(第 (3) 题)



设计意图：构建知识网络，完善学生认知结构。

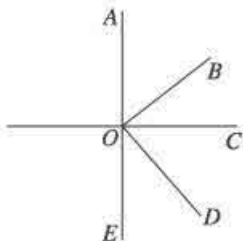
5. 布置作业

教科书习题 9.3 第 4, 5, 6 题.

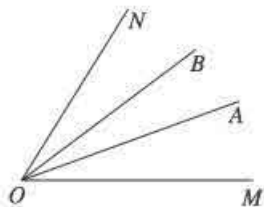
六、目标检测设计

1. 如图，比较 $\angle AOB$, $\angle AOC$, $\angle AOD$, $\angle AOE$ 的大小.

设计意图：检测学生根据叠合法比较角的大小的掌握情况.



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 按图填空：

(1) $\angle AOM + \angle AON =$ _____ ;

(2) $\angle NOB + \angle AOB =$ _____ ;

(3) $\angle MON - \angle NOB =$ _____ ;

(4) $\angle BOM - \angle AOM =$ _____ .

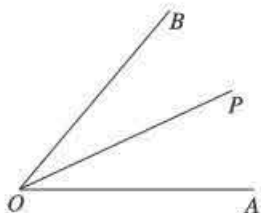
设计意图：检测学生对角的和与差的意义、符号语言的掌握情况，以及识图能力.

3. 如图， OP 是 $\angle AOB$ 的平分线，则下列说法错误的是 () .

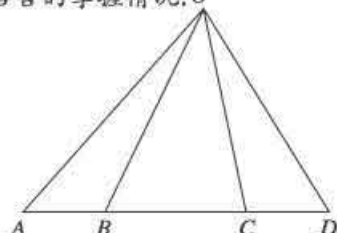
(A) $\angle AOB = 2\angle AOP$ (B) $\angle AOP = \frac{1}{2}\angle AOB$

(C) $\angle AOB = \frac{1}{2}\angle BOP$ (D) $\angle AOP = \angle BOP$

设计意图：检测学生对角的平分线的概念以及符号语言的掌握情况.



(第 3 题)



(第 4 题)

4. 如图, 若 $\angle AOB = \angle COD$, 请判断 $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 的大小关系; 若 $\angle AOC = \angle BOD$, 请判断 $\angle AOB$ 与 $\angle COD$ 的大小关系.

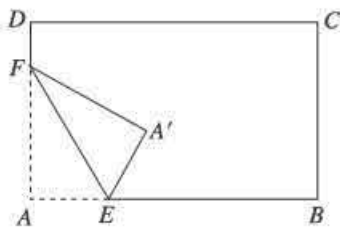
设计意图: 检测学生结合图形用等式表示角的和差关系的掌握情况, 以及根据等式性质进行变形, 利用代数的方法比较角的大小的运用情况.

5. 如图, 将长方形纸片的一角作折叠, 使顶点 A 落在 A' 处, EF 为折痕, 若 EA' 恰好平分 $\angle FEB$,

(1) 判断 $\angle FEA$ 与 $\angle A'EB$ 的大小关系;

(2) 你能求出 $\angle FEB$ 的度数吗?

设计意图: 检测学生对折叠法作角的平分线的理解与运用.



(第 5 题)

V 拓展资源

一、知识的拓展延伸与相关史料

1. 多面体

由几个平面围成的封闭立体叫做多面体. 图 4-1 和图 4-2 的多面体都是由平面围成的, 所以是多面体, 图 4-3 和图 4-4 的表面不都是平面, 所以不是多面体.

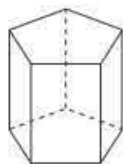


图 4-1

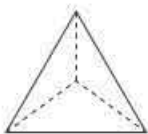


图 4-2

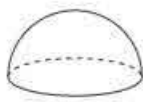


图 4-3

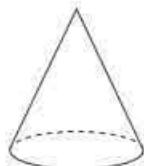


图 4-4

多面体中相邻两个平面的相交线段叫做多面体的棱. 如图 4-5 中的 AB , AA_1 , B_1C_1 等都是它的棱.

相交于同一点的几个面组成一个多面角, 各多面角的顶点叫做多面体的顶点. 如图 4-5 中 A , B , A_1 , C_1 等都是它的顶点.

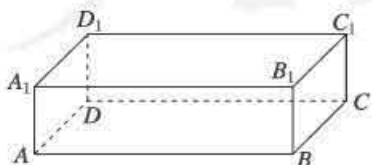


图 4-5

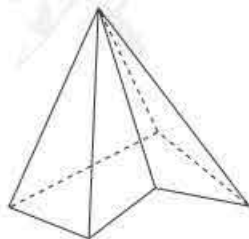


图 4-6

把多面体的任意一个面延展成平面, 若这个多面体的其他各面都在这个平面的同旁, 这样的多面体叫做凸多面体, 否则叫做凹多面体. 如图 4-1、图 4-2、图 4-5 都是凸多面体, 图 4-6 是凹多面体.

我们所谈到的多面体，一般指凸多面体。

如果用 V 、 E 、 F 分别表示凸多面体的顶点数、棱数、面数，则有 $V-E+F=2$ 。这个公式叫做欧拉公式。它表明 2 这个数是凸多面体表面在连续变形下不变的数。

若多面体符合条件：①一切面都是简单多边形；②各棱之间、棱与面的内部都没有公共点；③顶点不附着于各面的内部或各棱之上；④共有一个顶点的一切面角，围拱着这个顶点构成一个多面角。这样的多面体叫做简单多面体。

简单多面体也可以这样理解：我们设想一个多面体的面是用橡胶薄膜做成的，若充以气体，则它就会连续（不破裂）变形。表面连续变形，可变形为球面的多面体叫做简单多面体，否则为非简单多面体。如图 4-7 中正方体表面连续变形后可以变成球面，所以正方体是简单多面体。而图 4-8 中的多面体（正方体中间挖去一个方孔）表面连续变形后，将变成一个环面，而不是一个球面，因此这个多面体不是简单多面体。

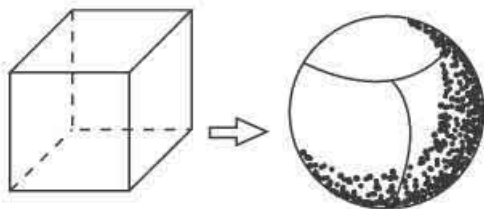


图 4-7

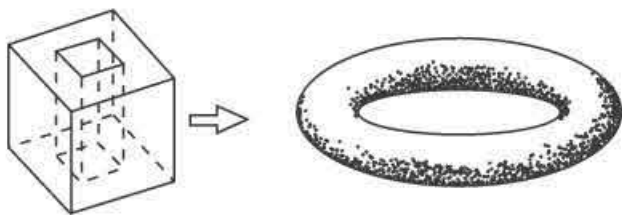


图 4-8

2. 旋转面与旋转体

一条平面曲线（包括直线）绕它所在的平面内的一条定直线旋转所形成的曲面叫做旋转面。这条定直线叫做旋转轴。无论旋转到什么位置，这条曲线都叫做旋转面的母线。如图 4-9 中直线 a 是旋转轴，曲线 l （不论旋转到什么位置）是母线。

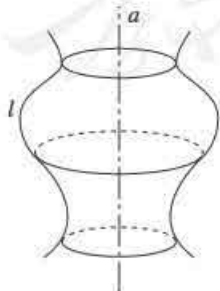


图 4-9

封闭的旋转面围成的几何体叫做旋转体。旋转面的轴也叫做旋转体的轴。圆柱、圆锥、球都是旋转体。

3. 角的度量制

现代度量角的制度有下列几种：

(1) 60 进制

60 进制以度为单位，将圆周分成 360 等分，每一份所对的圆心角大小叫做 1 度。1 度有 60 分，1 分有 60 秒。60 进制起源于巴比伦，是 1854 年爱尔兰人辛克斯在研究泥板上的楔形文字时发现的。

用符号 “°” “′” “″” 分别表示度、分、秒是由德国天文学家莱因霍尔德在 1551 年开始使用的。

(2) 弧度制

长度等于半径的弧所对的圆心角大小叫做 1 弧度。“弧度” (radian) 一词是爱尔兰工程师汤姆森在 1875 年 6 月 5 日首先创立使用的。由 radius (半径) 和 angle (角) 两字合成。弧度制在理论上有很大价值。

(3) 密位制

密位制以“密位” (mil) 为单位。将圆周分成 6 000 等分，每一份所对的圆心角大小叫做 1 密位。主要用于军事上。密位的记法很特别，高位和低两位之间用一条短线隔开，比如：

1 密位写作：0—01；582 密位写作：5—82；2 000 密位写作：20—00。

1 密位 = 0.06 度 = 0.001 047…弧度 \approx 0.001 弧度。

由于弧度是弧长与半径的比值，而且在角度很小的时候，弧长近似等于弦长。所以，一密位可以粗略地看作：1 000 m 外正对观察者的 1 m 长的物体的角度。更一般地，在观测者远方相距 d m 的地方有高度是 h m 的物体，测得视角是 n 密位，则视角的弧度数 = $\frac{h}{d}$ ，而 1 弧度 \approx 1 000 密位，所以 $n \approx \frac{1\,000\,h}{d}$ 。

如果远方物体的高度为 h ，测得视角为 n 密位，就可算出观测者到物体的距离 $d \approx \frac{1\,000h}{n}$ 。

4. 元词

不给出定义或解释的最基本的词语叫元词。在几何学中，每一个新概念，都要求有明确的定义，即要用已经明确定义过的概念来解释，而每一个旧概念也都要有自己的定义，这就必须先选好一组基本概念，不加定义，作为解释其余一切概念的基础。这组不定义的基本概念就叫做元词。在元词中，指单纯的事物的叫做元名或基本元素；表示事物之间关系的叫做元谊或基本关系。例如，点、直线、平面等都是元名；点在直线上、一点介于两点之间等都是元谊。

5. 希尔伯特公理体系

欧几里得的《原本》是数学史上的一部光辉著作。但由于时代的局限性，《原本》仍有不少缺陷，它逐渐为 19 世纪许多数学家察觉，并相继作了修改和补充。直到 1899 年德国数学家希尔伯特出版了《几何学基础》，才确立了几何学更科学的一种公理化形式的几何系统。在希尔伯特公理体系里，有三个基本元素：点、直线、平面；有三个基本关系：结合关系、顺序关系、合同关系；有五组公理（共 20 条）。三个基本元素、三个基本关系和五组公理组成了希尔伯特公理体系，具体如下：



这个公理体系组成了平面几何及立体几何的完整的公理系统。它建立了一种用公理系统定义几何的基本对象及其关系的研究方法，这就是数学中的公理法。

二、拓展性问题

1. 正方体的展开图

正方体表面展开图指的是 6 个表面正方形相连接组成的平面图，其中相邻正方形有一条公共棱。6 个正方形应有 5 条公共棱，但正方体有 12 条棱，还有 7 条棱是要沿其剪开。剪开后，成为展开图中的边。因此，展开图的周边必是由 14 条棱组成。

正方体表面展开图的基本情形有以下 11 种，如图 4-10，其他情形都可以由这 11 种情形经过旋转或对称变换得到。

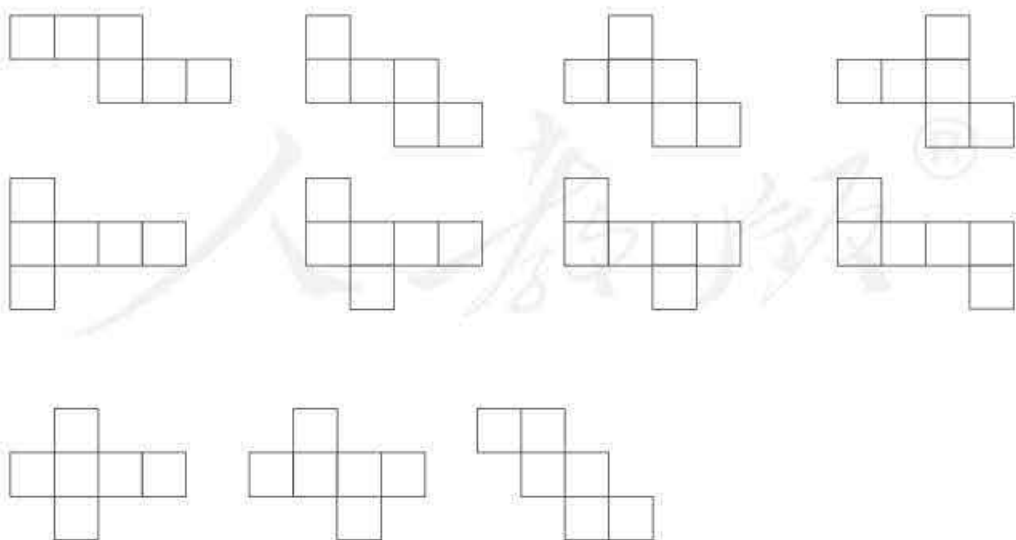


图 4-10

2. 线段、角的个数

(1) 如图 4-11, 在直线 l 上有 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ 六个点, 以这些点为端点的线段共有多少条?



图 4-11

(2) 如果将 (1) 中的点推广到 n 个, 以这些点为端点的线段共有多少条?

(3) 如果将 (2) 中的线段改为角: 如图 4-12, 以 O 为顶点, 以射线 $OA_1, OA_2, OA_3, \dots, OA_n$ 为边且小于平角的角共有多少个?

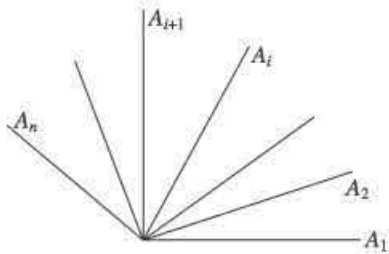


图 4-12

(4) 事实上, 上述几个问题同属于一个数学模型: 一般地, 如果有 n 个元素 (我们所研究的对象), 每两个元素之间构成一次联系, 那么共有多少次联系. 在我们的学习和生活中还有很多数学问题和实际问题都属于这一数学模型, 你能举出一些例子吗?

【解析】

(1) 每一点与其他的 5 个点可以构成 5 条线段. 6 个点共构成 6×5 条线段. 由于每条线段都重复计算了一次, 例如: “点 A_1 与点 A_2 ” 和 “点 A_2 与点 A_1 ” 构成的线段表示的是同一条线段, 所以在这个图中共有 $\frac{6 \times 5}{2} = 15$ 条线段.

(2) 每一点与其他的 $(n-1)$ 个点可以构成 $(n-1)$ 条线段. n 个点共构成 $n(n-1)$ 条线段. 由于每条线段都重复计算了一次, 所以, 共有 $\frac{1}{2}n(n-1)$ 条线段.

(3) 每条射线与其他的 $(n-1)$ 条射线可以构成 $(n-1)$ 个角. n 条射线共构成 $n(n-1)$ 个角. 由于每个角都重复计算了一次, 所以, 共有 $\frac{1}{2}n(n-1)$ 个角.

(4) “在同一平面内, n 条直线相交, 最多有多少个交点” “多人之间的两两握手 (或互通电话) 问题” “球类比赛中单循环赛场次问题” 等, 都属于这个数学模型.

3. 钟表问题

我们知道, 钟表表面被分成 12 大格, 60 小格, 表面一周 360° . 时针每小时走 1 个大格, 分针每小时走 12 大格; 时针每小时转 30° , 分针每小时转 360° (即一周); 时针每分钟转 0.5° , 分针每分钟转 6° . 准备了上述知识, 我们求解有关钟表问题, 就不会感到困难了.

为了便于计算, 我们把时针和分针都以零时 (12 时) 为角的始边, 按顺时针旋转一定的角度, 分针转的角度为: 分钟数 $\times 6^\circ$; 时针转的角度为: 小时数 $\times 30^\circ +$ 分钟数 $\times 0.5^\circ$. 求时针与分针的夹角, 即求分针和时针所转的角度的差的绝对值. 若结果大于 180° , 我们用 360° 去减结果, 取小于

180°的角度为最终结果.

例如: 2时40分, 时针与分针的夹角 α 是多少度?

因 $\alpha = |2 \times 30^\circ + 40 \times 0.5^\circ - 40 \times 6^\circ| = |2 \times 30^\circ - 40 \times 5.5^\circ| = 160^\circ$, 所以, 2时40分时针与分针的夹角为 160° .

VI 评价建议与测试题

一、评价建议

1. 本章的主要内容有: 几何图形, 直线、射线、线段, 角. 对于几何图形, 应考查学生是否了解几何图形的相关概念, 是否能识别基本的几何体, 是否能举出几何图形的实例, 是否能画出从不同方向看一些基本几何体得到的平面图形, 是否了解直棱柱、圆柱、圆锥的展开图, 并能根据展开图想象立体图形. 对于直线、射线、线段, 应考查学生能否正确地表达直线、射线和线段, 是否会比较线段的大小, 是否理解线段的和(差)、线段的中点及两点间距离的概念, 是否能应用“两点确定一条直线”“两点之间, 线段最短”解释生活中的问题, 是否能根据语句画出相应的图形, 会用语句描述简单的图形, 是否会画一条线段等于已知线段. 对于角, 应考查学生是否理解角及角的平分线概念, 是否会比较角的大小, 能否用度、分、秒进行简单的换算, 是否会计算角度的和(差), 还应考查学生对余(补)角概念的理解, 能否应用“等角的余角(补角)相等”解决有关问题.

2. 对本章的考查, 应注意以下问题:

(1) 对从不同方向看几何体, 要求能辨认(或说出)相应的平面图形即可, 对不易用语言描述的组合体能画出示意图, 不要求严格的作图.

(2) 在解答问题时, 学生能用数学语言表达自己的思考过程即可, 不要求很严格的形式.

3. 在平面图形与立体图形相互转换的过程中, 关注学生空间观念的建立; 在角的大小比较的学习过程中, 关注学生对类比思想、数形结合思想的领会, 同时关注学生仔细观察、独立思考、积极参与等学习习惯的养成.

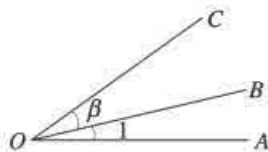
二、测试题 (时间: 45分, 满分: 100分)

(一) 选择题 (每小题6分, 共36分)

1. 下列说法中正确的是 ().

- (A) 射线 AB 和射线 BA 是同一条射线
- (B) 延长线段 AB 和延长线段 BA 的含义是相同的
- (C) 延长直线 AB
- (D) 经过两点可以画一条直线, 并且只能画一条直线

2. 如图, 下列说法中不正确的是 ().



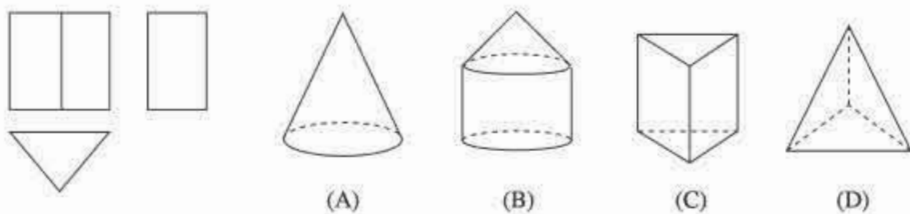
(第2题)

- (A) $\angle 1$ 与 $\angle AOB$ 是同一个角
 (B) $\angle AOC$ 也可用 $\angle O$ 来表示
 (C) 图中共有三个角: $\angle AOB$, $\angle AOC$, $\angle BOC$
 (D) $\angle \beta$ 与 $\angle BOC$ 是同一个角

3. 甲看乙的方向为北偏东 30° , 那么乙看甲的方向是 ().

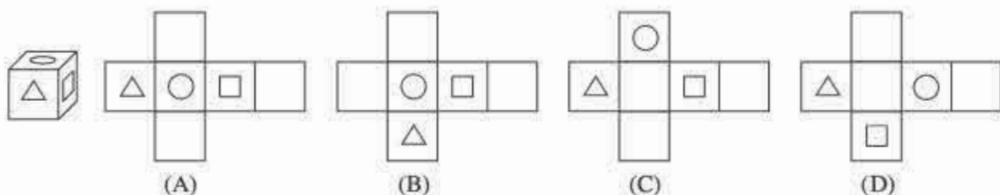
- (A) 南偏东 60° (B) 南偏西 60° (C) 南偏西 30° (D) 南偏东 30°

4. 分别从正面、左面和上面这三个方向看下面的四个几何体, 得到如图所示的平面图形, 那么这个几何体是 ().



(第4题)

5. 下面四个图形中, 经过折叠能围成如图所示的几何图形的是 ().



(第5题)

6. 一个角的度数为 $54^\circ 11' 23''$, 则这个角的余角和补角的度数分别为 ().

- (A) $35^\circ 48' 37''$, $125^\circ 48' 37''$ (B) $35^\circ 48' 37''$, $144^\circ 11' 23''$
 (C) $36^\circ 11' 23''$, $125^\circ 48' 37''$ (D) $36^\circ 11' 23''$, $144^\circ 11' 23''$

(二) 填空题 (每小题 6 分, 共 24 分)

7. 如图, 从学校 A 到书店 B 最近的路线是①号路线, 得出这个结论的根据是: _____.



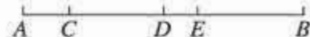
(第7题)

8. 如图, 各图中的阴影部分绕轴旋转 360° , 所形成的立体图形分别是 _____.



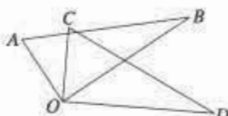
(第8题)

9. 如图, 以图中的 A, B, C, D, E 为端点的线段共有 _____ 条.



(第9题)

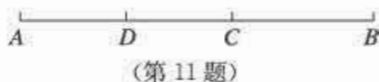
10. 如图所示, 两个直角三角形的直角顶点重合, 如果 $\angle AOD = 128^\circ$, 那么 $\angle BOC =$ _____.



(第10题)

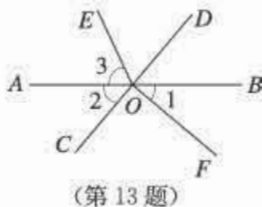
(三) 解答题 (每小题 10 分, 共 40 分)

11. 如图, 若 $CB=4$ cm, $DB=7$ cm, 且 D 是 AC 的中点, 求线段 DC 和 AB 的长度.

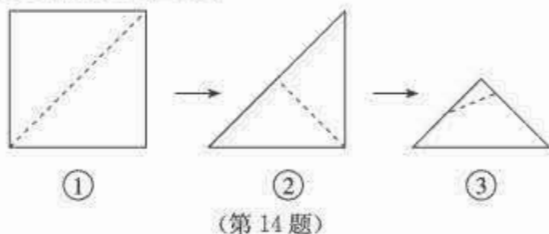


12. 借助一副三角尺画出 15° , 105° , 120° , 135° 的角.

13. 直线 AB , CD 相交于点 O , OE 平分 $\angle AOD$, $\angle FOC = 90^\circ$, $\angle 1 = 40^\circ$, 求 $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 的度数.



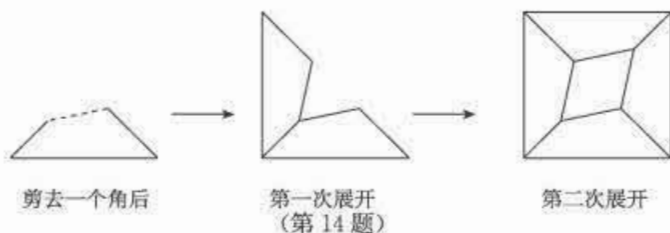
14. 如图, 小强拿一张正方形的纸片 (图①), 将其沿虚线对折一次得图②, 再沿图②中的虚线对折得图③, 然后用剪刀沿图③中的虚线剪去一个角再打开, 请你画出打开后的几何图形.



参考答案

- D. 本题考查直线、射线、线段的相关知识.
- B. 本题考查角的表示方法.
- C. 本题考查方位角的概念.
- C. 本题考查从三个方向看图的基本技能.
- B. 本题考查学生的空间观念及推理能力.
- A. 本题考查余角和补角的概念及度、分、秒的互化与计算.
- 两点之间, 线段最短. 本题考查“两点之间, 线段最短”这条基本事实的运用.
- 圆柱、圆锥、球. 本题考查常见的立体图形的识别和空间想象能力.
10. 本题考查识别几何图形的能力及分类讨论的思想.
- 52° . 本题考查有关角度的计算与推理能力.
- $DC=3$ cm, $AB=10$ cm. 本题考查线段的和差及中点的概念.
- 略. 本题考查学生的画图能力及对角的和与差的理解.
- $\angle 2=50^\circ$, $\angle 3=65^\circ$. 本题考查角的计算.
- 略. 本题考查学生的动手操作能力及空间想象能力.

提示: 如图.



第十章 数据的收集、整理与描述

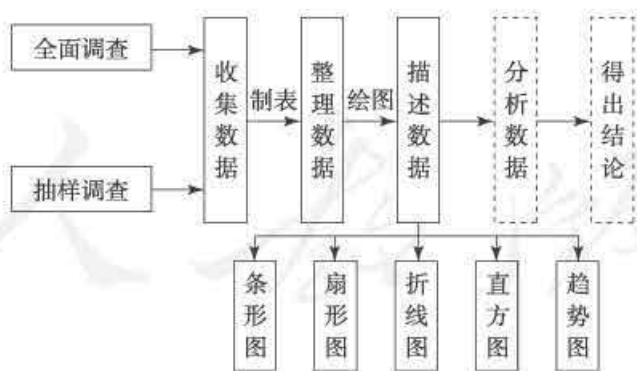
I 总体设计

一、本章学习目标

1. 经历收集数据、整理、描述和分析数据的活动，了解数据处理的过程。了解全面调查和抽样调查两种收集数据的方式，会设计简单的调查问卷。
2. 体会抽样的必要性，通过实例了解简单随机抽样，体会用样本估计总体的思想。
3. 会制作扇形图，能用统计图直观、有效地描述数据。
4. 通过实例，了解频数及频数分布的意义，能画频数分布直方图（等距分组的情形），能利用频数分布直方图解释数据中蕴含的信息，会根据问题需要选择合适的统计图描述数据，进一步体会统计图在描述数据中的作用。
5. 能解释统计结果，根据结果作出简单的判断和预测，并能进行交流。
6. 通过表格、折线图、趋势图等，感受随机现象的变化趋势。
7. 通过经历统计活动，初步建立数据分析观念，感受统计在生活和生产中的作用，增强学习统计的兴趣。

二、本章知识结构框图

数据处理的一般过程：



三、内容安排

“统计与概率”领域主要学习收集、整理、描述和分析数据等处理数据的基本方法，从数据中提取信息并进行简单的推断，以及简单随机事件及其发生的概率。这些内容在小学也有安排，初中的“统计与概率”是在小学基础上的进一步学习。依据《课标》的内容标准和统计与概率本身的特

点,本套教科书将“统计与概率”领域独立于“数与代数”和“图形与几何”领域安排,共有三章.这三章内容采用统计和概率分开编排的方式,前两章是统计,最后一章是概率.统计部分的两章内容按照数据处理基本过程的不同侧重点来安排,分别是六年级下册的第十章“数据的收集、整理与描述”,七年级下册的第十九章“数据的分析”;概率部分为九年级上册的第三十二章“概率初步”.

本章是统计部分的第一章,内容包括:

- (1) 利用全面调查与抽样调查(以抽样调查为重点)收集和整理数据;
- (2) 利用统计图表(以直方图为重点)描述数据;
- (3) 展现收集、整理、描述和分析数据得出结论的统计调查的基本过程.

本章通过一些案例展开有关内容,在每一个案例中都展示了收集数据、整理数据、描述数据和分析数据得出结论的一般过程(见知识结构框图).其中重点在收集、整理与描述数据上(知识结构框图中的实线框),所涉及的分析数据比较简单,较复杂的内容将在第十九章进一步讨论.

10.1节“统计调查”,主要介绍收集、整理与描述数据的一些常用方法.

数据的来源一般有两条渠道:一条是通过统计调查或科学试验直接得到第一手统计数据,另一条是通过查阅资料等间接获得第二手统计数据.本节主要介绍统计调查收集数据的方法.对于通过科学实验获得数据的方法,教科书通过一个选学栏目作了简单介绍;对于通过查阅资料等间接手段收集数据的方法,主要安排在课题学习和习题中.

统计调查分全面调查和抽样调查.教科书以调查人们对几种电视节目的喜爱情况为背景,设计了两个问题,通过问题1回顾了全面调查,通过问题2介绍了抽样调查.

教科书首先设置问题1,要求学生考察全班同学喜爱五种电视节目的情况.解决这个问题需要作统计调查,首先是收集数据,由此引出利用调查问卷收集数据的方法.对于收集到的数据,需要进行整理,才能看出数据分布的规律,这就涉及如何整理数据的问题.教科书介绍了利用频数分布表(没有给出频数分布的概念)整理数据的方法.为了更直观地看出全班同学喜爱五种电视节目的情况,教科书选用了学生在小学已经学过的条形图和扇形图展示了数据的分布规律,最后通过分析统计图表就可以看出全班同学喜爱五种电视节目的情况.对于扇形图,学生在小学只要求会从扇形图中读出信息,不要求用扇形图描述数据.在本节中,教科书结合问题1介绍了如何制作扇形图,这是本学段的一个教学要求.问题1的统计调查过程实际上让学生经历了一个收集、整理、描述和分析数据得出结论的过程,即数据处理的一般过程.

抽样调查是实际中经常采用的一种调查方式,也是本节重点介绍的统计调查方法.教科书沿用问题1的情境,设计了问题2,介绍利用抽样调查收集数据.在问题2中,调查全校学生对五种电视节目的喜爱情况,由于学生人数较多,采用全面调查的方式收集数据不太合适,抽样调查是一种经济、有效、省时省力的方法,这就使学生对抽样的必要性有所感受.结合着必要性的讨论,教科书给出了与抽样调查有关的概念和术语,如样本、总体、个体、样本容量等.为了使样本尽可能具有代表性,抽取样本时,要求每一个学生都有相等的机会被抽到,教科书介绍了学校门口随机调查或利用学号随机抽取样本,实现简单随机抽样的方法.这个抽样方法简单有效,便于学生理解样本的代表性.有了样本数据,就可以整理、描述和分析样本数据,通过分析样本数据来估计总体的情

况。通过问题2的学习，学生经历了一个利用抽样调查处理数据、解决问题的统计过程，对抽样调查的必要性、样本的代表性、简单随机抽样，以及通过样本估计总体的思想等有所了解，初步建立数据分析观念。

在问题1, 2的基础上，教科书设置了问题3。问题3是比较学生所在学校三个年级学生的平均体重，教科书没有给数据，也没有给分析和解决过程，需要学生自主合作完成。教科书这么做的目的是考虑到统计内容有较强的实践性，希望学生通过亲自参与统计活动来学习统计内容。问题3中设置的3个小问题，事实上是给学生完成此问题适当的引导。其中调查方案的确定，需要根据学生自己所在学校的实际情况进行综合权衡，选取相对合适的方案。即使是调查同一所学校，也完全可以采用不同的调查方式（全面调查和抽样调查）收集数据，但要以能解决所提问题为前提，其实这是辩证地认识两种调查方式特点的过程，更是正确认识统计方法特点的过程。通过问题3，让学生亲自参与在实际问题中收集、整理、描述和分析数据得出结论的统计过程，培养应用意识和解决问题的能力，发展数据分析观念。

“捉—放—捉 (capture-recapture)”是生产和科研中经常用到的方法，常常被用来根据部分的情况估计整体的情况，例如估计养鱼池中鱼的数量，森林中某种动物的数量等，这个方法体现了用样本估计总体的思想。教科书在选学栏目“实验与探究 瓶子中有多少粒豆子”中，模拟这种方法设计了一个活动，通过学生动手活动体验这种方法，感受用样本估计总体的思想，并了解试验也是获得数据的有效方法。

10.2节“直方图”，重点讨论利用直方图来描述数据。

对于直方图，学生在前两个学段没有接触，这是本学段学习的一种新统计图。教科书结合一个实际问题介绍直方图描述数据的方法，使得对于统计图表的认识具体化。具体来说，从学生熟悉的问题情境入手：从63名学生中选出40名参加广播体操比赛。选择参赛队员的一个要求是队员的身高应尽可能整齐。我们可以用不同的方法选出符合这个要求的队员，教科书介绍了利用频数分布确定人选的方法。分析数据的频数分布，首先是将数据分组，根据一组数据的最大值、最小值可以确定这组数据的变化范围，参照数据的变化范围，可以确定组距，进而可以将数据进行分组。利用频数分布表给出身高数据的分布情况，分析频数分布表，可以看出大部分学生的身高分布在哪个范围，由此可以确定参赛选手的身高。教科书利用问题介绍了根据频数分布表作出频数分布直方图的方法，以及利用频数分布直方图解释数据中蕴含的信息。

10.3节“课题学习 从数据谈节水”，要求学生综合利用学过的统计知识从事统计活动，经历收集、整理、描述和分析数据得出结论的基本过程。

教科书选择了一个具有实际意义和时代气息的问题——水资源问题，作为主题编写课题学习。这不仅有利于统计知识的深入学习，而且具有“节能减污，保护环境”的教育价值。这个课题学习由两部分组成。第一部分要求学生阅读背景材料回答问题，通过具体实例让学生体会如何从统计资料中挖掘信息。这一部分内容的第3个问题，引入了趋势图的内容，即用一条直线刻画数据的变化趋势，并要求学生根据趋势图作预测，以及通过查阅资料来评价趋势图刻画变化趋势的效果。第二部分要求学生运用已学的统计调查知识，完成一个以“家庭人均月生活用水量”为题的统计调查活动，并结合第一部分的内容撰写一份报告。

课题学习的设计目的，一方面是要让学生感受对数据进行适当处理，可以挖掘其中蕴含的信息，体会统计方法的意义；另一方面是要让学生经历在实际问题中收集、整理、描述和分析数据得出结论的统计过程，在经历这个统计调查的过程中，发展学生的数据分析观念，逐步建立用数据说话的习惯。

四、课时安排

本章教学约需 11 课时，具体分配如下（仅供参考）：

10.1 统计调查	约 4 课时
10.2 直方图	约 2 课时
10.3 课题学习 从数据谈节水	约 3 课时
数学活动	
小结	约 2 课时

五、编写本章时考虑的问题

1. 强调典型案例的作用

统计与现实生活的联系是非常紧密的，这一领域的内容对学生来说应该是充满趣味性和吸引力的。

教科书特别注意选择典型的、学生感兴趣的和富有时代气息的现实问题作为例子，在解决这些实际问题的过程中，介绍收集、整理和描述数据的方法，以及统计的概念和原理。例如，第 10.1 节通过调查“喜爱电视节目的情况”这样一个学生感兴趣的案例介绍统计调查方法；第 10.2 节通过一个典型案例“选取广播操参赛者”来介绍直方图；第 10.3 节通过一个典型案例“调查水资源的拥有和使用情况”，使学生综合运用本章知识和方法进行统计活动。这种利用典型案例的编写方式，一方面可以克服抽象的概念和方法带来的学习困难，使学生在分析、解决实际问题的情境中，经历处理数据的过程，并在这个过程中结合具体案例学习有关的统计知识和方法，发展学生的数据分析观念；另一方面可以使学生感受统计与实际生活的联系，体会数据处理在解决现实问题中的作用。

2. 强调数据分析

本章特别重视数据分析观念的培养，注意借助案例但不局限于具体问题，强调具体的收集、整理和描述数据的方法都是为落实数据处理的目的服务的，避免把有关内容写成单纯的操作性和技巧性问题，让学生感受统计结果对决策的意义和作用，从而建立并发展数据分析观念。例如，在第 10.2 节中，从解决实际问题的需要出发，根据频数分布直方图的特点和作用，学习画这种统计图的方法，使学生感受它在数据处理中所起的作用——反映数据中蕴含的规律，而不是单纯学习画图方法。再如，对于本章中出现的一些概念，如频数、频数分布等概念，都是结合具体问题给出的，使学生在具体情境中感知这些概念，而不追求严格定义。这样淡化处理概念的目的，是使学生在具体情境中感知有关概念，把注意力放在更好地理解它们在统计中的作用上。

3. 突出数据处理的基本过程

本章注意引导让学生在统计活动的全过程中学习有关统计的知识和方法，而不是“只见树木，不见森林”，避免仅把目光盯在统计的某个具体环节或具体知识点上。教科书的设计以数据处理的基本过程为线索，在反映数据处理整体过程的前提下，按照数据的收集、整理、描述和分析过程中不同阶段的侧重点来安排有关内容，将具体问题作为展示统计的基本过程的典型案例，以其为载体介绍数据处理的基本过程中的有关问题，而不是“就头论头，就尾论尾”地把统计过程割裂开来，帮助学生建立对统计思想和统计的基本过程的整体性认识。

学习统计的有效方法是亲身经历统计活动的基本过程，在收集、整理、描述和分析数据的统计活动中，逐步学会用数据说话，自觉地想到用统计的方法来解决一些问题。为此，教科书先后设计了一系列问题和课题学习，从介绍如何解决问题开始，逐步发展到引导学生亲历亲为直接参与实际的统计过程。这种做法为学生参与调查活动学习统计创设了条件，是帮助学生建立数据分析观念，体会统计的作用和意义的有效方法。

六、对本章教学的建议

1. 注意统计思想的渗透与体现

统计主要研究现实生活中的数据，它通过对数据的收集、整理、描述和分析，来帮助人们解决问题。根据数据思考和处理问题，通过数据发现事物发展规律是统计的基本思想。它在本章编写中是受到极大关注的。

特别需要注意到，用样本估计总体是归纳法在统计中的一种运用，统计中常常采用从总体中抽出样本，通过分析样本数据来估计和推测总体的方法。本章第 10.1 节介绍了收集、整理数据的方法，抽样调查是其中的重点内容，蕴含在这些内容背后的是上述统计思想。

教学中，除通过具体案例使学生认识有关统计知识（如样本、总体、个体、频数等）和统计方法（如抽样调查等）外，应引导学生感受渗透与体现于统计知识和方法之中的统计思想，使学生认识到统计思想是统计知识和方法的源头，正是在这种思想的指导下才产生了相应的知识和方法。例如，抽样调查方法是用样本估计总体的思想的产物，对统计思想的了解有助于把握解决统计问题的大方向，也有助于加深理解学习过程中的局部问题。例如，了解了用样本估计总体的思想，就会对不同的抽样可能得到不同的结果（即所谓结论的“不确定性”）有正确的认识。

2. 在统计过程中学习统计，改进学生的学习方式

统计是一门实践性很强的学科，通过参与统计活动学习相关知识是常用且有效的方法。教学中要注意让所有学生都能参与到统计的活动中去，在活动的过程中建立数据分析观念，鼓励学生积极合作、充分交流，促进学生学习方式的改变。

本章的学习特别强调让学生通过活动经历数据处理的基本过程。虽然分析数据是数据处理过程中必不可少的一个重要环节，但本章活动重点应放在收集、整理和描述数据三个方面。比如可以引导学生根据调查目的，在充分讨论的基础上，亲自设计调查方案和调查问卷并实施调查，然后动手设计表格整理调查得到的数据，再根据具体的问题选择合适的统计图形描述数据。对于分析数据这个环节，教师可以根据问题的难易程度提出适当的要求，有时可以让学生自己完成，有时需要在教

师的帮助下或由教师讲解完成。活动可以采用多种形式，既有课上的又有课下的，既有校内的又有校外的，既有个体的又有小组合作的。教师在整个活动中应该是一个指导者、参与者和合作者。

本章第 10.3 节安排了“课题学习 从数据谈节水”，安排它的目的是希望为学生提供一个参与实际统计活动的机会，使学生综合运用本章以及以前所学有关数据处理的知识和方法，通过小组合作活动等方式，经历收集、整理、描述、分析数据得出结论以及对所得结论进行解释和反驳的统计过程，感受统计与生活的密切联系，体会统计在解决实际问题中所起的作用。课题学习选用了与环境保护有关的节约用水问题，具有一定的综合性和活动性。通过这个课题学习也使学生对地球上淡水资源的储量和分布以及淡水资源的使用等情况有一个认识，增强学生节约用水的意识，使学生自觉地加入到节约用水的宣传和行动中去。因此，教学中要重视课题学习的教学，让学生亲自从事统计调查活动，经历数据处理的基本过程，并使学生得到人文方面的教育。

教学中可以根据学生的实际情况，注意课题的操作性和可行性，根据课题学习的教学目标，选择其他的主题进行课题学习。

3. 挖掘现实生活中的素材进行教学

本章教科书中有一些实际问题的素材，教学时可以进一步挖掘现实生活中有趣的、可操作的、真实的素材，使学生充分感受统计在日常生活、社会和各学科领域的广泛应用，体会统计在解决问题中所起的作用，从而调动学生学习统计的积极性。可以注意选取有一定人文教育价值的素材，使学生在统计学习的同时，也得到人文方面的教育。例如，环境保护、社会和谐发展等方面的素材可使学生在统计学习的同时，接受保护自然环境、提高社会公德等方面的教育。

在选择真实素材进行教学时还要注意数据的真实性。学生在从事收集数据的活动中，对于同一个问题，有时会出现不同的学生或不同的小组收集到的数据差别较大的情况，这时要注意对学生收集数据的活动过程以及所得数据进行科学的评价，不能随便更改数据，要培养学生尊重客观事实、实事求是的科学态度。

4. 准确把握教学要求

对于统计中的思想方法，本套教科书采用螺旋上升的编排方式。例如，分析数据是统计中不可缺少的重要环节，它在本章中已经出现了，但属于较为简单的情形。本套教科书在七年级下册第十九章“数据的分析”中将对它作更深入的介绍，而本章对分析数据的要求仅是通过简单实例，让学生初步感受它是统计全过程中必要的一环，初步体会统计思想和统计过程。因此，在本章教学时，要特别注意准确把握教学要求，不要过早地出现较复杂的分析数据的问题。又如，本章第 10.2 节中，频数分布直方图和折线图是描述数据的主要内容，一般直方图是用矩形面积表示频数的，而对于等距分组的情形，为看图与画图方便可以改为用矩形的高表示频数。本节的问题都属于后一情形，因此教学中不必过多涉及一般直方图，而应重点介绍用矩形的高表示频数的直方图，练习题与作业题也应控制在直方图上。

5. 关注信息技术的使用

信息技术的发展给统计工作带来很大方便，例如借助计算机计算统计数据和绘制统计图表有很好的效率和效果。目前，实际工作中的很多统计图表都是利用计算机（器）画出的，许多统计计算也是借助于计算机（器）完成的。为了体现计算机（器）等现代信息技术对统计的作用，本章编写

了选学栏目“信息技术应用 利用计算机画统计图”，供有条件使用计算机的学校选用。教学中如果能使用计算机（器）作统计图或进行统计计算，将有利于把学习重点放在理解统计思想和从事统计活动上来。但是，教学中应注意不能使学生离开计算机（器）就不会画简单的扇形图、直方图和折线图。

人教版®

II 教材分析

[1] 章引言列举了几个涉及统计数据的具体实例，目的是让学生感受在生活中经常会遇到的统计方面的内容。接着通过设问，引出本章将学习的数据的收集、整理和描述，它们都属于统计学的内容，并明确统计的目的是为了发现数据中蕴含的规律。

[2] 章前图是某中学门口学生在开展统计调查的情形，呼应了本章的重要内容：通过统计调查收集数据。

第十章 数据的收集、整理与描述

从报纸、杂志、电视、互联网等媒体上，我们经常可以看到很多统计数据和统计图表。例如，某地义务教育的普及率达 98%，某电视节目的收视率为 9%，某地年人均生活用水量为 36 m³，2010 年我国国内生产总值为 401 202 亿元，比上年增长 10.4% 等。^[1] 这些数据可以帮助人们了解周围世界的现状和变化规律，从而为人们制定决策提供依据。你知道它们是怎样得到的吗？

统计学 (statistics) 能帮我们回答上述问题。这一章我们将在小学所学统计知识的基础上，学习收集数据的一些基本方法，在此基础上进一步学习如何整理数据，并用统计图表直观形象地描述数据，从中发现数据蕴含的规律，获取我们需要的信息。^[2]

节目类型	占比	人数	百分比
A 新闻	2%	8	8%
B 体育	22.22222222222222%	22	22%
C 音乐	22.22222222222222%	22	22%
D 综艺	22.22222222222222%	22	22%
E 戏曲	2%	2	2%
合计	100%	100	100%



1. 统计主要研究如何利用数据进行推断，它通过收集、整理、描述和分析数据，来帮助人们对事物的发展作出合理的推断。数据分析是统计的核心。

在当今信息社会里，数据是一种重要的信息载体，统计所提供的“运用数据进行推断”的思考方法以及从随机性中寻找规律性的归纳思想是现代社会的普遍使用并且强有力的思维方式。重视数据的使用和能够对数据进行适当处理，已

成为信息时代每一位公民必备的素质。

2. 数据分析观念包括：了解在现实生活中有许多问题应当先做调查研究，收集数据，通过分析作出判断，体会数据中蕴含着信息；了解对于同样的数据可以有多种分析的方法，需要根据问题的背景选择合适的方法；通过数据分析体验随机性，一方面对于同样的事情每次收集到的数据可能不同，另一方面只要有足够的数据就可能从中发现规律。

[1] 对于这个问题，也可以采用其他方式收集数据，例如通过举手的方式等。教科书中采用问卷的方式，主要是因为设计调查问卷是收集数据时经常要做的工作。

[2] 问卷设计的内容一般包括调查中所提问题的设计，问题答案的设计，以及提问顺序的设计等。

[3] 问卷中还应该增加性别项。

[4] 统计学中通常把数据分成两类：一类称为定量数据，能够用数值表示，例如身高就是定量数据；另一类称为定性数据，不能用数值表示，其结果均表现为类别。例如性别表现为男女，男女就是定性数据。本节问题1收集到的数据是定性数据，给节目编号只是为了统计方便，编号本身没有数量意义。

10.1 统计调查

问题1 如果要了解全班同学对新闻、体育、动画、娱乐、戏曲五类电视节目的喜爱情况，你会怎么做？



为解决问题1，需要进行统计调查。

首先可以对全班同学采用问卷调查的方法收集数据，为此要设计调查问卷。^[1]

调查问卷^[2] 年 月

在下面五类电视节目中，你最喜欢的是
() (单选)

(A) 新闻 (B) 体育 (C) 动画
(D) 娱乐 (E) 戏曲

填完后，请将问卷交给数学课代表。

如果想了解男生、女生喜爱节目的差异，问卷中还应该包含什么内容？^[3]

利用调查问卷，可以收集到全班每位同学最喜欢的节目的编号（字母），我们把它们称为数据。^[4]例如，某同学经调查，得到如下30个数据：

CCADBCADCD
CEABDDBCCC
DBDCDDDCDC
EBBDDCCEBD
ABDDCBCBDD

用字母代替节目的类型，可方便统计。

从上面的数据中，你能看出全班同学喜爱各类节目的情况吗？

1. 数据的来源一般有两渠道：一条是通过统计调查或科学实验直接得到第一手统计数据；另一条是通过查阅资料等间接获得第二手统计数据。

统计调查分全面调查和抽样调查，是获得第一手数据的重要手段，常常通过访问、邮寄、电话访问、互联网调查等形式来收集数据。本节主要学习这两种统计调查的基本方法，以及数据整理的方法。

2. 问题1通过一个实际例子介绍全面调查，系统整理前两个学段的相关内容，并为问题2中学习抽样调查作好铺垫。收集、整理和描述数据的方法是放在数据处理的基本过程中学习的。

3. 问题1采用了调查问卷的方式来收集数据。调查问卷是收集数据的一种工具，是调查者根据调查目的所设计的由一系列问题、备选答案和说明等组成的一种调查形式。教学中要注意让学生感受为了获得真实的数据，设计问卷时应注

杂乱无章的数据不利于我们发现其中的规律。为了更清楚地了解数据所蕴含的规律,需要对数据进行整理。统计中经常用表格整理数据,对前面数据的整理如表 10-1 所示。

表 10-1 全班同学最喜爱节目的人数统计表

节目类型	标记	人数	百分比
A 新闻	正	4	8%
B 体育	正正	10	20%
C 动画	正正正	15	30%
D 娱乐	正正正下	18	36%
E 戏曲	下	3	6%
合计	50	50	100%

此例中,用划记法记录数据时,“正”字的每一划(笔画)代表一名同学。例如,编号为 A 的节目对应的人数是 4,记为“正”。

表 10-1 可以清楚地反映全班同学喜爱各类节目的情况。例如,最喜爱新闻节目的同学有 4 名,占全班同学的 8%;最喜爱体育节目的同学有 10 名,占全班同学的 20%;等等。

为了更直观地看出表 10-1 中的信息,还可以用条形图和扇形图来描述数据(图 10.1-1)。



图 10.1-1

你能根据表 10-1 和图 10.1-1 说出全班同学喜爱五类电视节目的情况吗?

我们知道,扇形图用圆代表总体,每一个扇形代表总体中的一部分。通过扇形的大小来反映各个部分占总体的百分比。画扇形图 10.1-1 (2) 时,首先按各类节目所占的百分比算出对应扇形的圆心角度数。例如,“体育”和“动画”对应扇形的圆心角分别为 $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$, $360^\circ \times 30\% =$



第十章 数据的收集、整理与描述 117

[1] 条形图能够显示每组中的具体数据,易于比较数据之间的差别;扇形图用扇形的大小表示部分在总体中所占百分比,易于显示每组数据相对于总数的大小,一般不能直接判断出每组数的绝对大小。

意的问题,能够回答“调查的目的是什么”“调查的对象是什么”“调查问卷应该包括哪些内容”“应该从哪些方面提出问题”“如何提问”“怎样设计选择答案”等。

4. 收集数据是处理数据的第一个环节。对于收集到的数据,往往需要进行整理才能看出数据的分布规律,统计中常采用表格来整理数据。整理数据是处理数据的第二个环节,这个内容也是放在统计的基本过程中来学习的。

5. 表 10-1 是利用划记法来进行统计的,实际上此表是一个频数分布表,其中的人数就是频数。频数的概念将在本章第二节“直方图”中学习。

6. 书中给出的条形图和扇形图是根据表 10-1 画出的,这里利用统计图来描述数据,是处理数据的第三个环节。选用什么样的统计图描述数据取决于两个方面:一是你面对的是什么样的数据,二是你要用统计图展示什么信息。

练习答案

1. 不合理。选项 B, D 内容重复, 且四个选项列出的只是课余时间的一部分。把选项 D 改为“其他”。
2. (略)。
3. (略)。

[1] 对总体、个体这两个基本概念, 目前有两种不同的界定。有些把所有考察对象(如全校学生)作为总体, 有些把所有考察对象的数量指标值(如全校学生最喜欢的节目)作为总体。虽然两种说法不尽相同, 但是前者所说的总体与后者所说的总体存在一一对应关系, 也就是说两者反映的总体和个体的从属关系是完全一致的。

把所有考察对象作为总体, 每一个考察对象作为个体, 能简明地反映调查范围及总体与个体的从属关系。尤其在调查具有多个数量指标的问题时, 表述起来更简洁。而直接把所有考察对象的数量指标值作为总体, 可以强调调查目的, 而且更方便导出总体分布的表述。

教学中, 这两个概念不必过分挖掘, 重点在它们之间的从属关系。

7. 学生在小学已经见过条形图和扇形图, 并且会用条形图描述数据, 但对于扇形图学生只会从扇形图中读出信息, 还不会用扇形图来描述数据。教科书介绍了如何画扇形图, 这是本学段的一个教学要求。

8. 扇形的大小是由扇形所对的圆心角决定的, 因此画扇形图实际上就是根据各个扇形所代表的百分比的大小来确定它们的圆心角的大小。整个圆表示总体 100%, 因为圆的圆心角为

108°, 然后在—个圆中, 根据算得的各圆心角度数画出各个扇形, 并注明各类节目的名称及其相应的百分比。

在上面的调查中, 我们利用调查问卷得到全班同学喜爱电视节目的数据, 利用表格整理数据, 并用统计图进行直观形象的描述。通过分析表和图, 了解到了全班同学喜爱电视节目的情况。在这个调查中, 全班同学是要考察的全体对象, 我们对全体对象都进行了调查。像这样考察全体对象的调查叫做全面调查。例如, 2010 年我国进行的第六次人口普查, 就是一次全面调查。

练习

1. 小明为了解同学们的课余生活, 设计了如下调查问题:

你平时最喜欢的一项课余活动是()。

(A) 读课外书 (B) 体育活动 (C) 看电视 (D) 听音乐

你认为此问题的答案选项设计合理吗? 为什么? 如果不合理, 请修改。

2. 据调查, 某校学生上学所用的交通工具中, 自行车占 60%, 公交车占 30%, 其他占 10%。请画出有相应描述以上统计数据的。

3. 请你举出一些生活中运用全面调查的例子。

问题 2 某校有 2 000 名学生, 要想了解全校学生对新闻、体育、动画、娱乐、戏曲五类电视节目的喜爱情况, 怎样进行调查?

可以用全面调查的方法对全校学生逐个进行调查, 然后整理收集到的数据, 统计出全校学生对五类电视节目的喜爱情况。但是, 由于学生比较多, 全面调查花费的时间长, 消耗的人力、物力大。因此, 需要寻找一种不作全面调查就能了解全校学生喜爱各类电视节目的情况的方法, 达到既省时省力又能解决问题的目的。这就是我们要讨论的抽样调查。

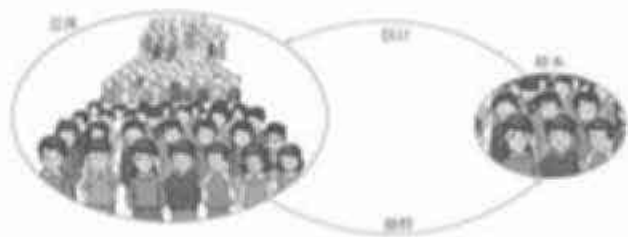
抽样调查 (sampling survey) 是这样一种方法, 它只抽取一部分对象进行调查, 然后根据调查数据推断全体对象的情况。在问题 2 中, 我们只抽取一部分学生进行调查, 然后通过分析被调查学生的数据来推断全校学生喜爱电视节目的情况。全校学生是要考察的全体对象, 称为总体, 组成总体的每一个学生称为个体, 而被抽取调查的那部分学生构成总体的一个样本。^[1]

为了得到调查目的, 人们有时也把全校学生喜爱的电视节目作为总体, 每一个学生喜爱的电视节目作为个体。

11章 第十节 数据的收集、整理与描述

360°, 所以各个扇形占总体的百分比乘 360°就是扇形对应圆心角度数。画扇形图不必考虑各个扇形的相对位置, 任一块扇形都可以被移到其他位置而不改变扇形图的意义。各扇形所代表的节目名称可以像教科书中这样以图例说明, 也可以直接注在相应的扇形上。

9. 问题 2 还是沿用问题 1 的情境。但问题 2 中总体数目变大, 这样全面调查就变得不太合适, 需要有新的调查方法。使学生对引进抽样调



那么,抽取多少名学生进行调查比较合适?被调查的学生又如何抽取呢?

如果抽取调查的学生很少,样本就不容易具有代表性,也就不能客观地反映总体的情况;如果抽取调查的学生很多,虽然样本容易具有代表性,但花费的时间、精力也很多,达不到省时省力的目的,因此抽取调查的学生数目要适当。例如,这个问题中可以抽取 100 名学生作为样本进行调查,一个样本中包含的个体的数目称为样本容量,上述抽取的样本容量为 100。

为了使样本尽可能具有代表性,除了抽取调查的学生数要合适外,抽取样本时,不能偏向某些学生,应使学校中的每一个学生都有相等的机会被抽到。例如,上学时在学校门口随意调查 100 名学生;在全校学生的注册学号中,随意抽取 100 个学号,调查这些学号对应的学生;等等。

下面是某同学抽取样本容量为 100 的调查数据统计表。

表 10-2 抽样调查 100 名学生最喜欢节目的人数统计表

节目类型	划记	人数	百分比
A 新闻	正	6	6%
B 体育	正正正正丁	22	22%
C 动画	正正正正正正丁	29	29%
D 娱乐	正正正正正正正正丁	38	38%
E 戏曲	正	5	5%
合计		100	100%

想了解一下八宝粥里各种成分的比例,只要搅拌均匀后,舀一勺查看,就能对整锅的情况估计个八九不离十,你能说说这与抽取部分学生估计全校学生情况之间的相似之处吗? [1]

你还能想出使每个学生都有相等机会被抽到的方法吗? [2]

[1] 这个比喻用一个通俗的例子道出了用样本估计总体的思想。

一整锅八宝粥是调查的总体,组成粥的每一粒小麦、每一粒花生仁、每一颗红枣等都是个体,从锅里舀出一勺是抽取样本,通过对一勺粥的查看,可以估计整锅粥的成分比例情况,就是通过样本估计总体。

[2] 只要满足每个学生被抽到的机会相等即可。

查的必要性有所感受。

10. 抽样可分为概率抽样(随机抽样)和非概率抽样两大类。非概率抽样的效果好坏依赖于抽样者的主观判断能力和经验。随机抽样最大的优点是在抽样过程中避免了人为的干扰和偏差,可以估计抽样误差,获得估计的精度,因此随机抽样是最科学、应用最广泛的抽样方法。

11. 教科书通过一个图示说明“总体”“样本”“抽样”“估计”之间的关系。教学中要让学

生在具体问题中理解概念,不要追究严格的定义。

12. 通常样本容量越大,估计精度就会越高。在不计调查成本的情况下,当然是样本容量越大越好。事实上调查需要花费人力物力,所以往往在精度和成本之间要达到一种平衡,教科书因此选取样本容量为 100。教科书没有涉及估计精度方面的内容,但是需要学生对样本容量的大小会影响估计的精度有所感受。

13. 除了样本容量外,抽取的方法也会影响

[1] 简单随机抽样是最基本的一种随机抽样。简单随机抽样根据抽取样本过程中个体是否放回分为放回简单随机抽样和不放回简单随机抽样，两种都是等概率抽样。教科书中采用的抽取100个学号进行调查，相当于逐个不放回地抽取学号进行调查。

[2] 在实践中，全面调查虽然没有由总体中部分观测值进行推论所引起的抽样误差，但是在各阶段发生的整理上的误差却是避免不了的。而且当全面调查的总体越大，这个误差就会越大。教科书没有在这方面作过多的讨论。当全面调查的这个误差比抽样调查带来的误差大时，就更值得使用抽样调查。因此，使用抽样调查除了费用、时间等因素，还有技术上的原因。

从表 10-2 可以看出，样本中喜爱娱乐节目的学生最多，为 35%，据此可以估计出，这个学校的学生中，喜爱娱乐节目的最多，约为 35%。类似地，由上表可以估计这个学校喜爱其他节目的学生的百分比，如图 10.1-2 所示。



图 10.1-2

上面抽取样本的过程中，总体中的每一个个体都有相等的机会被抽到，像这样的抽样方法是一种简单随机抽样^[1] (simple random sampling)。

抽样调查是实际中经常采用的收集数据的方式。除了具有花费少、省时省力的特点外，还适用于一些不宜用全面调查的情况，例如，检测某批次灯泡的使用寿命、火柴的质量等具有破坏性的调查。需要注意的是，在抽样调查中，如果抽取样本的方法得当，一般样本能客观地反映总体的情况。抽样调查的结果会比较接近总体的情况，否则抽样调查的结果往往会偏离总体的情况。

归纳

全面调查和抽样调查是收集数据的两种方式。全面调查收集到的数据全面、准确，但一般花费多、耗时长，而且某些调查不宜用全面调查。抽样调查具有花费少、省时的特点，但抽取的样本是否具有代表性，直接关系对总体估计的准确程度。^[2]

请以小组为单位解决如下问题。

问题 3 比较你所在学校三个年级同学的平均体重。

- (1) 制定调查方案，利用课余时间实施调查；
- (2) 根据收集到的数据，分析出每个年级同学的平均体重，并用折线图表示平均体重随年级增加的变化趋势；
- (3) 每组安排一位代表向全班介绍本组完成上述问题的情况，并进行比较和评议。

样本的代表性。教科书采用在校门口随意调查或随意抽取学号的方法，使得总体中的每一个个体都有相等的机会被抽取，即简单随机抽样。简单随机抽样是本节的一个教学重点，要让学生体会样本的随机性，以及用样本估计总体的合理性。

14. 用简单随机样本估计总体时，要让学生明白样本是总体的一部分，样本中喜爱各类节目的比例不是总体的比例。同时要让学生认识到样本结果带有随机性，样本结果也会出现偏离总体

比较大的情况，但是大多数情况下对总体会有一个比较好的估计，这样的估计是有意义的。教师还应该明白用随机样本估计总体，估计的精度是可以计算的。

15. 问题 3 需要学生自主合作完成。对学生设计的调查方案，应更多从合理还是不合理的角度给予评价，而不是严格的对错。对各组调查结果的比较，教师可以引导学生探讨造成差异的原因，让学生进一步体会样本的代表性和随机性，反

练习

- 为了了解全校同学的平均身高，小明调查了座位在自己旁边的3名同学，把他们身高的平均值作为全校同学平均身高的估计。
 - 小明的调查是抽样调查吗？
 - 这个调查结果能较好地反映总体的情况吗？如果不能，请说明理由。
- 某班要选3名同学代表本班参加班级的交流活功，现在翻下面的办法抽取，把全班同学的姓名分别写在没有明显差别的小纸片上，把纸片混放在一个盒子里，充分搅拌后，随意抽取3张，按照纸片上所写的名字选取3名同学，你觉得上面的抽取过程是简单随机抽样吗？为什么？
- 以下调查中，哪些适合作全面调查，哪些适宜抽样调查？
 - 调查某批次汽车的抗撞击能力；
 - 了解某班学生的身高情况；
 - 调查春节联欢晚会的收视率；
 - 选出某校短跑最快的学生参加全市比赛。
- 请你举出一些不宜用全面调查的例子，并说明理由。

习题 10.1

复习巩固

- 读时全班同学进行调查，并填写下表。^[1]

全班同学出生月份统计表

月份	人数
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

练习答案

- 是抽样调查。
 - 一般不能客观地反映总体。一是样本容量太小，随机性太大；二是坐在一起的同学一般身高都比较接近，这样选取的样本缺乏代表性。
- 是简单随机抽样。因为纸片没有明显差别，又充分搅拌，这样保证了抽取样本的过程中任一个体都有相等的机会被抽到。
- (2) (4)是全面调查，(1) (3)是抽样调查。
- (略)。

[1] 收集数据时可以采用不同的方法，比如可以设计一份包括出生月份的调查表，也可以采用举手的方式收集出生月份。如果采用后一种方式，收集数据和整理数据是同时进行的，这一点要向学生讲明，也就是数据处理几个环节有时不能分得很清楚。

思两种调查方式的特点，以及在实施抽样调查时需要注意的事项等。

习题 10.1

1. 习题 10.1 涉及了统计调查的一些概念内容、思想方法。

“复习巩固”的第 1 题要求学生通过对全班同学进行调查来收集数据，并将数据整理到表格中。这个题目是为了巩固全面调查收集、整理数

据的方法，可以用不同的方法收集数据。如果学生有兴趣，还可以让学生根据整理后的数据画出条形统计图，根据统计图得出一些结论。

第 2 题是就设计调查问卷时容易出现的一些问题编写的。

对于第 3 题，教学中要注意让学生体会进行抽样调查的必要性。

第 4 题利用东、西半球的地图给出了世界七大洲的面积，利用扇形图可以表示各大洲面积

		人数
月份	统计	人数
9		
10		
11		
12		
合计		

2. 两名同学在做抽样调查时使用了下面两种提问方式, 你认为哪一种更好些?

(1) 难道你不认为科幻片比纪录片更有意思吗?

(2) 你更喜欢哪一类电影——科幻片还是纪录片?

3. 要调查下列几个问题, 你认为应该作全面调查还是抽样调查?

(1) 了解全班同学每周体育锻炼的时间.

(2) 调查市场上某种食品的颜色含量是否符合国家标准.

(3) 检测刚生产的钢板能否承受的弯折次数.

4. 根据下图中所标世界七大洲的面积(单位: 万 km^2), 画出扇形图中各洲面积占全球陆地面积的百分比, 并用语言描述你获得的信息.



(第4题)

122 第十章 数据的收集、整理与描述

的相对大小, 教学时, 可以让学生对照这幅地图和扇形图, 加深对扇形图的认识.

第5题给出一个折线图, 要求用条形图表示折线图的信息, 这样可以使学生将折线图和条形图联系起来, 感受两者之间的共同之处.

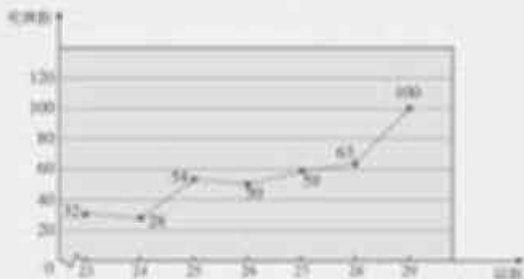
2. “综合运用”第6题让学生经历整理数据, 用条形图进行描述, 最后做出判断的统计过程.

第7题的素材是学生所熟悉的, 教学中可以

利用题目中给出的数据进行数据处理, 也可以在全班开展统计活动, 由学生自己收集数据, 再对收集到的数据进行处理, 让学生经历一个简单的收集、整理、描述、分析数据的过程.

第8题, 选择合适的统计图, 需要学生了解各种统计图的特点. 选用折线图不仅易于对进出口额进行比较, 而且有利于了解进出口额随时间变化的趋势, 选用条形图易于比较, 在反映进出口额变化趋势上没有折线图好.

5. 我国体育健儿在最近七届奥运会上获得奖牌的情况如图所示.



(第 1 题)

- (1) 最近七届奥运会上, 我国体育健儿共获得多少枚奖牌?
- (2) 对条形图表示折线图中的信息.

综合运用

6. 一家食品公司的市场调查员将本公司生产的一种新点心免费送给 24 人品尝, 以调查这种点心的甜度是否适中. 调查结果如下.

C C C B A D B C C
D C C A B D C E C
E C C A B E C B C
C B C C C B C D C

A 太甜
B 稍甜
C 适中
D 稍酸
E 太酸

请列表整理上面的数据, 画出条形图, 并推断甜点的甜度是否适中.

7. 为了了解六年级同学对三种元旦活动方案的意见, 校学生会向六年级全体同学进行了一次调查 (每人至多赞成一种方案). 结果有 113 人赞成方案 1, 42 人赞成方案 2, 30 人赞成方案 3, 8 人弃权. 请用条形图描述这些数据, 并对校学生会采用哪种方案组织元旦活动提出建议.
8. 随着对外开放程度的不断扩大, 我国对外贸易迅速发展. 下表是我国这几年的进出口数据. 请选择适当的统计图描述这两个数据, 并对它们进行比较.

年份	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
出口额/亿美元	5 333	7 820	9 689	12 178	14 307	17 016	15 777
进口额/亿美元	5 812	6 600	7 915	9 580	11 329	10 059	13 062

第 9 题是用样本来估计总体的平均值、总体总量及总体比例, 这些都是抽样调查中常估计的几种总体目标量.

第 10 题主要是抽样合理性的问题. 首先样本是否来自要考察的总体, 然后是抽取的样本是否合理, 包括样本量和抽取方式, 这会影响样本的代表性, 从而影响对结果的估计.

3. “拓广探索”的第 11 题涉及两种不同形

式的复合条形图, 教学中要注意对它们进行比较, 发现各自的特点.

第 12 题要求学生参与统计活动, 经历数据处理的全过程. 这个题目操作起来有一定的难度, 教学中要注意让学生在充分讨论的基础上, 选择一个好的方法.

[1] 教学时, 可以让学生结合本题具体内容来谈谈两种统计图的特点.

9. 镇政府想了解李家庄的经济情况, 用简单随机抽样的方法, 在 120 户家庭中抽取 20 户调查过去一年收入 (单位: 万元), 结果如下:

1.3 1.7 2.4 1.1 1.4 1.6 1.5 2.7 2.1 1.3
0.9 3.2 1.7 2.1 2.6 2.4 1.0 1.8 2.2 1.8

试估计李家庄家庭的年收入、全村年收入以及村中家庭年收入超过 1.5 万元的百分比.

10. 小明想了解光明小区的家庭教育费用支出情况, 调查了自己学校家住光明小区的 20 名同学的家庭, 并把这 20 个家庭的教育费用的平均数作为光明小区家庭教育费用的平均数的估计, 你觉得合理吗? 若不合理, 请说明理由, 并设计一个抽样调查的方案.

拓展探究

11. 据统计, A、B 两省人口总数基本相同, 2017 年 A 省的城镇在校中学生人数为 156 万, 农村在校中学生人数为 72 万; B 省的城镇在校中学生人数为 91 万, 农村在校中学生人数为 103 万. 李军同学根据数据画出了两种复合条形统计图.



(第 11 题)

- (1) 哪种图能更好地反映两省在校中学生总人数?
- (2) 哪种图能更好地比较 A、B 省城镇与农村在校中学生人数?
- (3) 说说这两种图的特点.^[1]

12. 设计一份关于一周内丢弃塑料袋个数的调查问卷, 并设计一个抽样调查方案, 对全校同学作抽样调查, 估计全校同学的家庭一周内丢弃的塑料袋个数, 并根据调查结果估计一个月的情况.

实验与探究

瓶子中有多少粒豆子

一个瓶子中装有一些豆子，你能用几种方法估计出这个瓶子中豆子的颗数？请同学们在小组合作完成下面的活动：^[1]



(1) 从瓶子中取出一些豆子，记录这些豆子的颗数 m 。



(2) 给这些豆子做上记号。



(3) 把这些豆子放回瓶子中，充分摇匀。



(4) 从瓶子中再取出一些豆子，记录这些豆子的颗数 p 和其中带有记号的豆子的颗数 n 。

(5) 利用得到的数据 m, p, n ，估计原来瓶子中豆子的颗数 $q, q \approx \frac{p}{n} \times m$ 。

(6) 数出瓶子中豆子的总颗数，验证你的估计。

上面的试验利用了抽样调查的方法。类似的试验在生产 and 科研中经常用到。例如，我们可以用这种方法估计一个养鱼池中鱼的条数。

首先从鱼池的不同地方捞出一网兜，在这批鱼的身上做上记号，并记录捞出的鱼的条数 m ，然后把这批鱼放回池。过一段时间以后，在同样的地方再捞出一网兜，记录捞出的条数 p ，数出其中带有记号的鱼的条数 n ，计算 $\frac{p}{n}$ ，再把它作为整个鱼池中带有记号的鱼在鱼的总数中所占的比例。这样就可以估计出鱼池里鱼的条数 q ，即

$$q \approx \frac{p}{n} \times m$$

第十章 数据的收集、整理与描述 125

[1] 可以用称重的方法。先称出一定数量 (p 个) 豆子的质量 n ，再称出瓶中所有豆子的质量 m ，就可以估计出瓶中豆子的粒数 q ：

$$q \approx \frac{p}{n} \times m.$$

也可以用测量体积的方法。先测出一定数量 (p 个) 豆子的体积 n ，再测出瓶中所有豆子的体积 m ，也可以估计出瓶中豆子的粒数 q ：

$$q \approx \frac{p}{n} \times m.$$

实验与探究

1. 对于这个选学栏目的动手试验，学生将体验一种在生产 and 科研中经常用到的“捉—放—捉”的方法。这个方法利用了样本估计总体的思想，实际中常用它来估计一个总体的数量。

2. 安排这个“实验与探究”的目的是使学生在进一步感受用样本估计总体的思想的同时，了解试验也是获得数据的有效方法。

3. 这个栏目的活动性较强，教学中可以让学生分成不同的小组活动。对于活动中的 (3)，要注意让学生体会“充分摇匀”的必要性，可以向学生指出这样做的目的是使瓶中每粒豆子被抽取的可能性尽量相等，使样本能够更好地代表总体。各小组通过试验所得到的最后结果可能有所不同，教学中要注意让学生体会不同的样本可能得到不同的结果。

[1] 问题借用选择参加广播体操队员的实际情境,研究如何利用频数分布等解决问题的方法.教学时,可以先引导学生讨论使用多种方法解决问题,然后再转到频数分布上来.

10.2 直方图

我们学习了条形图、折线图、扇形图等描述数据的方法,下面介绍另一种常用来描述数据的统计图——直方图.

问题 为了参加全校各年级之间的广播体操比赛,六年级准备从 63 名同学中挑选身高相近的 40 名同学参加比赛.为此收集到这 63 名同学的身高(单位:cm)如下:

158	158	180	168	159	159	151	158	159
168	158	154	158	154	160	158	158	158
159	167	170	153	160	160	158	159	160
149	163	163	162	172	161	153	156	162
162	163	157	162	162	161	157	157	164
155	156	165	166	156	154	166	164	165
156	157	153	165	159	157	155	164	156

选择身高在哪个范围的同学参加呢?



为了使选取的参赛选手身高比较整齐,需要知道数据(身高)的分布情况,即在哪些身高范围的同学比较多,而哪些身高范围的同学比较少.为此可以通过对这些数据适当分组来进行整理.^[1]

1. 计算最大值与最小值的差

在上面的数据中,最小值是 149,最大值是 172,最大值与最小值的差是 23,说明身高的变化范围是 23.

128 第十章 数据的收集、整理与描述

1. 对于本节提出的问题,可以采用不同的方法来解决.本节采用的是分组整理数据,分析数据的频数分布,利用频数的分布规律来解决问题.描述数据的频数分布的统计图主要是条形图和直方图.一般来说,对离散数据,用条形图描述频数分布;而对连续分组数据,用直方图描述频数分布.直方图是学生将要学习的一种新的统计图.

2. 身高数据具有连续性,为了得到这组数

据的频数分布,需要对数据进行分组整理.获得一组数据的频数分布的一般步骤是:计算数据的最大值与最小值的差,决定组距与组数,列出频数分布表,画出频数分布直方图.

3. 决定组距和组数是一个教学难点.一组数据分成多少个组合合适呢?这不仅与数据的多少有关,还与数据本身的特点有关.分组的目的是为了观察数据分布的特征,因此组数的多少应当适中,若组数太多,数据的分布就会过于分

2. 决定组距和组数

把所有数据分成若干组，每个小组的两个端点之间的距离（组内数据的取值范围）称为组距。根据问题的需要，各组的组距可以相同或不同。本问题中我们作等距分组，即令各组的组距相同。如果从最小值起每隔3作为一组，那么由于

$$\frac{\text{最大值}-\text{最小值}}{\text{组距}} = \frac{23}{3} \approx 7\frac{2}{3},$$

所以要将数据分成8组： $149 < x < 152$ ， $152 < x < 155$ ，…， $170 < x < 173$ 。这里组数和组距分别为8和3。

组距和组数的确定没有固定的标准，要凭借经验和所研究的具体问题来决定。将一批数据分组，一般数据越多分的组数也越多。当数据在100个以内时，按照数据的多少，常分成5~12组。^[1]

你能举出其他分组的例子吗？

3. 列频数分布表

对落在各个小组内的数据进行累计，得到各个小组内的数据的个数（叫做频数（frequency）），整理可得下面的频数分布表：

表 10-3 频数分布表

身高分组	划记	频数
$149 < x < 152$	丁	2
$152 < x < 155$	正一	6
$155 < x < 158$	正正丁	12
$158 < x < 161$	正正正丁	13
$161 < x < 164$	正正	10
$164 < x < 167$	正丁	6
$167 < x < 170$	丁	4
$170 < x < 173$	丁	2

从表 10-3 中可以看出，身高在 $155 < x < 158$ ， $158 < x < 161$ ， $161 < x < 164$ 三个组的人数最多，一共有 $12+13+10=41$ （人）。

因此可以从身高在 155 cm 至 164 cm（不含 164 cm）的同学中挑选参加比赛的同学。

[1] 对数据分组时，可以先确定组距，再根据组距确定组数；也可以先确定组数，再根据组数确定组距。

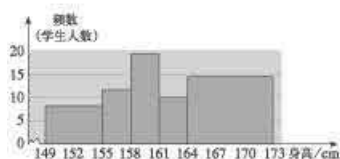
散，而组数太少，数据的分布就会过于集中，这都不便于观察数据分布的特征和规律。组数的确定应以是否能够较好地反映数据的分布特征和规律为标准。因此这个问题上，不是分这么多组就行、分那么多组就不行的问题，而是怎么样分组更合适一些的问题。

教科书提出的确定组数的规律，是一个经验法则。实际决定组数时，常常有一个尝试的过程。比如可以先确定一个组距，然后算出相应的

组数，最后根据这个组数对数据进行分组整理，看看这样分组是否能够较好地反映数据的分布规律。在尝试中，往往要比较相应于几个组距的组数，然后从中选定一个比较合适的组数。

组距和组数确定以后，就要根据组距和组数对数据分组。数据分组时，对数据要遵循“不重不漏”的原则。“不重”是指一个数据只能分在其中的一个组，不能在其他组中重复出现；“不漏”是指在所分成的所有组别中，每个数据都能

[1] 对于不等距分组的数据,就不宜用长方形的高来表示各组的频数.比如,把问题中的数据按如下方式不等距分组: $149 \leq x < 155$, $155 \leq x < 158$, $158 \leq x < 161$, $161 \leq x < 164$, $164 \leq x < 173$, 则每组的频数分别为 8, 12, 19, 10, 14. 如果用长方形高来表示各组的频数,直方图为



这时,直方图就不能直观反映出各区间频数的分布情况,如频数分布比较稀少的区间 $164 \leq x < 173$,反而给人频数比较密集的错误.

探究

上面对数据进行分组时,组距取 3,把数据分成 8 组.如果组距取 2 或 4,那么数据分成几组? 这样能否选出需要的 40 名同学呢?

4. 画频数分布直方图

如图 10.2-1,为了更直观形象地看出频数分布的情况,可以根据表 10-3 画出频数分布直方图 (histogram).

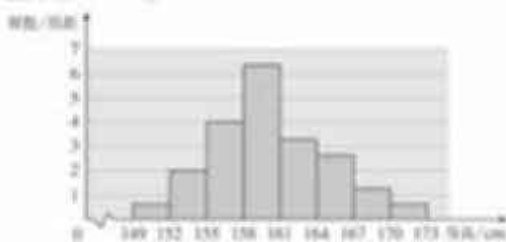


图 10.2-1

在图 10.2-1 中,横轴表示身高,纵轴表示频数与组距的比值,容易看出,

$$\text{小长方形面积} = \text{组距} \times \frac{\text{频数}}{\text{组距}} = \text{频数}.$$

可见,频数分布直方图是以小长方形的面积来反映数据落在各个小组内的频数的大小,小长方形的高是频数与组距的比值.

等距分组时,各小长方形的面积(频数)与高的比是常数(组距).因此,画等距分组的频数分布直方图时,为画图与看图方便,通常直接用小长方形的高表示频数.例如,图 10.2-1 表示的等距分组问题通常用图 10.2-2 的形式表示.

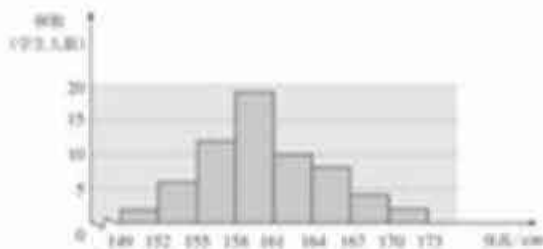


图 10.2-2

分在其中的某一组中,不能遗漏.分组时,为了使数据“不重不漏”,统计中有不同的方法.教科书中采用了“上限不在内”的原则.例如,身高为 152 cm 的数据在 $152 \leq x < 155$ 小组,而不在 $150 \leq x < 152$ 小组.

4. 将数据分组后,就可以列出频数分布表.例如表 10-3 就是一个频数分布表.从频数分布表中,我们可以看出数据分组的情况、每一小组频数的多少,以及频数分布的情况.教科书在表

10-3 的下面给出了从这个频数分布表所获得的信息,这些信息为解决本节开始时提出的问题提供了方法.

5. 通过数据分组后形成的频数分布表,可以初步看出数据分布的一些特征和规律.为了将频数分布表中的结果直观、形象地表示出来,常画出频数分布直方图.频数分布表在数量表示上比较确切,而频数分布直方图比较直观,两者放在一起,可相互补充,从而使我们对数据的频数

例 为了考察某种大麦穗长的分布情况，在一块试验田里抽取了100根麦穗，量得它们的长度如下表（单位：cm）：

4.5	6.4	6.2	5.8	5.9	5.9	5.7	6.0	5.4	6.4
5.8	5.5	6.0	6.3	5.1	6.5	5.3	5.9	5.5	5.8
6.2	5.4	5.0	5.0	6.8	6.0	5.0	5.7	6.0	5.5
6.8	6.0	6.3	5.5	5.0	6.3	5.2	6.0	7.0	6.4
6.4	5.8	5.9	5.7	6.8	6.6	6.0	6.4	5.7	7.4
6.0	5.4	6.2	6.0	6.8	5.8	6.3	6.0	6.3	5.6
5.3	6.4	5.7	6.7	6.2	5.6	6.0	6.7	6.7	6.5
5.5	6.2	6.1	5.3	6.2	6.8	6.4	6.7	5.7	5.7
5.8	5.3	7.0	6.0	6.0	5.9	5.4	6.0	5.2	6.0
6.3	5.7	6.8	6.3	6.3	5.6	6.3	6.0	5.8	6.3

列出样本的频数分布表，画出频数分布直方图。

解：（1）计算最大值与最小值的差。

在样本数据中，最大值是7.4，最小值是4.0，它们的差是

$$7.4 - 4.0 = 3.4.$$

（2）决定组距与组数。

在本例中，最大值与最小值的差是3.4，如果取组距为0.3，那么由于

$$\frac{3.4}{0.3} \approx 11 \frac{1}{3}.$$

可分成12组，组数适合，于是取组距为0.3，组数为12。

（3）列频数分布表。

表 10-4

分组	标记	频数
4.0 < x < 4.3	—	1
4.3 < x < 4.6	—	1
4.6 < x < 4.9	┆	2
4.9 < x < 5.2	正	5
5.2 < x < 5.5	正正—	11
5.5 < x < 5.8	正正正	15
5.8 < x < 6.1	正正正正正—	28
6.1 < x < 6.4	正正—	13
6.4 < x < 6.7	正正—	11
6.7 < x < 7.0	正正	10
7.0 < x < 7.3	┆	2
7.3 < x < 7.6	—	1
合计		100

分布情况了解得更加清楚。

6. 直方图的特点是利用小长方形的面积来反映数据落在各小组内的频数大小。为此，要建立一个坐标系，其横轴表示数据，上面的每个小段（组距）就是小长方形的底；纵轴表示小长方形的高。为了使小长方形的面积能表示各组的频数，小长方形的高必须构造成为频数与组距的比值。

对于等距分组（各组的组距相等）的数据，

为了画图与看图方便，通常直接用小长方形的高表示频数。教学中不必过多涉及一般直方图，而应重点介绍用长方形的高表示频数的直方图，练习题与作业题也应控制在这种直方图上。

7. 直方图与条形图不同，条形图（纵置时）是用长方形的高表示各类别（或组别）频数的多少，其宽度是固定的；直方图是用长方形的面积表示各组频数的多少（等距分组时，可以用长方形的高表示频数），长方形的高表示各组单位组

[1] 从一组数据的频数分布, 可以看出这组数据的分布规律. 至于对这组数据总体分布的估计, 则超出了本册教科书的要求.

(4) 画频数分布直方图.

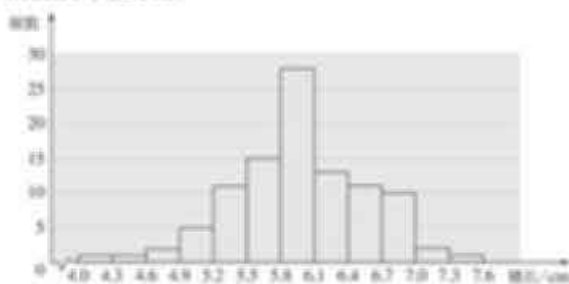


图 10.2-3

从表 10-4 和图 10.2-3 看到, 麦穗长度大部分落在 5.2 cm 至 7.0 cm 之间, 其他范围较少. 长度在 $5.8 < x < 6.1$ 范围内的麦穗根数最多, 有 28 根, 而长度在 $4.0 \leq x < 4.3$, $4.3 \leq x < 4.6$, $4.6 \leq x < 4.9$, $7.0 \leq x < 7.3$, $7.3 \leq x < 7.6$ 范围内的麦穗根数很少, 总共只有 7 根.[1]

练习答案

(图略).

相比之下, (2) 中的分组较好地说明了费尔兹奖得主获奖时的年龄分布.

练习

下面数据是截至 2010 年费尔兹奖得主获奖时的年龄.

29	39	35	33	29	28	33	35
31	31	37	32	38	36	31	39
32	28	27	34	29	34	38	32
35	36	33	29	32	35	36	37
28	28	40	38	37	39	38	34
33	40	38	36	37	40	31	38
28	40	40	37				



费尔兹奖是国际数学界最高荣誉的一个数学奖项, 每 4 年评选一次, 主要授予年轻的数学家. 美国数学家保罗·厄尔多斯 (1913 年出生) 1982 年获费尔兹奖.

请根据下面不同的分组方法列出频数分布表, 画出频数分布直方图, 比较哪一种分组能更好地说明费尔兹奖得主获奖时的年龄分布.

- (1) 组距是 2, 各组是 $28 < x < 30$, $30 < x < 32$, ...;
 (2) 组距是 5, 各组是 $25 < x < 30$, $30 < x < 35$, ...;
 (3) 组距是 10, 各组是 $20 < x < 30$, $30 < x < 40$, ...

距的频数 (即频数/组距), 长方形的宽表示各组的组距, 各长方形的高和宽都有意义. 此外, 由于分组数据具有连续性, 直方图的各长方形通常是连续排列, 中间没有空隙, 而条形图则是分开排列, 长方形之间有空隙.

8. 练习中的这道题是要让学生体会对一组数据, 采用不同的分组, 将得到不同的频数分布. 组数确定得合适, 数据的分布规律会呈现得较为清楚, 组数确定得不合适, 数据的分布规律将呈

现得比较模糊. 例如, 对于这个练习题, 如果组距取 2 或 10, 相应的组数取 8 或 3, 得到的频数分布规律就比较模糊, 而组距取 5, 把数据分成 4 组, 得到的频数分布规律比上面的两种清楚.

习题 10.2

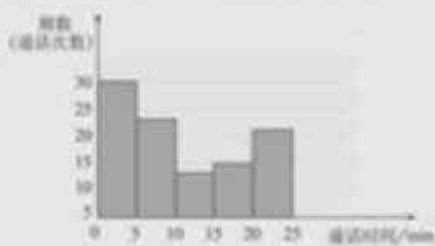
1. 习题 10.2 主要是让学生熟悉本节所学的用频数分布直方图描述数据的方法, 以及利用频数直方图分析数据中蕴含的信息.

习题 10.2

复习巩固

1. 江涛同学统计了他家10月份的长途电话详细清单, 按通话时间画出直方图(如图):

- (1) 他家这个月一共打了多少次长途电话?
- (2) 通话时间不足10 min的多少次?
- (3) 哪个时间范围的通话最多? 哪个时间范围的通话最少?



2. 从蔬菜大棚中收获到50株西红柿秧上小西红柿的个数:

28 62 54 29 32 47 68 27 55 43
 35 79 49 54 23 82 14 20 32 91
 61 59 47 54 45 71 49 34 39 32
 85 85 48 58 59 64 91 67 54 57
 68 54 71 24 59 42 58 52 52 70

请按组距为10将数据分组, 列出频数分布表, 画出频数分布直方图, 分析数据分布的情况.

综合运用

3. 体育委员统计了全班同学60秒跳绳的次数, 并列出下面的频数分布表:

次数	$80 \leq x < 90$	$90 \leq x < 100$	$100 \leq x < 110$	$110 \leq x < 120$	$120 \leq x < 130$	$130 \leq x < 140$	$140 \leq x < 150$
频数	2	1	21	15	8	4	1

- (1) 全班有多少学生?
- (2) 组距是多少? 组数是多少?
- (3) 跳绳次数 x 在 $100 \leq x < 110$ 范围的学生有多少人? 占全班学生的百分之几?
- (4) 画出适当的统计图表示上面的信息.
- (5) 你怎样评价这个班的跳绳成绩?

在“复习巩固”的两道题目中, 第1题要求根据直方图回答几个问题, 也就是要求读出直方图中的信息. 在这个直方图中应注意横轴和纵轴的意义, 横轴表示通话时间, 纵轴表示频数, 即通话的次数, 并不是“频数/组距”. 对等距分组的直方图, 教科书中的练习或习题都用高表示频数.

第2题明确给出了组距, 学生只需根据这个组距来确定组数, 并对数据分组, 得到数据的频数分布. 实际分组时, 对于表示第一组范围的左

端点, 可以取这组数据的最小值, 但有时为了方便, 也可取小于这组数据的最小值的数作为第一组的左端点. 例如, 本题中, 给定一组数据的最小值是16, 为了统计方便, 第一组可以取 $15 \leq x < 25$, 即第一组的左端点是15, 小于给定数据的最小值16. 这种情况在本节的练习中也遇到了.

2. “综合运用”的两道题目都要求画出统计图描述数据. 第3题给出了频数分布表, 要求根据这个统计表回答一些问题, 并用适当的统计图

[1] 教学时, 可以让学生以小组合作的方式完成本题. 不同的小组对数据进行不同的分组, 作出相应的频数分布表和频数分布直方图. 各小组交流结果, 比较哪一种分组给出的频数分布更清楚, 更有利于为面粉批发商提出建议.

[2] 有条件的学校还可以试着用其他的软件画统计图.

4. 一家面粉批发商统计了近 48 个星期的销售量 (单位: t):

24.4	19.1	22.7	20.4	21.0	23.6	22.8	20.9	21.8	18.6
24.3	20.5	19.7	23.5	21.6	19.8	20.3	22.4	20.2	22.9
21.9	22.3	21.4	19.2	23.3	20.5	22.1	22.7	23.2	21.7
21.1	23.1	23.4	23.9	21.0	24.1	18.5	21.5	24.4	22.6
21.0	20.0	20.7	21.5	19.8	19.1	19.1	22.4		

请你根据这组数据, 列出频数分布表, 画出频数分布直方图, 并分析这家面粉批发商每周星期的销售量多少吨比较合适.^[1]

拓广探索

3. 下面是 2009 年全国一些省 (自治区、直辖市) 的城市园林绿地面积 (单位: km²).

北京	61 485	上海	116 929	湖北	54 864	云南	22 372
天津	17 369	江苏	214 989	湖南	42 949	西藏	2 174
河北	60 923	浙江	74 362	广东	491 004	陕西	23 426
山西	27 973	安徽	67 264	广西	37 812	甘肃	14 702
内蒙古	29 585	福建	41 330	海南	48 947	青海	3 290
辽宁	84 145	江西	37 596	重庆	32 451	宁夏	14 525
吉林	34 755	山东	146 993	四川	66 817	新疆	38 209
黑龙江	64 214	河南	62 947	贵州	27 771		

根据上面提供的数据, 分析 2009 年这些地区的城市园林绿地面积的分布情况.

信息技术应用

利用计算机画统计图

在计算机上画统计图不仅快捷方便, 而且画出的统计图标准、美观. 我们可以用电子表格画统计图. 下面以画图型图 10.1-1 (2) 为例, 简单介绍一下操作过程.^[2]

1. 打开电子表格 (如 Excel) 软件, 按列 (或行) 输入数据并选中它 (图 13).
2. 利用数据图表功能, 打开 “图表向导” 窗口 (图 13).

表示统计表中的信息. 根据数据的特点和频数分布表, 可以选用不同的统计图 (例如用频数分布直方图和扇形图等), 从不同的角度表示统计表中的信息. 关于这一点, 教学中要注意引导学生选用多个统计图描述数据, 并注意比较各种统计图的特点.

第 4 题要考察一组给定数据的频数分布. 这里首先需要考虑确定组距、组数, 对数据适当分组的问题. 对于这点, 教学时要注意提醒学生选

择不同的组距、组数进行尝试, 从中找到一种适中的分组. 另外, 教学中也要提醒学生注意, 在对数据分组的问题上, 不是分这么多组就行, 分那么多组就不行的问题, 而是怎样分组更合适一些的问题.

3. “拓广探索” 的题目提供了一个带有数据的背景资料, 要求学生根据这些材料, 提出具体问题, 通过收集、整理、描述和分析数据等数据处理的活动来回答这些问题. 根据这些材料, 学



图 1



图 2

3. 在“标准类型”的“图表类型”中选择“饼图”（饼图图），点击“下一步”，出现窗口（图 3）。



图 3



图 4

4. 选择“对”，点击“下一步”，出现窗口（图 4）。

5. 在“数据标志”的“数据标志位置”中选择“百分比（P）”，并点击完成，就可以画出饼图。

利用电子表格不仅能够画饼图，还可以画出其他类型的统计图，请利用电子表格画直方图 10.1-1 (1) 和立方图 10.2-2。

生可以从不同的角度提出不同的问题，解决问题的策略也不尽相同，得到的结论也各不相同，因此这道题目具有一定的开放性。

信息技术应用

随着信息技术的发展，越来越多的统计软件问世，利用统计软件可以作出符合各种需要的统计图。教科书以常用的电子表格软件为例，简单介绍了使用计算机制作统计图的方法，对于有条

件使用计算机的学校，教学时可以让学生学习这个选学内容，体会计算机在处理统计问题中的作用。

[1] 课题学习的标题“从数据谈节水”指出了活动的重点,希望学生根据查阅统计资料和从事统计调查活动所得的结果来谈论有关节水问题,就是要用数据说话。教学中不要偏离主题。

另外,教学时,也可以根据学生的实际情况,选用其他的课题展开统计调查活动。

[2] 由于篇幅的限制,这里的背景资料很有限,教学时,可以让学生查找更多的资料,丰富调查活动。

10.3 课题学习 从数据谈节水^[1]

阅读下面资料。^[2]

地球上的水包括大气水、地表水和地下水三大类。地表水可分为海洋水和陆地水。陆地水又可分为冰川、河流、湖泊等。地球上水的总体积是14.2亿 km^3 。其中,海洋水约占96.53%以上,淡水约占2.53%。而在淡水中,大部分在两极的冰川、冰盖和以地下水的形式存在,其中冰川、冰盖占77.2%,地下水占22.4%,而人类可以利用的水还不到1%。

目前,由于世界人口增长,水污染以及水资源浪费等原因,使全世界面临着淡水资源不足的问题。世界各国特别是发展中国家水资源紧缺问题越来越严重。发展中国家因病死亡事件中80%与缺水和水资源污染有关。

我国是世界上严重缺水的国家之一。中国年水资源总量约为 2.75×10^{11} 亿 m^3 ,居世界第六位,人均占有水量仅为2400 m^3 左右,只相当于世界人均的 $\frac{1}{4}$,居世界第110位。中国已被联合国列为13个贫水国家之一。

随着水利事业的发展,我国的水利建设工程取得了突飞猛进的发展。但由于经济的进一步发展和人们生活用水量的日益增长,水资源供应和需求出现了日益尖锐的矛盾。缺水状况在全国范围内普遍存在。以城市供水为例,全国大约670个城市中,一半以上不同程度缺水,其中严重缺水的有110多个。20世纪80年代以来,我国北方许多大中城市因缺水致使居民定量供水,电厂、工厂停产或限产。

我国一方面存在水资源供不应求的情况,另一方面水资源得不到合理利用。例如,2005年,全国农业用水量达3664亿 m^3 ,占全国总用水量的62%。但在灌溉农田时,有60%左右的水消耗于蒸发渗透;全国工业用水量为1401亿 m^3 ,而水的重复利用率仅为50%左右,全国生活用水量逐年上升,如下页表所示,这除了与人口增长有关,生活中浪费水的现象也不容忽视。



134 第十节 数据收集、整理与描述

1. 本章的“课题学习”具有一定的综合性和活动性。活动的主题是与生态环境有关的节水问题,也是学生熟悉和感兴趣的。课题学习不但让学生再次感受到统计可以帮助我们了解周围世界的现状,为我们制定决策提供依据,也是对学生进行人文教育的好机会。

2. 活动一要求学生根据背景资料进行统计活动。为了使活动更加丰富,教学时可以引导学生查阅其他一些资料,获得更多的关于水资源储

量、分布和利用的数据,对这些数据进行处理,挖掘数据后面的信息,得到更多的结论。

在第1题中,为了了解地球上水资源的分布情况,可以让学生查阅资料,了解更多的水资源的构成以及各组成部分的储量。重点在于选择合适的统计图描述数据。

解答第2题,要从已有数据中挖掘信息。

第3题要求用趋势图表示数据的变化趋势并进行预测。因为散点落在某条直线的附近,呈现

2000~2008年全国生活用水量

(单位: 亿 m^3)

年份	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
用水量	577	604	634	671	701	727	764	796	829

水资源的短缺已成为制约社会和经济发展的的重要因素, 合理利用水资源是人类可持续发展的当务之急, 而节约用水是水资源合理利用的关键所在, 是最快捷、最有效、最可行的保护水资源可持续发展的途径之一, 我们每个人都应该有节约用水的意识, 积极参与节水行动, 这是实现水资源合理利用的前提和保证.

一、根据阅读材料, 完成下列问题.

1. 请给短文配上合适的统计图形, 直观地表示地球上水资源和淡水资源的分布情况.

2. 根据国外的经验, 一个国家的用水量超过其水资源总量的 20%, 就有可能发生“水危机”. 依据这个标准, 2008 年我国是否属于可能发生“水危机”的行列?

3. 由表“2000~2008 年全国生活用水量”可知, 全国生活用水量逐年上升, 若在平面直角坐标系中描出表中各对值所对应的点, 其中横坐标表示年份, 纵坐标表示年用水量 (图 10.3-1), 可以发现, 这些散点近似落在某条直线上.

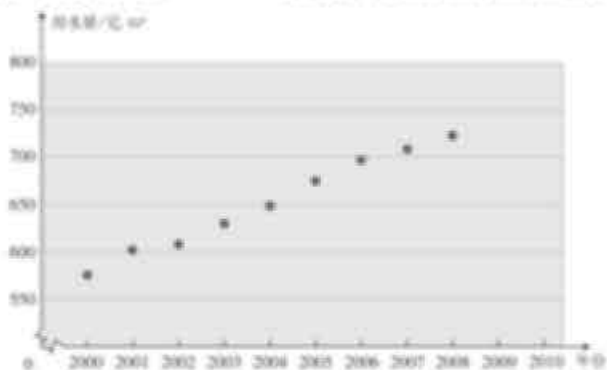


图 10.3-1

(1) 如果用靠近尽可能多散点的直线来表示用水量的这种发展趋势, 你能试着在图 10.3-1 上作出这条直线吗?

线性增长趋势, 所以可以引导学生利用直线去表示这种趋势, 预测未来用水量的发展. 对于用直线表示发展趋势的问题, 原则上可以画出很多条直线, 教师可以引导学生思考和讨论如何画出合适的直线、如何制定“合适直线”的标准, 如“过尽可能多的点”“把散点个数分成相等的两部分”等. 标准不唯一, 但有合理和不合理之分. 教科书给的标准是“靠近尽可能多的散点”, 是直观的标准, 所画的直线也是定性刻画. 在后续

高中的学习中, 会学习如何定量地求离所有散点“距离”最近的直线. 学生可以根据自己作的趋势图预测 2009 年和 2010 年的全国生活用水量, 并与查阅的实际数据比较, 体会统计方法的特点, 感悟随机现象中的规律性.

3. 活动二首先要要求学生通过统计调查来收集数据. 调查问卷中所包含的内容, 除了完成本活动所需要的信息外, 还应该考虑整个活动, 尤其要考虑为最后写出调查报告作准备. 例如, 调

(2) 根据所作直线, 估计 2009 年和 2010 年的全国生活用水量, 并和自己查得的这两年实际的用水量进行比较. 你的估计准确吗? 为什么?

二、进行统计调查, 完成统计报告.

请以小组为单位, 以“家庭人均月生活用水量”为题, 在全校范围内开展一次统计调查活动, 并完成一篇调查报告.

1. 指出调查目的, 调查对象, 调查问卷, 调查方法.
2. 用表格整理收集到的数据, 用直方图描述数据, 并分析数据中蕴含的信息.
3. 计算或估计全校同学家庭人均月生活用水量的平均数, 并与全国人均月生活用水量比较.
4. 结合我国水资源短缺的形势, 谈谈节约用水的意义, 以及节约用水如何从我做起.

查问卷中可就人们是否具有节约用水的意识设计问题, 也可以就人们是否有某种浪费生活用水的不良习惯设计问题等.

为了使样本估计总体的效果好些, 应选择与学校中学生的总人数有关的样本容量, 这里教师可以给予适当的指导. 具体抽取样本时, 要让学生在确定方案前讨论各种抽取方式是不是满足简单随机抽样的要求, 然后再具体组织实施.

4. 撰写调查报告, 可以采用不同的形式,

比如可以采用科学小论文的形式等. 在撰写调查报告时, 应注意体现数据的作用, 尽量用数据、统计图表等代替冗长的文字叙述, 使报告更具科学性和说服力.

数学活动

活动1 用简单随机抽样方法估计全班同学的平均身高

小组合作完成下列活动：
根据本班人数准备相同数量的小纸片，
这些小纸片没有明显差别。

1. 调查并记录全班每个同学的身高，
分别写在不同小纸片上，算出全班同学的平均
身高，然后把所有的小纸片放在一个纸盒里。

2. 充分搅拌盒中的纸片，随意抽取15
张纸片作为一个样本，计算纸片上数字的平
均值，将抽取的纸片放回纸盒。

3. 比较样本平均身高和全班平均身高，说说你对这个结果的看法。

4. 重复上述步骤2若干次，把每次求得的样本平均身高和全班平均
身高作比较，你有什么发现？^[1]



活动2 谁的反应快

准备一把带刻度的直尺，和一位同学合
作测量反应速度。

第一步，伸出一只手，拇指和其余四指
分开；

第二步，让同伴把直尺直立，刻度0在
下方，拿到你的拇指和四指之间，使刻度0
的位置与拇指在同一高度，然后松手，你要
以最快的速度抓住直尺；

第三步，记录手抓住直尺上的刻度 l （单位：cm）；

第四步，重复试验10次，记录并整理试验所得数据。

在10次试验中，所得 l 的最大值和最小值各是多少？ l 的平均值是多
少？ l 的值与反应速度有什么关系？与你的同伴对调，并重复上面的过程，
看看谁的反应速度快。^[2]



第十章 数据的收集、整理与描述 117

[1] 在活动中，简单随机样本的平均身高有可能会
出现偏离全班平均身高比较
远的情况，这体现了样本的
随机性。但是多次重复的情
况下，大多数的样本平均身
高应该会比较接近全班平均
身高的。

[2] 平均数受数据中的
极端值的影响较大，当一组
数据有极端值时，平均数一
般不能很好地代表这组数据
的平均水平，有时可以采用
去掉一个最大值和一个最小
值后，求剩余数据的平均数
的统计策略。

1. 本章的“数学活动”安排了两个活动。这些活动与前面的练习和习题有所不同，前面的练习或习题大多是给出了原始数据，要求学生根据这些原始数据从事数据处理的活动，而这里的数学活动，没有原始数据，需要学生首先从事收集数据的活动，然后再对所得数据进行处理。另外，在数据处理的过程中，这些活动需要灵活运用描述数据和分析数据的策略，因此这两个活动有较强的实践性和综合性。

2. 两个活动都要求学生通过一些小试验来获得数据，再对所得数据进行处理，根据数据处理的结果回答活动中提出的问题。同时，两个活动都强调让学生进行统计调查，经历收集数据和处理数据的基本过程。活动1是针对本章的统计调查的重点内容——简单随机抽样而设计的，目的是让学生切身经历用简单随机抽样抽取样本，感受在估计总体时样本的代表性和随机性。在活动2中，向学生渗透了用样本估计总体的思想。

[1] 条形图和折线图是前两个学段已经学过的内容，正文没有专门学习。教学中，可以根据学生掌握这两种统计图的实际情况进行适当复习。

小 结

一、本章知识结构图

数据处理的一般过程：



二、回顾与思考

为了更好地了解周围世界，根据现有信息作出合理推断和预测，我们经常需要有针对性地收集一些数据。

本章我们学习了两种收集数据的方法——全面调查和抽样调查。全面调查要考察全体调查对象，而抽样调查只考察部分调查对象。因为抽样调查是根据样本来推断总体，所以在设计抽样方案时，要注意样本对总体的代表性。简单随机抽样是一种基本且实用的抽样方法，它要求总体中的每一个个体有相等的机会被抽到。除了抽样方法要合理外，为了使样本能比较客观地反映总体，还要考虑样本容量的大小。

利用统计图表等整理和描述数据，有利于我们发现和探索数据中蕴含的规律，获取数据中的信息。不同的统计图从不同侧面描述了数据的特点，因此，选用合适的统计图描述数据，对发现和探索数据的特点和规律是很重要的。

请你看看下面的问题，复习一下本章的内容吧。

1. 什么是全面调查和抽样调查？它们各有什么优缺点？
2. 哪些情况下宜用全面调查？哪些情况下宜用抽样调查？
3. 为什么抽样调查可以当作了解总体的方法？为了使样本对总体有较好的代表性，抽样时要注意什么？
4. 简单随机抽样有什么特点？用简单随机抽样抽出的样本是否一定具有代表性？请举例说明。
5. 条形图、扇形图、折线图和直方图在表示数据方面各有什么特点？

138 第十节 数据的收集、整理与描述

1. 本章小结以数据处理的一般过程为线索，概括总结了本章的主要内容和重要的思想方法。小结与章前引言呼应，突出数据处理的过程，强调在统计活动中感受统计的思想方法。

2. “本章知识结构图”没有按各小节知识的展开情况设计，而是按照每一节都遵循的规律展示知识的内在联系。无论是 10.1 节的统计调查、10.2 节的直方图，还是 10.3 节的课题学习都是在重复着收集、整理、描述和分析数据得出结论

的过程，在这个过程中重点学习收集、整理和描述数据的常用方法。因此，数据处理的一般过程将我们所学的内容联系在一起。

3. “回顾与思考”总结了本章的主要内容及反映的思想方法。对本章内容的复习，应放在数据处理这个大环境下来进行，在收集、整理、描述和分析数据的基本过程中来审视统计调查方法和数据整理描述的策略和方法，使学生对本章的内容有更深刻的认识。教学时，可以结合几个具



条形图

能够显示数据中的具体数据



扇形图

能够显示部分与总体中所占的百分比



折线图

能够显示数据的变化趋势



直方图

能够显示数据的分布情况

复习题 10

复习巩固

- 要调查下列问题，你觉得应采用全面调查还是抽样调查？说说理由。
 - 检测某城市的空气质量；
 - 了解全国中学生的视力和用眼卫生情况；
 - 企业招聘，对应聘人员进行面试；
 - 调查某池塘中现有鱼的重量。
- 请指出下列哪些调查的样本缺乏代表性。
 - 了解全校同学喜欢课程情况，对某班同学进行调查；
 - 了解某小区居民的防火意识，对你们班同学进行调查；
 - 了解某种牌子的矿泉水销量，选在商店进行调查。
- 某医院调查本校六年级学生的体重，对六年级 20 名男生进行了调查，平均体重为 45 kg，你觉得这个可以作为六年级学生平均体重的估计吗？为什么？
- 为更好地开展体育运动，增强学生体质，学校准备在运动会期间购买一批运动鞋，供学生借用。六（2）班为配合学校工作，从全校各个年级共随机抽选了 20 名同学的数据，具体数据如下：

第十章 数据的收集、整理与描述 139

体实例来复习，使学生在用统计的方法解决问题的过程中，经历数据处理的基本过程，达到对本章主要内容进行全面复习的目的。

复习题 10

1. “复习题 10”对本章的内容进行了复习，重点是整个数据处理中的前三个环节：收集、整理和描述数据。

“复习巩固”第 1 题让学生体会抽样调查和

全面调查各自的特点，至于具体采取哪种调查方法，要根据具体的问题决定。

第 2, 3 题让学生体会样本代表性的好坏。

第 4 题是根据解决问题的需要，对已经给出的数据进行整理的题目，要用到样本估计总体的思想。

第 5 题体现了统计图形象、直观的作用。本题如果没有扇形图，对于通过计算得出的甲、乙、丙三个地区学生人数的相对数量就难以形成直观

35	37	36	35	37	38	37	38
36	37	37	35	35	34	34	35
35	36	37	36	38	39	37	35
36	35	36	37	33	34	40	36
35	34	35	36	37	38		

整理上面的数据,看看穿不同鞋号的同学各有多少,他们各占调查总人数的百分之几,请你对学校的鞋款给建议.

5. 某校学生来自甲、乙、丙三个地区,其人数比为 $2:7:3$,如图中所示的扇形图中上述分布情况.

(1) 如果来自甲地区的为100人,求这个学校学生的总数;

(2) 求各个扇形的圆心角的度数.

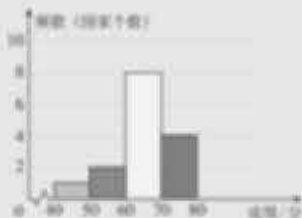


(第5题)

6. 下面是某年参加国际教育评估的15个国家学生的数学平均成绩(x)的统计图.

(1) 哪一个图能更好地说明一半以上国家的学生成绩在 $60 \leq x < 70$ 之间?

(2) 哪一个图能更好地说明学生成绩在 $70 \leq x < 80$ 的国家多于在 $50 \leq x < 60$ 的国家?



(第6题)



综合运用

7. 对“你觉得该不该在公共场所禁烟”作民意调查,下面是三名同学设计的调查方案.

同学A:我把要调查的问题放到访问量很大的网站上,这样大部分上网的人就可以看到调查的问题,并很快就可以反馈给我.

同学B:我给我们小区的居民每一户发一份问卷,一两天也就可以得到结果了.

同学C:我只要在报纸上调查一下同学就可以了,马上就可以得到结果.

上面三名同学能获得比较准确的民意吗?为什么?

的印象,教学中要注意这一点,本题也要注意让学生体会统计与其他数学内容的联系.

第6题将频数分布直方图和扇形图放在一起进行比较,可以使学生更好地认识这两种统计图的特点,这道题要求学生利用统计图中的信息来回答问题,属于读图层次的要求.

2.“综合运用”第7题是调查方案的评价,调查涉及的方式有比较现代的网络,也有比较传统的访问,主要考查的还是样本代表性的问题,

也就是调查的样本是否能很好地代表要考察的总体.教学中可以让学生发表各自的观点,通过讨论交流给出最后的评价结果.

第8题需要学生了解一些与现实生活和统计工作密切联系的名称(如“翻两番”).

第9题需要分析样本数据,并根据样本对总体进行估计,再做出决策,具有很强的现实意义.需要学生注意的是,在对总体进行推断时,要考虑样本获得的途径是否科学.

[1] “番”是按几何级数计算的，“翻两番”就是增加了300%。

8. 下表给出了我国2005~2010年国内生产总值(GDP).

年份	2005	2006	2007	2008	2009	2010
GDP/亿元	184 937	216 314	282 810	311 945	340 903	401 202

(1) 请选择合适的统计图描述表中的数据,并分析这几年国内生产总值的变化趋势.

(2) 如果到2020年国内生产总值比2005年翻两番^[1],那么2020年的国内生产总值是多少?增长了百分之几?

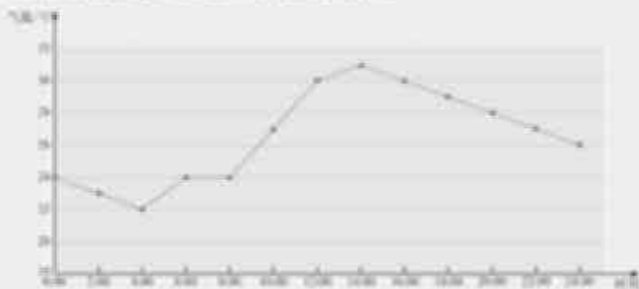
9. 某市某区城镇居民用水定额管理前,对居民生活用水情况进行了调查,下表是通过简单随机抽样调查获得的50个家庭去年的月均用水量(单位:t).

4.7	2.0	3.1	2.3	5.2	2.8	7.5	4.3	4.8	6.7
4.5	5.1	6.5	8.9	2.0	4.5	3.2	3.2	4.5	3.0
3.5	2.5	3.6	4.9	3.7	3.8	3.6	5.5	3.9	4.2
5.7	3.9	4.0	4.0	7.0	3.7	3.3	4.2	6.4	3.5
4.5	4.5	4.0	3.4	3.6	6.6	3.8	4.5	6.2	7.5

(1) 请选择合适的组数和组数,列出样本频数分布表,再由频数分布直方图,从直方图中你能得到什么信息?

(2) 为了鼓励节约用水,要确定一个用水量的标准,超出这个标准的部分按1.5倍价格收费,若要使50%的家庭水费支出受影响,你觉得家庭月均用水量应定为多少?为什么?

10. 下面的折线图描述了某地某日的气温变化情况.



(第10题)

(1) 这一天的最高气温是多少?什么时候达到最高气温?

(2) 这一天的最低气温是多少?什么时候达到最低气温?

(3) 你任这一天7时,11时,15时和19时的气温.

第10题对前两学段学过的折线图进行回顾.

第11题给出一组数据,要求根据这组数据进行统计分析.在进行统计分析的过程中,必然会遇到选择适当的统计图表示数据的问题.教学中要注意让学生选用多个统计图描述数据,并注意比较各种统计图的特点.另外,本题中,也要注意让学生体会对数据进行不同的分组,将会得到不同的频数分布,有些频数分布较好地呈现了数据的分布规律,而有些呈现得比较模糊.

在第12题中,设计抽样方案要考虑所在学校的实际情况,规模大的可以用抽样调查,规模小的可以用全面调查.两种方案没有绝对的对错之分.只要是学生已经权衡了不同方案在所在学校实施的利弊,并且是合理的就行.

3. “拓展探索”中的第13题,因为要比较男、女阅读上的差异,所以在设计抽样方案时,会涉及男、女是分开抽好,还是先一起抽后,再分别统计好的问题.

11. 在同一条件下, 对同一型号的 30 辆汽车进行耗油 1 L 时所行驶的路程的试验, 结果如下 (单位: km):

14.1 12.3 13.7 14.0 12.8 12.9 13.1 13.6
14.4 13.8 13.8 12.6 13.2 13.2 14.2 13.9
12.7 13.0 13.2 13.5 13.6 13.1 13.4 12.1
12.5 13.1 13.5 13.2 13.4 12.6

请统计分析汽车的耗油情况.

12. 请你设计一个抽样调查的方案, 了解自己所在学校有多少初中生帮父母做过家务.

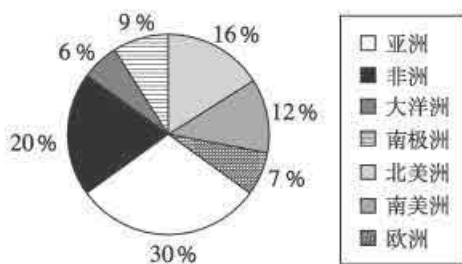
拓广探索

13. 高尔基说, “书, 是人类进步的阶梯.” 阅读可以丰富知识, 拓展视野, 充实生活——给我们带来种种好处. 请你设计一个调查方案, 了解你所在学校的同学课外阅读的情况, 并比较男、女生在阅读爱好和阅读量上是否有差异.

III 习题解答

习题 10.1

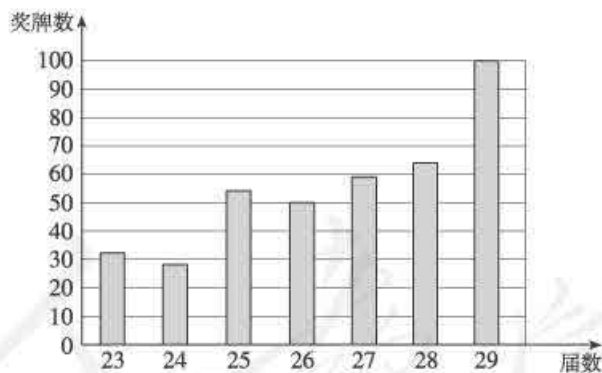
- (略).
- (2) 的提问更好. 因为 (1) 的提问明显透露了提问者的个人观点.
- (1) 全面调查; (2) 抽样调查; (3) 抽样调查.
-



(第 4 题)

由图可知, 亚洲和非洲占了世界陆地面积的一半, 亚洲的面积最大, 约占世界陆地面积的 30%, 世界上面积最小的洲是大洋洲, 其次是欧洲.

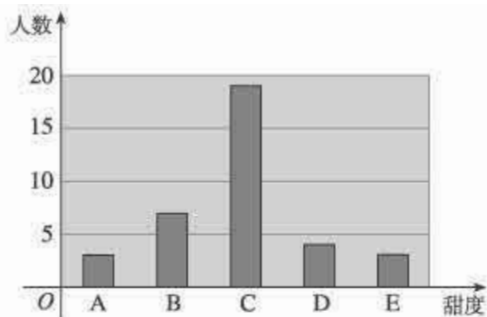
- (1) 386;
- (2) 条形图如图所示.



(第 5 (2) 题)

6.

甜度	划记	频数
A	下	3
B	正丁	7
C	正正正正	19
D	正F	4
E	下	3



(第6题)

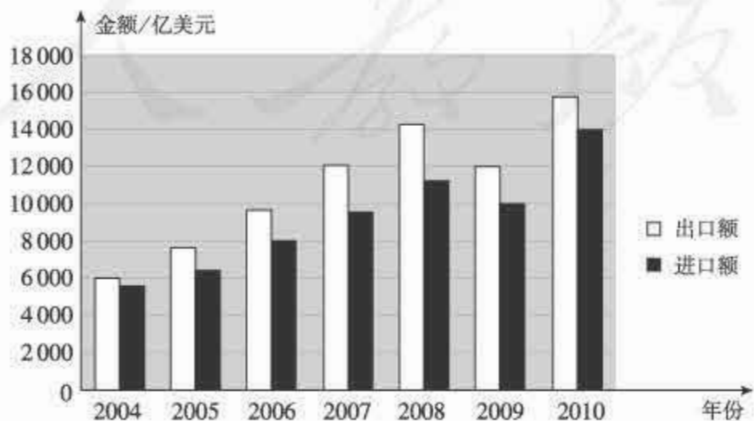
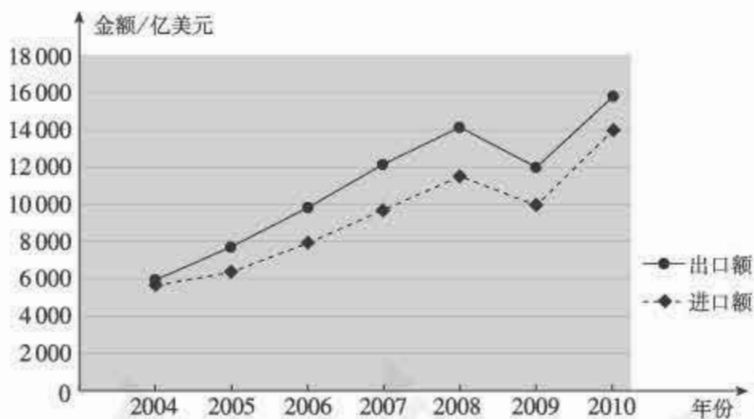
由上表和条形图可以看出,这种新点心的甜度适中.

7. 扇形图如图所示.



(第7题)

8. 用折线图和条形图分别描述如下:



(第8题)

从折线图或条形图可以看出, 2004年至2010年间的进出口额基本上逐年增加, 只有2009年例外, 相比前一年, 进出口额都出现明显下降. 还可以看出每年的出口额都大于进口额.

9. 户平均年收入约为1.8万元, 整村的年收入约为236.6万元, 村中户年收入超过1.5万元的约为65%.

10. 不合理. 因为小明调查的30个家庭中都至少有一个小孩在上学, 所以其教育费用支出对整个小区来说不具有代表性.

可以进行简单随机抽样调查, 例如对小区内各门牌号进行抽签, 然后按抽中的签号入户调查. 这样得到的样本比小明直接调查同学的家庭会更具有代表性.

11. (1) 右边的图; (2) 左边的图; (3) (略).

12. (略).

习题 10.2

1. (1) 约102次;

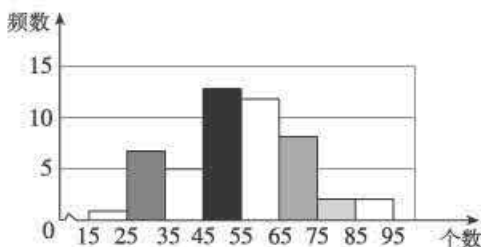
(2) 约53次;

(3) 0~5 min 的通话时间最多, 10~15 min 的通话时间最少.

2. 频数分布表:

个数 x	划记	频数
$15 \leq x < 25$	—	1
$25 \leq x < 35$	正丁	7
$35 \leq x < 45$	正	5
$45 \leq x < 55$	正正下	13
$55 \leq x < 65$	正正丁	12
$65 \leq x < 75$	正下	8
$75 \leq x < 85$	丁	2
$85 \leq x < 95$	丁	2
合计		50

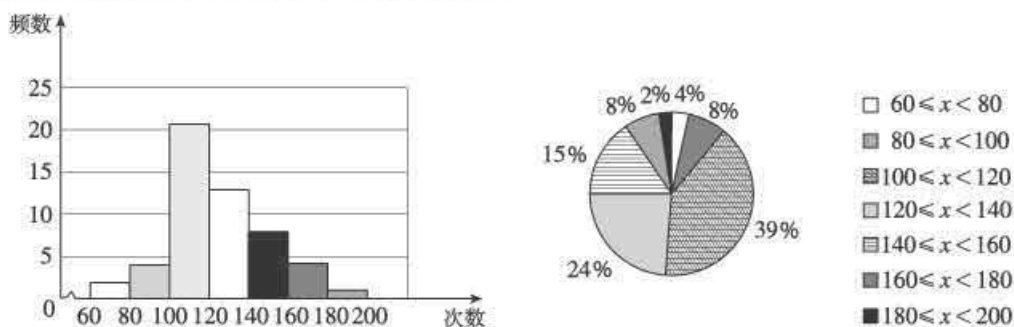
频数分布直方图:



(第2题)

从统计图表中可以看出，一株西红柿秧上结出西红柿的个数在 45~65 范围的最多，约占总株数的一半；其次，个数在 25~35 和 65~75 的共 15 株，占总株数的 30%；个数在 25 以下的只有 1 株，占总株数的 2%；个数在 75 以上的有 4 株，占总株数的 8%。

3. (1) 53 人；
 (2) 20, 7；
 (3) 34, 约 64%；
 (4) 用频数分布直方图和扇形图表示数据如下：



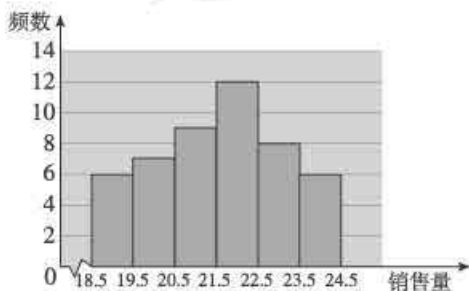
(第 3 (4) 题)

(5) (略).

4. 频数分布表：

销售量 x	划记	频数
$18.5 \leq x < 19.5$	正一	6
$19.5 \leq x < 20.5$	正丁	7
$20.5 \leq x < 21.5$	正己	9
$21.5 \leq x < 22.5$	正正丁	12
$22.5 \leq x < 23.5$	正下	8
$23.5 \leq x < 24.5$	正一	6
合计		48

频数分布直方图：



(第 4 题)

5. (略).

复习题 10

1. (3) 全面调查, (1)(2)(4) 抽样调查.
2. (1)(2)(3) 样本都不具代表性.
3. 不可以, 样本只能作为六年级男生体重的估计, 而不是所有六年级学生平均体重的估计.
- 4.

鞋号	划记	频数	百分比
33	一	1	3%
34	正	4	10%
35	正正	10	26%
36	正正	10	26%
37	正正	9	24%
38	丁	2	5%
39	一	1	3%
40	一	1	3%
合计		38	100%

由上表可以看出穿 35 号、36 号、37 号鞋的学生最多, 约占统计总人数的 76%. 因此可以建议学校购鞋时多买这 3 个号码的鞋, 比如各买 25% 左右, 此外可以适当购买 33 号、39 号、40 号等号码的鞋.

5. (1) 1 080 人; (2) 60° , 210° 和 90° .
6. (1) 扇形图; (2) 直方图.
7. 调查的总体是全体中国公民.

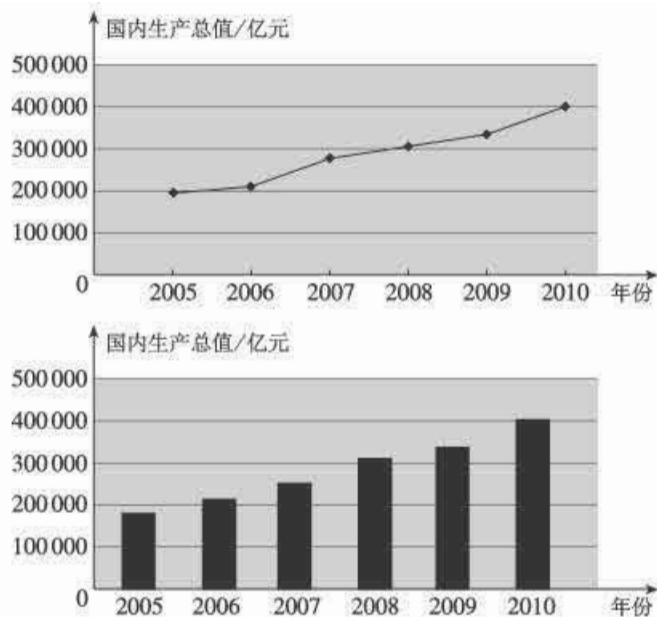
同学 A 的方案只考虑了上网且登录某网站的人群, 那些不能上网和上网但不登录该网站的人群被排除在外, 因此同学 A 的方案抽取的样本的代表性差.

同学 B 的方案考虑的人群是小区内的居民, 有一定的片面性. 因此同学 B 的方案抽取的样本的代表性差.

同学 C 的方案考虑的人群是本班同学, 有一定的片面性. 因此同学 C 的方案抽取的样本的代表性差.

因此, 这三种调查方案都有一定的片面性, 一般不能得到比较准确的答案.

8. (1) 用折线图或条形图描述数据如下:



(第 8 题)

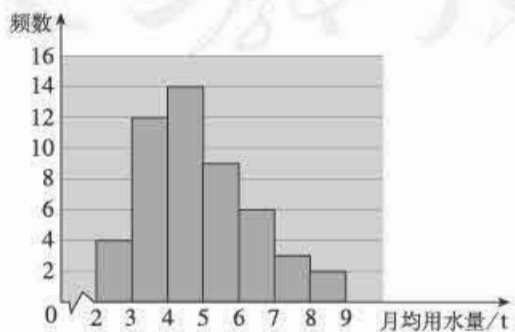
从折线图或条形图可以看出，2005 年至 2010 年间的国内生产总值逐年增加，呈现线性的增长趋势；

(2) 739 748 亿元，300%。

9. (1) 选组距为 1，组数为 7。频数分布表为：

月均用水量	划记	频数	百分比
$2 \leq x < 3$	正	4	8%
$3 \leq x < 4$	正正丁	12	24%
$4 \leq x < 5$	正正正	14	28%
$5 \leq x < 6$	正正	9	18%
$6 \leq x < 7$	正一	6	12%
$7 \leq x < 8$	下	3	6%
$8 \leq x < 9$	丁	2	4%
合计		50	100%

频数分布直方图为：



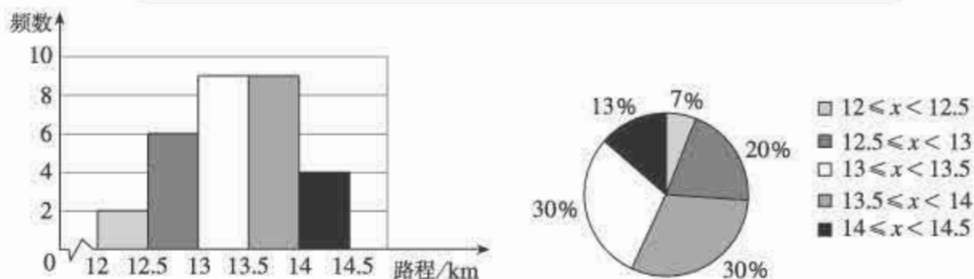
(第 9 题)

(2) 标准定为 5 t. 因为 50 个家庭的数据是通过简单随机抽样获得的, 样本中家庭月均用水量不超过 5 t 的占 60%, 由样本估计总体, 可以推断约 60% 的家庭水费支出不受影响.

10. (1) 31°C , 14: 00; (2) 22°C , 4: 00; (3) 24°C , 28°C , 30.5°C , 29°C .

11. 将数据适当分组整理, 得到统计图表如下:

路程 x	划记	频数	百分比
$12 \leq x < 12.5$	丁	2	7%
$12.5 \leq x < 13$	正一	6	20%
$13 \leq x < 13.5$	正正	9	30%
$13.5 \leq x < 14$	正正	9	30%
$14 \leq x < 14.5$	正	4	13%
合计		30	100%



(第 11 题)

这种汽车耗油一升可行驶 12 km 以上, 最多可行驶 14.4 km, 且其中超过 70% 的汽车可行驶 13 km 以上.

12. (略).

13. (略).

IV 教学设计案例

10.1 统计调查 (第 2 课时)

一、内容和内容解析

1. 内容

抽样调查.

2. 内容解析

统计调查分全面调查和抽样调查. 全面调查收集到的数据全面、准确, 但一般花费多、耗时

长。现实中存在很多无法或者不必要实施全面调查的情况，这时就需要通过抽样调查来收集数据。与全面调查需考察总体中的所有个体不同，抽样调查是根据调查的目的和任务要求，从总体中抽取部分个体作为样本进行观察，然后用所得到的样本数据来推断总体，其中蕴含着部分估计总体的统计思想。如何抽取“好”（即有代表性）的样本，客观地反映总体，是我们最关心的问题。简单随机抽样是一种简单且实用的抽样方法，它的特点是使总体中的每一个个体都有相等的机会被抽到。这样抽取的样本，在一定的样本容量下，一般具有较好的代表性，既达到估计总体的目的，又能节省人力、物力，体现出抽样调查的优越性。

通过上述分析，可知本节课的教学重点是：抽样调查的必要性和简单随机抽样调查。

二、目标和目标解析

1. 目标

(1) 了解抽样调查及相关概念。

(2) 了解抽样调查的必要性和简单随机抽样调查，初步体会样本估计总体的思想。

2. 目标解析

达到目标（1）的标志是：学生能用自己的语言描述什么是抽样调查，能通过实例解释什么是总体、个体、样本、样本容量，以及样本与总体的关系。

达到目标（2）的标志是：学生能够判断出一个给定的调查，是全面调查还是抽样调查，能够举出一些利用抽样调查进行调查的例子；能根据不同的实际背景选择合适的调查方式，会用简单随机抽样的方法选择样本，实施抽样调查，并举例说明抽样调查的必要性和用自己的语言简单解释简单随机抽样的合理性。

三、教学问题诊断分析

学生以往的学习内容中，多是以确定性为主的知识。虽然学生在前一阶段学习了统计图表、用全面调查收集数据，并对统计活动有了初步的认识，但抽样调查中统计结果的不确定性会导致学生出现对统计结果的怀疑和对统计的科学性的质疑。在抽取样本时，由于学生生活阅历上的限制，对于如何使得样本具有比较好的代表性容易束手无策，对于抽取样本时随机选取与样本的代表性的关系难于理解。

本节课的难点是：抽样调查中用样本估计总体的合理性。

四、教学过程设计

1. 创设情境，体会抽样调查的思想方法

某中学共有 2 000 名学生，想了解全校学生对新闻、体育、动画、娱乐、戏曲五类电视节目的喜爱情况。

问题 1 请同学们想一想怎样调查。

师生活动：学生回答：抽取一部分学生进行调查，然后根据调查数据，推断出整个学校学生对这五类节目的喜爱情况。教师指出，这就是另外一种调查方法——抽样调查。接着，教师给出抽样

调查的概念，并举例说明：厨师在煮一大锅汤时，先要将汤搅拌均匀，尝一口就能知道整锅汤的味道，这就是抽样调查的方法。

（学生可能回答：用全面调查的方法，对全校学生逐个进行调查，然后整理收集到的数据，统计出全校学生对五类电视节目的喜爱情况。此时，教师可以追问：用这种方法进行调查有什么优缺点？哪个小组想出了不同的调查方法？然后，学生在教师的引导下想到抽取一部分学生调查的方法。）

设计意图：学生通过观察、归纳、思考、抽象、概括实例，了解抽样调查的有关概念，体会抽样调查方法蕴含的统计思想。

问题 2 厨师在尝汤前，为什么先要将汤搅拌均匀呢？

师生活动：学生回答：将汤搅拌均匀，使一口汤的味道能代表整锅汤的味道。

教师追问：尝汤可以估计出整锅汤的味道，和全面调查有所不同，用的是抽样调查的方法。你能说出抽样调查方法的一些特点吗？

师生活动：学生回答：用一部分代表全体。

设计意图：通过尝汤，使学生明白全面调查方法在某些调查中并不可行，体会抽样调查的必要性，以及用样本估计总体的合理性。

问题 3 你还能举出一些利用抽样调查方法进行调查的例子吗？

师生活动：学生举例。

（例如，了解一个城市学生的身高情况，了解北京某天空气的质量，了解外地游客对北京旅游服务行业的满意度，兵工厂考察一批炮弹的杀伤范围等。）

设计意图：让学生通过举例，体会抽样调查除具有花费少、省时省力的特点外，还适用一些不宜用全面调查的情况。

问题 4 在这个调查中，你能分别说出什么是个体、总体、样本、样本容量吗？

师生活动：学生回答。

设计意图：让学生熟悉有关概念。

2. 小组讨论，体会样本的代表性

问题 5 活动中用抽样调查的方法如何选取部分学生？说明你这样选取为什么合理。

师生活动：学生回答抽取的方法并说明理由。

（例如，在操场随机采访若干名同学，在学校门口随机采访若干名同学，每个班抽取相同学号的同学，在图书馆随机采访若干名同学，用电脑把全校学生编号，随机摇号选取若干名同学等。）

教师追问：活动中抽取样本时，抽取多少学生比较合适？选取样本时使每一个个体有相等的机会被抽到，为什么？

师生活动：学生回答。教师给出概念：抽取样本的过程中，总体中的每一个个体都有相等的机会被抽到，像这样的抽样方法是一种简单随机抽样。

设计意图：学生通过分析和讨论，感受选取样本时每一个个体要有相等的机会被抽到，进一步体会选取样本时要注意随机选取，以及选取方式与样本的代表性的关系。

3. 设计方案，体会抽样调查的全过程

问题 6 表 1 是某位同学制作的样本容量为 100 的调查数据统计表。

表 1

节目类型	划记	人数
A 新闻	正一	6
B 体育	正正正正丁	22
C 动画	正正正正正正	29
D 娱乐	正正正正正正正正	38
E 戏曲	正	5
合 计		100

你能用扇形图描述表 1 中的数据吗？

师生活动：学生制作扇形图（图 1），直观表示有关数据。

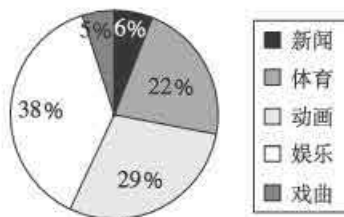


图 1

设计意图：用扇形图描述数据，直观展示喜爱五类节目人数的百分比。

问题 7 这位同学对数据进行了分析，得到样本的情况，调查活动是否结束了？如果没有，还需要做什么？如果结束了，请说明理由。

师生活动：学生根据是否达到调查目的判断调查活动是否结束。

设计意图：让学生体会用样本估计总体的统计思想。

问题 8 你能总结一下用抽样调查的方法进行调查的过程吗？

师生活动：师生共同总结，并用框图（图 2）表示抽样调查的过程。



图 2

设计意图：让学生结合例子总结利用抽样调查的方法解决实际问题的流程，同时体会、领悟抽样调查中样本估计总体的思想和随机的思想等。

4. 归纳小结

师生共同回顾本节内容，并请学生回答下列问题：

- (1) 什么是抽样调查？
- (2) 什么样的调查适合用抽样调查方法？
- (3) 你认为在抽取样本时应注意什么？
- (4) 简单随机抽样的特点是什么？

师生活动：学生回答问题，梳理本章所学内容。

设计意图：通过小结，归纳出本节课的核心概念、核心思想和方法，同时了解学生仍存在的问题，并帮助学生解决。

5. 布置作业

教科书习题 10.1 第 3, 6 题.

五、目标检测设计

1. 要调查某校初三学生星期天的睡眠时间，选取的调查对象最合适的是 ().

- (A) 选取一个班级的学生 (B) 选取 50 名男生
(C) 选取 50 名女生 (D) 随机选取 50 名初三学生

设计意图：本题主要考查学生对随机抽样中样本代表性的理解。

2. 下面的调查中，不适合抽样调查的是 ().

- (A) 中央电视台《实话实说》的收视率
(B) 全国人口普查
(C) 一批炮弹的杀伤力情况
(D) 了解一批灯泡的使用寿命

设计意图：本题主要考查学生对抽样调查适用性的理解。

3. 在火车的站台上，有 200 袋黄豆将被装上火车，袋子的大小都一样，随机选取 10 袋的质量 (单位: kg) 分别为: 98, 100, 99, 100, 99, 99, 98, 98, 100, 99. 估计这 200 袋黄豆的质量为_____.

设计意图：本题主要考查学生对抽样调查中样本估计总体思想的理解。

10.2 直方图 (第 1 课时)

一、内容和内容解析

1. 内容

直方图.

2. 内容解析

本节主要研究频数直方图。直方图是本学段学生学习的一种新的统计图。用直方图可以直观展示数据的分布状态，用于对总体的分布特征进行推断。因此直方图的绘制是否合理、准确，直接对数据分析造成影响。要画一组数据的频数分布直方图，首先要获得这组数据的频数分布表，一般步骤是：计算最大值与最小值的差，决定组距与组数，列出频数分布表。列频数分布表的每一个环节直接影响到直方图绘制的结果，进而影响从直方图中读取数据蕴含的信息。

在统计中，用来描述数据频数特征的统计图，除了直方图，通常有条形图、折线图等。将直方图与比较类似的条形图进行比较，有助于对直方图特点及适用范围的认识。

通过上述分析，可知本节课的教学重点是：画直方图，利用直方图解释数据中蕴含的信息。

二、目标和目标解析

1. 目标

认识直方图，能画直方图，能利用直方图解释数据中蕴含的信息。

2. 目标解析

达到目标的标志是：给定一组数据，学生会合理确定组距与组数，会制作频数分布表，会绘制频数分布直方图。学生能够利用直方图解释数据中蕴含的信息。

三、教学问题诊断分析

本节课采用的是分组整理数据、分析数据的频数分布、利用频数的分布规律来解决问题的统计过程。为了得到一组数据的频数分布，需要对数据进行分组整理。一组数据分成多少组合合适呢？这不仅与数据的多少有关，还与数据本身的特点有关。分组的目的一是为了观察数据分布的特征，因此组数的多少应当适中。若组数太多，数据的分布就会过于分散；组数太少，数据的分布就会过于集中。这都不便于观察数据分布的特征和规律。组数的确定应以能够较好地反映数据的分布特征和规律为目的。因此在这个问题上，不是分这么多组就行、分那么多组就不行的问题，而是怎样分组更合适的问题。实际决定组数时，常常有一个尝试的过程。这种结果的不确定性对于学生来说是比较少见的，学生往往怀疑自己的选择是否正确，是否还有更加合理的选择。同时，对不同的分组进行比较，需要进行大量的计算，这也是对学生计算能力的考验。

根据以上的分析，可知本节课的教学难点是：决定组距和组数。

四、教学过程设计

1. 创设情境，整理数据

为了参加全校各年级之间的广播体操比赛，六年级准备从63名同学中挑出身高相差不多的40名同学参加比赛，为此收集到了这63名同学的身高（单位：cm）如下：

158	158	160	168	159	159	151	158	159	168	158
154	158	154	169	158	158	159	167	170	153	160
160	159	159	160	149	163	163	162	172	161	153

续表

156	162	162	163	157	162	162	161	157	157	164
155	156	165	166	156	154	166	164	165	156	157
153	165	159	157	155	164	156	166			

问题 1 要挑出身高相差不多的 40 名同学参加比赛, 我们应该怎样整理数据?

师生活动: 学生回答. 教师指出, 为了使选取的参赛选手身高比较整齐, 需要知道数据的分布情况, 即身高在哪个范围内的学生多, 哪个范围内的学生少. 因此可以对这些数据进行适当的分组整理.

(学生可能的答案: 把数据从小到大排序, 数一下哪个范围的人数多, 列表表示; 把身高数据相同的人数数出来, 列表表示.)

设计意图: 通过对解决问题方法的讨论, 引出将数据分组整理的方法.

问题 2 究竟分几组比较合适呢?

师生活动: 学生回答. 教师提醒: 组距和组数没有固定的标准, 要根据具体问题来决定. 原则上 100 个数以内分为 5~12 组较为恰当, 且组数为正整数.

设计意图: 在讨论中使学生理解在操作过程中, 组数过多或过少都不利于问题的解决.

问题 3 组数的多少由什么决定?

师生活动: 学生在教师引导下回答: 组数的多少由组距决定, 组距越大组数越少, 组距越小组数越多.

教师直接给出如下对数据分组整理的步骤:

(1) 计算最大与最小值的差.

最大值 - 最小值 = $172 - 149 = 23$ (cm), 这说明身高的范围是 23 cm.

(2) 决定组距和组数.

如果取组距为 3, 由 $\frac{\text{最大值} - \text{最小值}}{\text{组距}} = \frac{172 - 149}{3} = \frac{23}{3} = 7\frac{2}{3}$, 可知可将这组数据分为 8 组.

(3) 列频数分布表.

对于上述问题, 可列出频数分布表 (教科书第 146 页表 10-3). 从表中可以发现, 身高在 $155 \leq x < 158$, $158 \leq x < 161$, $161 \leq x < 164$ 三个组的人数最多, 共有 $12 + 19 + 10 = 41$ (人), 因此可以从身高在 155~164 cm (不含 164 cm) 的学生中选队员.

设计意图: 使学生通过思考, 理解组距与组数的关系. 在此基础上, 通过教师讲解, 使学生理解列频数分布表的过程.

问题 4 如果我们先确定组数是 8, 能否确定组距呢?

师生活动: 学生回答: $\frac{172 - 149}{8} = \frac{23}{8} = 2\frac{7}{8}$, 可以确定组距是 3.

设计意图: 使学生理解在对数据分组时可以先确定组距, 再根据组距确定组数, 也可以先确定组数, 再根据组数确定组距.

问题 5 生活中有很多应用分组的例子, 你能举出其他的例子吗?

师生活动: 学生回答问题.

(例如, 考试后统计出的分数段.)

设计意图: 使学生理解在实际生活中分组是普遍存在的.

问题 6 要挑出身高相差不多的 40 名同学参加比赛, 应该选组距是多少比较合适呢?

师生活动: 教师引导学生比较 3 个组距: 组距是 2 时, 共有 49 人, 需先舍弃其中一组 ($153 \leq x < 155$ 或 $163 \leq x < 165$) 6 人, 再在剩余的身高差距不超过 10 cm 的 43 人中选 40 人; 组距是 3 时, 需在身高差距不超过 9 cm 的 41 人中选 40 人; 组距是 4 时, 需从身高范围不超过 12 cm 的 49 人中选 40 人. 师生共同得出结论: 从需舍弃的人数和身高差距来看, 组距是 3 时分组比较合适.

设计意图: 让学生通过实例比较体会如何选取合适的组距.

2. 画出频数分布直方图

问题 7 可以画图表示频数分布的情况吗?

师生活动: 教师引导: 可以画频数分布直方图, 从频数分布直方图中能直观形象地看出频数分布的情况. 前面对 63 名同学的身高数据进行了整理, 并且列出了频数分布表. 现在, 我们根据频数分布表作出相应的频数分布直方图.

教师给出画频数分布直方图的步骤:

(1) 以横轴表示身高, 纵轴表示频数与组数的比值.

(2) 画频数分布直方图, 从图中可以看出小长方形的面积 = 组距 \times $\frac{\text{频数}}{\text{组距}}$ = 频数, 因此长方形的面积表示数据落在各个小组内的频数.

(3) 在等距离分组中, 由于小长方形的面积与高的比是常数 (组距), 所以在作频数分布直方图时, 用小长方形的高表示频数.

问题 8 通过频数分布直方图, 你能分析出数据分布有什么规律吗?

师生活动: 学生回答: 身高大部分在 155~167 cm 范围, 超过 167 cm 或低于 155 cm 的学生比较少. 身高在 158~164 cm 范围的学生最多, 超过这个范围的和低于这个范围的学生数差不多成对称分布.

设计意图: 问题 7, 8 让学生通过频数分布直方图分析数据的分布情况, 并进行说明.

问题 9 同学们能不能总结一下绘制直方图的步骤?

师生活动: 学生在教师引导下总结出下面的步骤: ①计算最大与最小值的差; ②决定组距和组数; ③列频数分布表; ④以横轴表示数据, 纵轴表示频数, 画频数分布直方图.

设计意图: 让学生通过总结过程, 归纳出绘制频数分布直方图的一般步骤.

3. 小结

师生共同总结本节课内容, 并请学生回答下列问题:

(1) 你能说出绘制直方图的步骤吗?

(2) 直方图和条形图有哪些异同点?

(3) 我们还学习了哪些统计图表, 它们各有什么特点?

设计意图: 通过提问让学生回顾、总结直方图的有关内容.

4. 布置作业

教科书习题 10.2 第 1, 3 题.

五、目标检测设计

为了了解全校 2 000 名学生中穿各种尺码校服的人数,小明做了一个抽样调查,调查了 50 名同学的身高,数据如下表所示(单位:cm).

141	165	144	171	145	145	158	150	157	150
154	168	155	155	169	157	157	157	158	149
150	150	160	152	152	159	152	159	144	154
155	157	145	160	160	160	158	162	155	162
163	155	163	148	163	168	155	145	172	168

请列出这些数据的频数分布表,画出频数分布直方图,估计全校穿各种尺码校服的人数的分布情况.

设计意图: 本题主要考查学生对频数分布表和频数分布直方图的掌握,以及由频数分布直方图获取数据分布信息的能力.

V 拓展资源

一、知识的拓展延伸与相关史料

1. 抽样调查的概念及抽样方法

抽样调查的概念有广义和狭义之分.从广义上看,抽样调查就是非全面调查,它是指从研究的总体中按一定的原则抽取部分单位作为样本进行观察研究,以认识总体的一种统计调查方法.广义概念的抽样调查按抽样方法不同,分为概率抽样和非概率抽样两种.所谓非概率抽样是相对于概率抽样而言的,它是指从研究的总体中有意识地抽取部分单位作为样本进行观察研究,以认识总体的统计调查方法.如典型抽样、随意抽样和定额抽样.所谓概率抽样是指从研究的总体中按随机原则抽取部分单位作为样本进行观察研究,并根据这部分单位的调查结果去推断总体,以达到认识总体的统计调查方法.概率抽样也称随机抽样,包括简单随机抽样、分层抽样、系统抽样、整群抽样和多级抽样等形式.从狭义上看,抽样调查就是概率抽样.下面就几种常见的抽样方法进行简单介绍:

(1) 简单随机抽样

简单随机抽样是根据随机原则直接从总体中抽取样本单位的一种抽样方法.从理论上讲,简单随机抽样最符合抽样的随机原则,是抽样调查中最基本也是最简单的组织形式.简单随机抽样在抽取样本单位时,主要有以下几种抽选方法:

①直接抽选法 直接从调查对象中随机抽选.

②抽签法 先给总体的每个单位编上序号,将号码写在纸片上,搅拌均匀后从中随机抽选,直到抽够预先规定的样本单位数为止。

③随机数字表法 先将总体的全部单位加以编号,根据编号的位数确定随机数字表的栏数,然后从任意一栏、任意一行的数字开始,可以向任何方向摘录属于编号范围内的数字,即为样本单位。如果是不重复抽样,抽到重复的数字时就删掉,直到抽够预定的样本单位数为止。

(2) 分层抽样

分层抽样又称类型抽样或分类抽样,它是指对总体各单位先按主要标志加以分组(层),然后再从各组中按随机原则抽选一定单位构成样本的抽样形式。设总体由 N 个单位组成,把总体划分为 K 组,然后从每组中抽取若干个单位构成样本容量为 n 的抽样总体。分层抽样在各组中的样本可以看成是总的样本数在各组中的分配。

(3) 系统抽样

系统抽样又称机械抽样或等距抽样,它是将总体全部单位按某一标志排列,然后按固定顺序和间隔来抽选样本单位的抽样组织形式。系统抽样总体单位的排列顺序可以是无关标志,也可以是有关标志。系统抽样抽取样本单位的具体方法有随机等距、对称等距、中点等距等方式。

以一个具体例子来比较以上几种抽样方式,即可以看出抽样方法的差异:如要对全校学生是否喜欢校园广播站进行抽样调查,那么,利用上学时间在校门口随机抽取学生完成调查的方式是简单随机抽样;男女同学中各抽取 50 人完成调查的方式是分层抽样;而把全校同学进行大排序,然后每隔 50 人抽取一位同学完成调查的方式则是系统抽样。

2. 样本容量的确定

样本容量是指一个样本中所包含的单位数。在抽样调查中,一般情况下样本容量越大,抽样误差就会越小,但调查费用、时间增加;反之,样本容量过小,虽节省调查费用、时间,但将导致抽样误差增大,甚至失去抽样推断的价值。因此,在抽样设计中应根据抽样误差的要求和调查费用、时间的情况慎重确定样本容量。样本容量多少的确定与抽样方式、取样要求、总体性质密切相关。有人认为样本容量越大,误差就越小,所以样本容量越大越好,但实际情况并不是这样的。即使不考虑调查费用的问题,也不是样本越多就越好,这和抽样调查的误差形成方式有关。

抽样调查中对总体的参数进行估计时,由于样本的随机性,即使对样本的调查和观察完全正确,也往往和待估的总体参数真值之间存在着差异,这种差异是由抽样的样本代表性引起的,所以称作抽样误差。

在抽样调查中除了抽样误差以外,常常由于各种原因会引起偏差,也称偏误。它定义为样本估计值的平均值与总体真值之间的离差。它的直观意义是按某一抽样方案反复进行抽样,其所有可能样本估计值的均值与总体真值之间的离差。

偏差与抽样误差不同,抽样误差是一种随机误差,不是系统误差,即估计值有时偏高有时偏低,平均起来误差会相互抵消。而偏差则带有系统性,通常会偏于某一方向,如在调查产值时,被调查者往往为了显示其成绩而使调查结果偏高,在调查计划生育的出生人数或出生率时,可能由于瞒报出生人数而使调查结果偏低。其次,抽样误差可能随着样本容量增大而缩小,而大多数偏差并不随着样本容量增大而缩小。抽样调查中产生偏差的原因是多种多样的,例如调查的项目比较敏

感、调查人员有倾向性态度、调查问卷措辞不当等。这些偏差应当尽量避免。

因为调查的目的就是要得到总体真值，所以在设定样本容量时需要综合考虑抽样误差和偏差，这就提出了一个均方误差的概念，即所有可能样本估计值与总体真值之间离差的平方的均值。在无偏估计的情况下，它等于抽样方差；在有偏估计的情况下，均方误差等于抽样方差加偏差的平方。从以上定义可以看出，均方误差越小，抽样调查的效果才越好，因此抽样调查的误差不是只和样本容量有关，样本容量的增大可以减少抽样误差，而样本的随机性和代表性高才能减少偏差。

3. 统计图

统计图是统计资料的一种表达方式，它可以简洁直观地显示统计表中的数据，可以帮助我们从众多的数据中发现规律，可以更迅速、更有效地传递信息，给人以明确而深刻的印象。统计图的种类很多，不同类型的数据所采取的整理和描述方法是不同的。

(1) 对数据类别较为明确的数据，我们可以采取分类整理，整理分类数据可以采用条形图、扇形图等。

① 条形图是用宽度相等的条形高度或长短来表示数据多少的图形。条形可以横置或纵置，纵置时也称为柱形图。此外，条形图还分单式、复式等形式。因为描述的是类别不同的数据，所以同一数据不同类别的条形要独立分开，不能相邻。

② 扇形图是用圆形或者圆内扇形的角度来表示数据大小的图形，它主要用于表示一个样本（或总体）中各组成部分的数据占全部数据的比例。每个组成部分可以看作是每个不同的类别。

(2) 数值类数据表现为数字，我们在整理时通常是对其进行分组，数据分组的主要目的是观察数据的分布特征。对此类数据我们可以采用直方图描述。直方图和条形图不同，首先，条形图是用条形的长度表示各类别频数的多少，其宽度是固定的；直方图时用面积表示各组频数的多少，其高度和宽度均有意义，当数据是不等距分组时，宽度可能是不等的。其次，由于分组数据具有连续性，直方图的各矩形通常是连续排列，而表示分类数据的条形图的条形则是分开排列。最后，条形图主要用于展示分类数据，而直方图则主要用于展示数值类分组数据。

(3) 对有顺序的数据，上面介绍的条形图、扇形图等同样适用，但有些统计图只适用于顺序数据，更便于我们对此类数据进行分组整理。它们包括累积频数（或频率）分布图和环形图等。累积频数分布图按照一定顺序累积，每一组都是其前面已经累积所有数据的总和，因此它是有顺序的，不能随意更改。

(4) 当数据的顺序表现为时间序列时，我们可以采用折线图描述数据。折线图是在平面坐标上用折线表现数据变化特征的统计图，可以反映事物发展变化的规律和趋势。如我国近年 GDP 变化趋势就可以用折线图描述。

4. 直方图的组距选择

用矩形的宽度和高度（即面积）来表示频数分布的图形，对于某些特殊现象或为了特定研究的需要，也可以采用不等距分组。比如，对人口年龄的分组，可以根据人口成长的生理特点分成 0~6 岁（婴幼儿组）、7~17 岁（少年儿童组）、18~59 岁（中青年组）、60 岁以上（老年组）等。无论等距分组还是不等距分组，所有矩形的总面积相加总是等于 1。

绘制直方图时要先根据组距分组，遵循“不重不漏”的原则。因此直方图和条形图不同，相邻

的组不能分开，代表在各组间没有任何遗漏。同时，直方图一般按照大小顺序排列，各组间没有重叠的部分，从而使每个数据都在某个组中，而且每个数据都只能在唯一的一组中。

为了避免出现“空白组”（即没有变量值的组），首先，应根据数据的极差来进行分组，即需要先计算最大值和最小值的差。其次，分组的目的一是为了观察数据分布的特征。如果组数太少，那么数据的分布就会过于集中；如果组数太多，数据的分布就会过于分散，这都不利于观察数据的分布特征和规律。一般情况下，一组数据所分的组数 K 不应少于 5 组且不多于 15 组。在实际分组时也可以按斯特奇斯（Sturges）提出的经验公式来确定组数 K ： $K=1+\frac{\lg n}{\lg 2}$ 。其中 n 为数据的个数，所得结果取整数。

二、拓展性问题

1. 统计结果的误用问题

(1) 统计资料表明：大多数汽车事故出在中等速度行驶中，极少事故是出在大于 150 km/h 的行驶速度上的。这是否意味着高速行驶比较安全？

(2) 现代社会，统计学应用十分广泛，甚至通过统计分析，可能对未发生的事情产生重大影响，如经济状态（通胀率、国民经济总量的增长量、失业率、收入的增加或减少）、天气预报、药品效力和有效性、海浪和潮汐的影响范围。

如果有一份报纸刊登了以下的消息：“在一次投票中，有 75% 的投票者今年感染了流行性感冒。”你认为这个结论可信吗？我们还应该了解哪些信息来进一步确认结论的可信度？

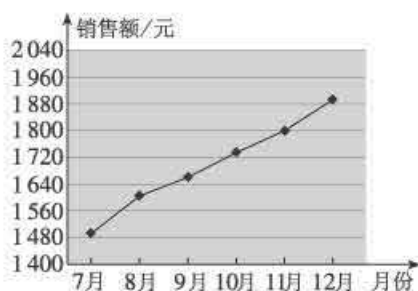
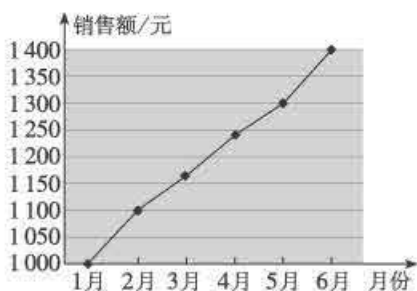
答案：(1) 不是这样。由于多数人是中等速度开车，所以多数事故是出在中等速度的行驶中。

(2) 这个结论是值得质疑的。没有明确说这次投票的主题是什么，如果这是一个关于感冒药效果的投票，那么投票者中流感感染者肯定很多。另外，也没有说明这次有多少人参加投票，如果只有十个或者更少的人投票，由于样本容量太小，没有代表性，也可能直接影响抽样调查结果的可信性。

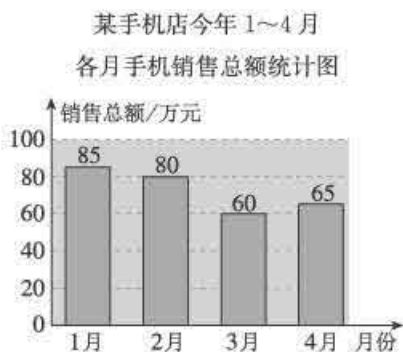
2. 统计图的错觉问题

统计图是我们描述数据的重要工具，正确使用统计图能直观、有效地描述数据，准确传达数据蕴含的信息。但当统计图被不恰当地或别有用心地使用时，统计图不但达不到准确传达数据蕴含信息的目的，还往往会干扰我们的思维，误导我们对数据中蕴含信息的解读。你能指出下面对两组图的解读中存在的问题吗？

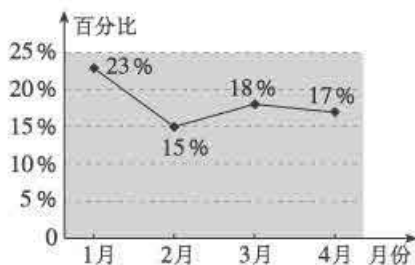
(1) 从折线图可以看出，上半年销售额比下半年涨得多。



(2) 根据统计图分析, 某手机店 4 月份的音乐手机销售额比 3 月份有所下降.



某手机店今年 1~4 月音乐手机销售额占
该手机店当月手机销售总额的百分比统计图



答案: (1) 两个统计图中的销售额增长量其实是一样的, 只是因为纵坐标单位长度不同, 显得左图增长量大些.

(2) 这个结论是错误的, 虽然 4 月份音乐手机所占百分比有所下降, 但是 4 月份销售总额是高于 3 月份的. 通过计算可以发现, 4 月份音乐手机实际销售额为 11.05 万元, 高于 3 月份的 10.8 万元.

VI 评价建议与测试题

一、评价建议

1. 本章的主要内容是让学生经历收集、整理、描述和分析数据的活动, 了解数据处理的过程, 了解收集、整理和描述数据的常用方法, 能根据结果作出简单的判断和预测, 建立和发展学生的数据分析观念. 对于收集数据, 应考查学生是否知道不同调查方法的区别, 知道简单随机抽样的特征, 是否能根据具体问题选择合适的方法收集相关数据; 对于描述数据, 应考查学生是否知道扇形图和直方图在表示数据上的特点, 是否能根据具体问题选择合适统计图描述数据, 是否会制作扇形图和直方图; 对于解释统计结果, 应考查学生是否能根据数据的收集方法和统计结果作出简单的判断和预测, 是否能用准确的自然语言和数学语言表达、交流.

2. 考查数据的收集和处理, 应注意以下几点:

(1) 在考查收集数据的方法时, 除了要了解不同方法的特点与区别, 更应注意学生是否明确随机抽样方法的合理性, 是否能根据实际问题的需要合理地选择调查方法.

(2) 在考查相关统计计算和绘图能力的同时, 更应关注学生对其中蕴含的统计思想的理解, 将学生能否根据具体问题选择合适统计图描述数据, 能否从数据中挖掘有效信息作为考查目标.

(3) 在考查学生进行统计判断、预测和建议时, 初步涉及用样本估计总体的统计思想. 一方面, 应注意样本数据的随机性对统计结果的影响, 即统计结果有可能出现偏离总体比较大的情形, 但只要数据收集的方法合理且样本容量足够大, 往往能对总体作一个较好的估计. 另一方面, 对同一个统计问题, 经常可以用不同的统计方法来处理, 得出的结论也往往不完全一致. 因此考查时应注重引导学生以“好坏”作为判断的标准, 而不是对错.

3. 在学生的活动和实践过程中, 应关注学生参与活动的积极程度、合作交流的意识以及所体现出的对统计的兴趣. 同时评价中应关注学生是否注重调查的科学性、严谨性, 简单随机抽样的随机性, 关注学生是否养成调查研究、用数据说话的良好习惯.

二、测试题 (时间: 45 分, 满分: 100 分)

(一) 选择题 (每小题 6 分, 共 30 分)

1. 下列调查中, 调查方式选择合理的是 ().

- (A) 为了了解某一品牌家具的甲醛含量, 选择全面调查
- (B) 为了了解某公园全年的游客流量, 选择抽样调查
- (C) 为了了解神舟飞船的设备零件的质量情况, 选择抽样调查
- (D) 为了了解一批袋装食品是否含有防腐剂, 选择全面调查

2. 空气是由多种气体混合而成的, 为了直观地介绍空气各成分的百分比, 最适合使用的统计图是 ().

- (A) 条形图
- (B) 折线图
- (C) 扇形图
- (D) 直方图

3. 一个容量为 80 的样本最大值是 143, 最小值是 50, 取组距为 10, 则可以分成 ().

- (A) 10 组
- (B) 9 组
- (C) 8 组
- (D) 7 组

4. 为了迎接端午节, 某餐厅推出了四种粽子新款 (分别以 A, B, C, D 表示), 请顾客免费试吃后选出最喜欢的品种. 结果反馈如下:

C D D A A B A B B B A
C C A A B A A C D C D

通过以上数据, 你能获得的信息是 ().

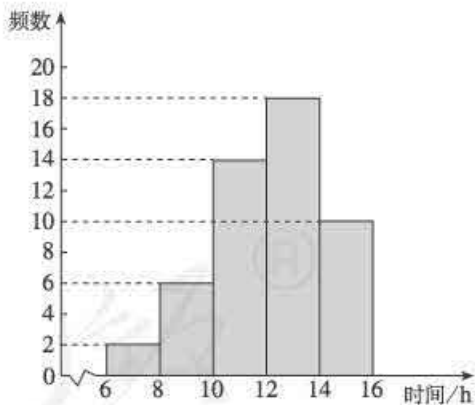
- (A) A 款粽子最受欢迎
- (B) B 款粽子比 C 款粽子更受欢迎
- (C) 喜欢 C, D 两款粽子的人加起来占样本的一半
- (D) D 款粽子受欢迎程度仅次于 C 款

5. 为了了解本校六年级 700 名学生上学期参加社会实践活动的时间, 随机对该年级 50 名学生进行了调查. 根据收集的数据绘制了频数分布直方图, 则以下说法正确的是 ().

- (A) 学生参加社会实践活动时间最多为 16 h
- (B) 学生参加社会实践活动的时间大多数是 12~14 h
- (C) 学生参加社会实践活动时间不少于 10 h 的为 84%
- (D) 由样本可以估计全年级 700 人中参加社会实践活动时间为 6~8 h 的大约有 26 人

(二) 填空题 (每小题 6 分, 共 24 分)

6. 已知某班有 40 名学生. 他们有的步行, 有的骑车, 还有的乘车上学. 根据以下已知信息完成统计表:



(第 5 题)

上学方式	划记	频数	频率
步行	正正正		
骑车		9	
乘车			0.4

7. 进行数据的收集调查, 一般可分为以下 6 个步骤, 但它们的顺序弄乱了. 正确的顺序是 _____ (用字母按顺序写出即可).

- A. 明确调查问题 B. 记录结果 C. 得出结论
D. 确定调查对象 E. 展开调查 F. 选择调查方法

8. 下列抽样调查较科学的有 _____.

- ①小华为了知道烤箱内的面包是否熟了, 任意取出一小块品尝;
②小琪为了了解某市 2007 年的平均气温, 上网查询了 2007 年 7 月份 31 天的气温情况;
③小明为了了解初中三个年级学生的平均身高, 在七年级抽取一个班的学生做调查;
④小智为了了解初中三个年级学生的平均体重, 在七、八、九年级各抽一个班学生进行调查.

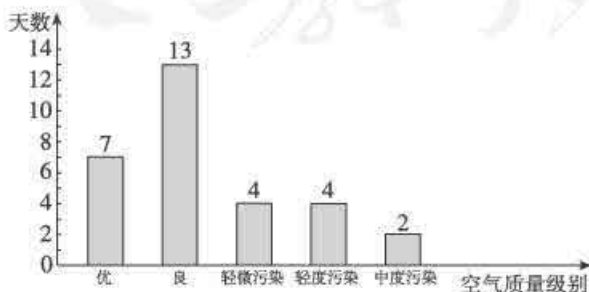
9. 对以下的实际问题, 选用哪种常用统计图描述数据比较合适? 请将你的选择填在题后的横线上.

- (1) 某病人一昼夜的体温记录 (单位: $^{\circ}\text{C}$): 36.9, 36.5, 36.8, 37.5, 37.5, 36.5; _____
(2) 体育课上全班有 10 人在跳长绳, 15 人在打篮球, 剩余 12 人在打乒乓球; _____
(3) 学校为六年级新生购进校服前, 按身高分型号进行了登记. 对女生的记录中, 身高 150 cm 以下记为 S 号, 150 ~ 160 cm 记为 M 号, 160 ~ 170 cm 记为 L 号, 170 cm 以上记为 XL 号. _____

(三) 解答题 (第 10 题 10 分, 第 11~13 题每题 12 分, 共 46 分)

10. 学校广播站于新学期开始播音, 为了了解同学们是否喜欢已播出的节目, 站长对全校 1 600 名同学进行了抽样调查. 他采取的方法是利用上学和放学时间, 连续一周到校门口随机对本校同学进行询问, 共搜集了 100 份调查问卷. 这是简单随机抽样吗? 所得结果适用于全校同学吗? 适用于全校师生吗? 如果不适用, 你有什么改进意见?

11. 某市发布了一份空气质量抽样调查报告, 在该市 1~5 月随机调查的 30 天中, 各空气质量级别的天数如下图:



(第 11 题)

(1) 请在所给条形图右侧绘制扇形图, 描述这 30 天中不同空气质量级别的天数所占的百分比情况.

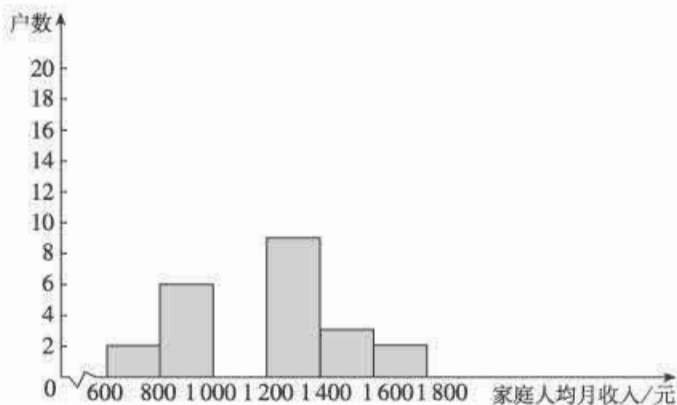
(2) 通过分析扇形图, 请你评价一下 1~5 月份该市的空气质量情况.

(3) 如果这 30 天的数据是从一年中随机抽取的, 请你预测该市一年 (365 天) 空气质量级别为优和良的天数共约有多少天? (结果保留整数)

(4) 请你根据调查报告, 对有关部门提几条建设“绿色环境城市”的建议.

12. 小龙在学校组织的社会调查活动中负责了解他所居住的小区 440 户居民的家庭收入情况. 他从中随机调查了 40 户居民家庭的人均月收入 (收入取整数, 单位: 元), 并绘制了频数分布表和频数分布直方图 (如图).

分组	频数	频率
600 ~ 799	2	0.050
800 ~ 999	6	0.150
1 000 ~ 1 199		0.450
1 200 ~ 1 399	9	0.225
1 400 ~ 1 599		
1 600 ~ 1 800	2	0.050
合计	40	1.000



(第 12 题)

根据以上信息, 解答下列问题:

(1) 请根据题中已有的信息补全频数分布表和频数分布直方图.

(2) 观察已绘制的部分频数分布直方图, 你能看出绘制选择的组距是多少吗? 这个组距选择得好不好? 请判断并说明理由.

(3) 如果家庭人均月收入“大于 1 000 不足 1 600 元”的为中等收入家庭, 请你通过样本估计总体中的中等收入家庭大约有多少户.

13. 老师想知道学生们每天在上学的路上要花多少时间, 于是让大家将每天来校上课的单程时间写在纸上. 下面是全班 30 名学生单程所花的时间 (单位: min):

20, 20, 30, 15, 20, 25, 5, 15, 20, 10,
 15, 35, 45, 10, 20, 25, 30, 20, 15, 20,
 20, 10, 20, 5, 15, 20, 20, 20, 5, 15.

(1) 请选择适当的统计图描述学生上学单程所花时间的分布情况.

(2) 根据调查结果分析, 这个班每天单程 20 min 以内 (不包括 20 min) 到校的学生有多少名? 占全班学生的百分比是多少? 你认为老师还能获得哪些信息?

参考答案

1. B. 本题主要考查学生是否能根据具体情况选择合适的调查方法.
2. C. 本题主要考查学生是否能根据具体情况选择适当的统计图描述数据.
3. A. 本题主要考查学生在绘制频数分布直方图时是否能正确确定组数.
4. A. 本题主要考查学生根据数据获得信息的能力.
5. C. 本题主要考查学生对读频数分布直方图的能力.
- 6.

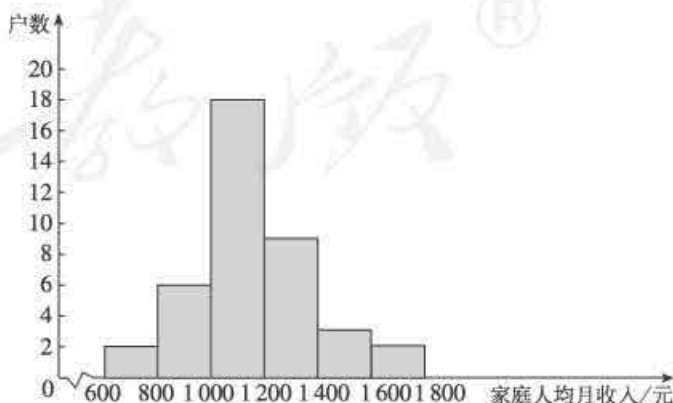
上学方式	划记	频数	频率
步行	正正正	15	0.375
骑车	正正	9	0.225
乘车	正正正一	16	0.4

本题主要考查学生对频数分布表的理解.

7. ADFEBC. 本题主要考查学生对统计调查过程的了解.
8. ①④. 本题主要考查学生对抽样调查的理解, 和判断样本代表性的能力.
9. 折线图; 条形图; 直方图. 本题主要考查学生是否能根据情况选择适当的统计图描述数据.
10. 这是简单随机抽样调查, 所得结果适用于全体学生, 但不适用于全体师生 (改进意见略). 本题主要考查学生对简单随机抽样的理解和判断样本代表性的能力.
11. (1) (图略). (2) 可以估计该市 1~5 月的空气质量级别主要是良及以上. (3) $365 \times \frac{7+13}{30} = \frac{730}{3} \approx 243$, 该市 1 年空气质量为优和良级别的天数共约为 243. (4) (略, 只要提出改善该市空气质量状况的合理建议即可). 本题主要考查学生读条形图、制作扇形图、由统计图获得信息的能力, 以及根据统计结果提合理化建议的能力.

12. (1)

分组	频数	频率
600 ~ 799	2	0.050
800 ~ 999	6	0.150
1 000 ~ 1 199	18	0.450
1 200 ~ 1 399	9	0.225
1 400 ~ 1 599	3	0.075
1 600 ~ 1 800	2	0.050
合计	40	1.000



- (2) 组距为 200. 这个组距选择比较合理, 确保了数据的不重不漏, 且没有数据为空白的组较好地展示了数据的分布情况. (3) 330 户. 本题主要考查学生对频数分布表的理解, 对频数

分布直方图的掌握，对组距的理解。

13. (1) (略). (2) 12名, 40%, 如每天花 20 min 到校的学生最多. 本题综合考查学生整理数据、利用图表获得信息的能力.

人教版®